专题 20 计算题

1. （2020·新课标I卷）我国自主研制了运-20 重型运输机。飞机获得的升力大小 F 可用 $F=kv^2$ 描写，k 为系数；v 是飞机在平直跑道上的滑行速度，F 与飞机所受重力相等时的 v 称为飞机的起飞离地速度，已知飞机质量为 1.21×10^5 kg 时，起飞离地速度为 66 m/s；装载货物后质量为 1.69×10^5 kg，装载货物前后起飞离地时的 k 值可视为不变。

（1）求飞机装载货物后的起飞离地速度；

（2）若该飞机装载货物后，从静止开始匀加速滑行 1 521 m 起飞离地，求飞机在滑行过程中加速度的大小和所用的时间。

【答案】(1) $v_2=78\text{m/s}$；（2）2m/s²，$t=39\text{s}$

【解析】（1）空载起飞时，升力正好等于重力：$kv_1^2=m_1g$

满载起飞时，升力正好等于重力：$kv_2^2=m_2g$

由上两式解得：$v_2=78\text{m/s}$

（2）满载货物的飞机做初速度为零的匀加速直线运动，所以 $v_2^2-0=2ax$

解得：$a=2\text{m/s}^2$

由加速的定义式变形得：$t=\dfrac{\Delta v}{a}=\dfrac{v_2-0}{a}$

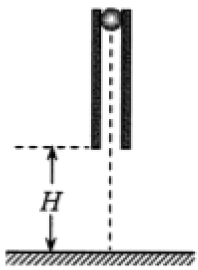
解得：$t=39\text{s}$

2. （2020·新课标II卷）如图，一竖直圆管质量为 M，下端距水平地面的高度为 H，顶端塞有一质量为 m 的小球。圆管由静止自由下落，与地面发生多次弹性碰撞，且每次碰撞时间均极短；在运动过程中，管始终保持竖直。已知 $M=4m$，球和管之间的滑动摩擦力大小为 $4mg$, g 为重力加速度的大小，不计空气阻力。

（1）求管第一次与地面碰撞后的瞬间，管和球各自的加速度大小；

（2）管第一次落地弹起后，在上升过程中球没有从管中滑出，求管上升的最大高度；

（3）管第二次落地弹起的上升过程中，球仍没有从管中滑出，求圆管长度应满足的条件。



【答案】（1）$a_1=2g$，$a_2=3g$；（2）$H_1=\dfrac{13}{25}H$；（3）$L\geq\dfrac{152}{125}H$

【解析】（1）管第一次落地弹起的瞬间，小球仍然向下运动。设此时管的加速度大小为 a_1，方向向下；球的加速度大小为 a_2，方向向上；球与管之间的摩擦力大小为 f，由牛顿运动定律有

$Ma_1=Mg+f$ ①

$ma_2=f-mg$ ②

联立①②式并代入题给数据，得 $a_1=2g$，$a_2=3g$③

（2）管第一次碰地前与球的速度大小相同。由运动学公式，碰地前瞬间它们的速度大小均为

$v_0=\sqrt{2gH}$ ④

方向均向下。管弹起的瞬间，管的速度反向，球的速度方向依然向下。

设自弹起时经过时间 t_1，管与小球的速度刚好相同。取向上为正方向，由运动学公式

$v_0-a_1t_1=-v_0+a_2t_1$⑤

联立③④⑤式得

$t_1=\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2H}{g}}$ ⑥

设此时管下端的高度为 h_1，速度为 v。由运动学公式可得

$h_1=v_0t_1-\frac{1}{2}a_1t_1^2$ ⑦

$v=v_0-a_1t_1$ ⑧

由③④⑥⑧式可判断此时 $v>0$。此后，管与小球将以加速度 g 减速上升 h_2，到达最高点。由运动学公式有 $h_2=\frac{v^2}{2g}$ ⑨

设管第一次落地弹起后上升的最大高度为 H_1，则 $H_1=h_1+h_2$⑩

联立③④⑥⑦⑧⑨⑩式可得 $H_1=\frac{13}{25}H$ ⑪

（3）设第一次弹起过程中球相对管的位移为 x_1。在管开始下落到上升 H_1 这一过程中，由动能定理有 $Mg(H-H_1)+mg(H-H_1+x_1)-4mgx_1=0$⑫

联立⑪⑫式并代入题给数据得 $x_1=\frac{4}{5}H$ ⑬

同理可推得，管与球从再次下落到第二次弹起至最高点的过程中，球与管的相对位移 x_2 为 $x_2=\frac{4}{5}H_1$ ⑭

设圆管长度为 L。管第二次落地弹起后的上升过程中，球不会滑出管外的条件是 $x_1+x_2\le L$ ⑮

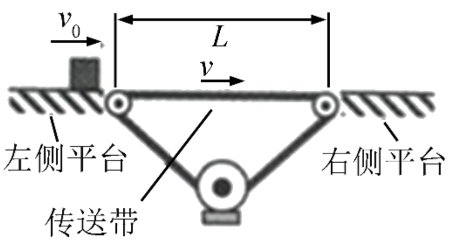
联立⑪⑬⑭⑮式，L 应满足条件为 $L\ge\frac{152}{125}H$ ⑯

3．（2020·新课标III卷）如图，相距 L=11.5m 的两平台位于同一水平面内，二者之间用传送带相接。传送带向右匀速运动，其速度的大小 v 可以由驱动系统根据需要设定。质量 m=10 kg 的载物箱（可视为质点），以初速度 v_0=5.0 m/s 自左侧平台滑上传送带。载物箱与传送带间的动摩擦因数 μ= 0.10，重力加速度取 g =10m/s^2。

(1)若 v=4.0 m/s，求载物箱通过传送带所需的时间；

(2)求载物箱到达右侧平台时所能达到的最大速度和最小速度；

(3)若 v=6.0m/s，载物箱滑上传送带 $\Delta t=\frac{13}{12}$s 后，传送带速度突然变为零。求载物箱从左侧平台向右侧平台运动的过程中，传送带对它的冲量。



【答案】(1)2.75s；(2) $v_2=4\sqrt{3}\text{m/s}$， $v_1=\sqrt{2}\text{m/s}$；(3)0 $I=208.3\text{N}\cdot\text{s}$，方向竖直向上

【解析】(1)传送带的速度为 $v=4.0\text{m/s}$ 时，载物箱在传送带上先做匀减速运动，设其加速度为 a，由牛顿第二定律有：$\mu mg=ma$ ①

设载物箱滑上传送带后匀减速运动的距离为 x_1，由运动学公式有 $v^2-v_0^2=-2ax_1$ ②

联立①②式，代入题给数据得 x_1=4.5m；③

因此，载物箱在到达右侧平台前，速度先减小至 v，然后开始做匀速运动，设载物箱从滑上传送带到离开传送带所用的时间为 t_1，做匀减速运动所用的时间为 t_2，由运动学公式有 $v=v_0-at_2$ ④

$$t_1=t_2+\frac{L-x_1}{v}⑤$$

联立①③④⑤式并代入题给数据有 t_1=2.75s；⑥

(2)当载物箱滑上传送带后一直做匀减速运动时，到达右侧平台时的速度最小，设为 v_1，当载物箱滑上传送带后一直做匀加速运动时，到达右侧平台时的速度最大，设为 v_2.由动能定理有 $-\mu mgL=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ ⑦

$$\mu mgL=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_0^2⑧$$

由⑦⑧式并代入题给条件得 $v_1=\sqrt{2}\text{m/s}$， $v_2=4\sqrt{3}\text{m/s}$ ⑨

(3)传送带的速度为$v=6.0\text{m/s}$时，由于$v_0<v<v_2$，载物箱先做匀加速运动，加速度大小仍 a。设载物箱做匀加速运动通过的距离为 x_2，所用时间为 t_3，由运动学公式有$v=v_0+at_3$ ⑩

$v^2-v_0^2=2ax_2$ ⑪

联立①⑩⑪式并代入题给数据得 t_3=1.0s⑫

x_2=5.5m⑬

因此载物箱加速运动 1.0s、向右运动 5.5m 时，达到与传送带相同的速度。此后载物箱与传送带共同匀速运动$(\Delta t-t_3)$的时间后，传送带突然停止，设载物箱匀速运动通过的距离为 x_3 有

$x_3=v(\Delta t-t_3)$ ⑭

由①⑫⑬⑭式可知

$\frac{1}{2}mv^2>\mu mg(L-x_2-x_3)$

即载物箱运动到右侧平台时速度大于零，设为 v_3，

由运动学公式有，$v_3^2-v^2=-2a(L-x_2-x_3)$ ⑮

则$v_3=5\text{m/s}$

减速运动时间$t_4=\frac{v-v_3}{a}=1\text{s}$

设载物箱通过传送带的过程中，传送带在水平方向上和竖直方向上对它的冲量分别为 I_1、I_2。

由动量定理有$I_1=m(v_3-v_0)=0$

$I_2=N(\Delta t+t_4)=mg(\Delta t+t_4)=\dfrac{625}{3}\text{N}\cdot\text{s}\approx 208.3\text{N}\cdot\text{s}$，方向竖直向上

则在整个过程中，传送带给载物箱的冲量

$I=I_2=208.3\text{N}\cdot\text{s}$，方向竖直向上

4．（2020·江苏卷）一只质量为1.4kg的乌贼吸入0.1kg的水，静止在水中。遇到危险时，它在极短时间内把吸入的水向后全部喷出，以2m/s的速度向前逃窜。求该乌贼喷出的水的速度大小v。

【答案】28m/s

【解析】乌贼喷水过程，时间较短，内力远大于外力；选取乌贼逃窜的方向为正方向，根据动量守恒定律得$0=Mv_1-mv_2$

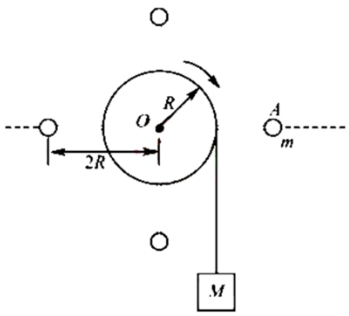
解得喷出水的速度大小为$v_2=\dfrac{Mv_1}{m}=\dfrac{1.4\times 2}{0.1}\text{m/s}=28\text{m/s}$

5．（2020·江苏卷）如图所示，鼓形轮的半径为R，可绕固定的光滑水平轴O转动。在轮上沿相互垂直的直径方向固定四根直杆，杆上分别固定有质量为m的小球，球与O的距离均为$2R$。在轮上绕有长绳，绳上悬挂着质量为M的重物。重物由静止下落，带动鼓形轮转动。重物落地后鼓形轮匀速转动，转动的角速度为ω。绳与轮之间无相对滑动，忽略鼓形轮、直杆和长绳的质量，不计空气阻力，重力加速度为g。求：

(1)重物落地后，小球线速度的大小v；

(2)重物落地后一小球转到水平位置A，此时该球受到杆的作用力的大小F；

(3)重物下落的高度 h。



【答案】(1) $v=2R\omega$ ；(2) $F=m\sqrt{4R^2\omega^4+g^2}$ ；(3) $H=\dfrac{(M+16m)R^2\omega^2}{2Mg}$

【解析】(1)由题意可知当重物落地后鼓形轮转动的角速度为 ω, 则根据线速度与角速度的关系可知小球的线速度为 $v=2R\omega$

(2)小球匀速转动，当在水平位置时设杆对球的作用力为 F，合力提供向心力，则有

$$\sqrt{F^2-(mg)^2}=m\frac{v^2}{2R}$$

结合(1)可解得杆对球的作用力大小为

$$F=m\sqrt{4R^2\omega^4+g^2}$$

(3)设重物下落高度为 H，重物下落过程中对重物、鼓形轮和小球组成的系统，根据系统机械能守恒可知

$$MgH=\frac{1}{2}Mv_1^2+\frac{1}{2}\times 4mv^2$$

而重物的速度等于鼓形轮的线速度，有 $v_1=R\omega$

联立各式解得

$$H=\frac{(M+16m)R^2\omega^2}{2Mg}$$

6. （2020·浙江卷）如图 1 所示，有一质量 $m=200\text{kg}$ 的物件在电机的牵引下从地面竖直向上经加速、匀速、匀减速至指定位置。当加速运动到总位移的 $\frac{1}{4}$ 时开始计时，测得电机的牵引力随时间变化的 $F-t$ 图线如图 2 所示，$t=34\text{s}$ 末速度减为 0 时恰好到达指定位置。若不计绳索的质量和空气阻力，求物件：

(1)做匀减速运动的加速度大小和方向；

(2)匀速运动的速度大小；

(3)总位移的大小。

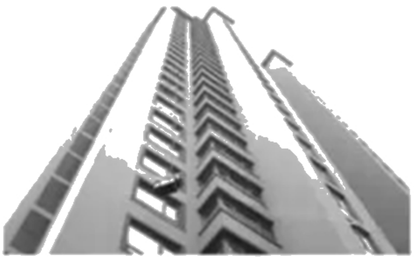


图 1

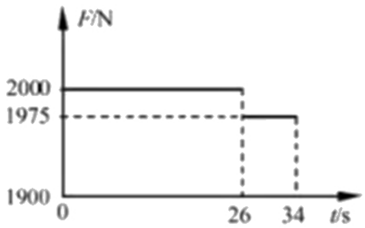


图 2

【答案】(1) 0.125m/s^2，竖直向下；(2)1m/s；(3)40m

【解析】(1)由图 2 可知 0~26s 内物体匀速运动，26s~34s 物体减速运动，在减速运动过程根据牛顿第二定律有 $mg-F_T=ma$

根据图 2 得此时 F_T=1975N，则有 $a=g-\frac{F_T}{m}=0.125\text{m/s}^2$

方向竖直向下。

(2)结合图 2 根据运动学公式有 $v=at_2=0.125\times(34-26)\text{m/s=1m/s}$

(3)根据图像可知匀速上升的位移 $h_1=vt_1=1\times 26\text{m}=26\text{m}$

匀减速上升的位移 $h_2=\frac{v}{2}t_2=\frac{1}{2}\times 8\text{m}=4\text{m}$

匀加速上升的位移为总位移的 $\frac{1}{4}$，则匀速上升和减速上升的位移为总位移的 $\frac{3}{4}$，

则有 $h_1+h_2=\frac{3}{4}h$

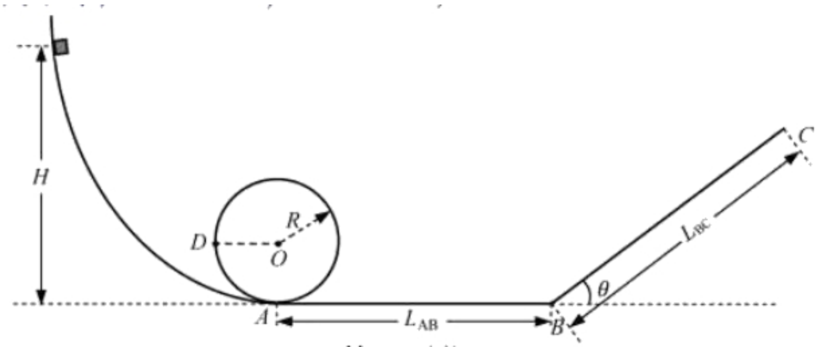
所以总位移为 h=40m

7．（2020·浙江卷）小明将如图所示的装置放在水平地面上，该装置由弧形轨道、竖直圆轨道、水平直轨道 AB 和倾角 $\theta=37°$ 的斜轨道 BC 平滑连接而成。质量 $m=0.1\text{kg}$ 的小滑块从弧形轨道离地高 $H=1.0\text{m}$ 处静止释放。已知 $R=0.2\text{m}$，$L_{\text{AB}}=L_{\text{BC}}=1.0\text{m}$，滑块与轨道 AB 和 BC 间的动摩擦因数均为 $\mu=0.25$，弧形轨道和圆轨道均可视为光滑，忽略空气阻力。

(1)求滑块运动到与圆心 O 等高的 D 点时对轨道的压力；

(2)通过计算判断滑块能否冲出斜轨道的末端 C 点；

(3)若滑下的滑块与静止在水平直轨道上距 A 点 x 处的质量为 $2m$ 的小滑块相碰，碰后一起运动，动摩擦因数仍为 0.25，求它们在轨道 BC 上到达的高度 h 与 x 之间的关系。（碰撞时间不计，$\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$）



【答案】(1)8N，方向水平向左；(2)不会冲出；(3) $h=\frac{1}{6}x-\frac{5}{48}$ （$\frac{5}{8}\mathrm{m}<x\le 1\mathrm{m}$）；$h=0$ （$0\le x\le\frac{5}{8}\mathrm{m}$）

【解析】(1)机械能守恒定律 $mgH=mgR+\frac{1}{2}mv_{\mathrm{D}}^{2}$

牛顿第二定律 $F_{\mathrm{N}}=\frac{mv_{\mathrm{D}}^{2}}{R}=8\mathrm{N}$

牛顿第三定律 $F_{\mathrm{N}}'=F_{\mathrm{N}}=8\mathrm{N}$

方向水平向左

(2)能在斜轨道上到达的最高点为 C' 点，功能关系

$$mgH=\mu mgL_{\mathrm{AB}}+\mu mgL_{\mathrm{BC'}}\cos\theta+mgL_{\mathrm{BC'}}\sin\theta$$

得 $L_{\mathrm{BC'}}=\frac{15}{16}\mathrm{m}<1.0\mathrm{m}$

故不会冲出

(3)滑块运动到距 A 点 x 处的速度为 v，动能定理 $mgH-\mu mgx=\frac{1}{2}mv^{2}$

碰撞后的速度为 v'，动量守恒定律 $mv=3mv'$

设碰撞后滑块滑到斜轨道的高度为 h，动能定理

$$-3\mu mg\left(L_{\mathrm{AB}}-x\right)-3\mu mg\frac{h}{\tan\theta}-3mgh=0-\frac{1}{2}(3m)v'^{2}$$

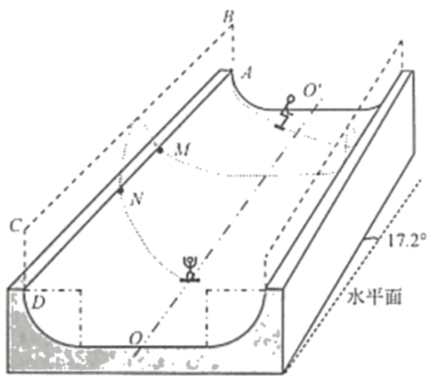
得 $h=\frac{1}{6}x-\frac{5}{48}\left(\frac{5}{8}\mathrm{m}<x\le 1\mathrm{m}\right)$

$$h=0\left(0\leq x\leq \frac{5}{8}\text{m}\right)$$

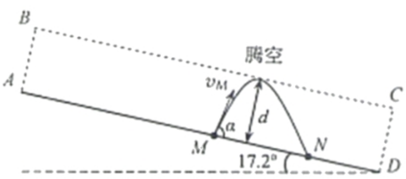
8．（2020·山东卷）单板滑雪 U 型池比赛是冬奥会比赛项目，其场地可以简化为如图甲所示的模型： U 形滑道由两个半径相同的四分之一圆柱面轨道和一个中央的平面直轨道连接而成，轨道倾角为 17.2°。某次练习过程中，运动员以 v_M=10 m/s 的速度从轨道边缘上的 M 点沿轨道的竖直切面 $ABCD$ 滑出轨道，速度方向与轨道边缘线 AD 的夹角 α=72.8°，腾空后沿轨道边缘的 N 点进入轨道。图乙为腾空过程左视图。该运动员可视为质点，不计空气阻力，取重力加速度的大小 g=10 m/s^2， sin72.8°=0.96，cos72.8°=0.30。求：

(1)运动员腾空过程中离开 AD 的距离的最大值 d；

(2)M、N 之间的距离 L。



图甲



图乙

【答案】(1)4.8 m；(2)12 m

【解析】(1)在 M 点，设运动员在 $ABCD$ 面内垂直 AD 方向的分速度为 v_1，

由运动的合成与分解规律得 $v_1=v_M\sin 72.8°$　　①

设运动员在 $ABCD$ 面内垂直 AD 方向的分加速度为 a_1，

由牛顿第二定律得 $mg\cos17.2^\circ=ma_1$　　②

由运动学公式得 $d=\frac{v_1^2}{2a_1}$　　③

联立①②③式，代入数据得 $d=4.8$ m　　④

(2)在 M 点，设运动员在 $ABCD$ 面内平行 AD 方向的分速度为 v_2，

由运动的合成与分解规得

$v_2=v_M\cos72.8^\circ$　　⑤

设运动员在 $ABCD$ 面内平行 AD 方向的分加速度为 a_2，由牛顿第二定律得

$mg\sin17.2^\circ=ma_2$　　⑥

设腾空时间为 t，由运动学公式得

$t=\frac{2v_1}{a_1}$　　⑦

$L=v_2t+\frac{1}{2}a_2t^2$　　⑧

联立①②⑤⑥⑦⑧式，代入数据得

$L=12$ m　　⑨

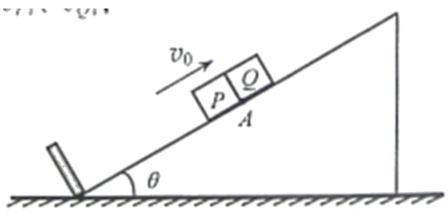
9. （2020·山东卷）如图所示，一倾角为θ的固定斜面的底端安装一弹性挡板，P、Q 两物块的质量分别为 m 和 $4m$，Q 静止于斜面上 A 处。某时刻，P 以沿斜面向上的速度 v_0 与 Q 发生弹性碰撞。Q 与斜面间的动摩擦因数等于 $\tan\theta$，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。P 与斜面间无摩擦，与挡板之间的碰撞无动能损失。两物块均可以看作质点，斜面足够长，Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞。重力加速度大小为 g。

(1)求 P 与 Q 第一次碰撞后瞬间各自的速度大小 v_{P1}、v_{Q1}；

(2)求第 n 次碰撞使物块 Q 上升的高度 h_n；

(3)求物块 Q 从 A 点上升的总高度 H；

(4)为保证在 Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞，求 A 点与挡板之间的最小距离 s。



【答案】(1) P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$，Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$；(2) $h_n=(\frac{7}{25})^{n-1}\cdot\frac{v_0^2}{25g}$ （n=1，2，3……）；(3) $H=\frac{v_0^2}{18g}$；(4) $s=\frac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g\sin\theta}$

【解析】(1)P 与 Q 的第一次碰撞，取 P 的初速度方向为正方向，由动量守恒定律得

$mv_0=mv_{P1}+4mv_{Q1}$ ①

由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_{P1}^2+\frac{1}{2}\cdot 4mv_{Q1}^2$ ②

联立①②式得 $v_{P1}=-\frac{3}{5}v_0$ ③

$v_{Q1}=\frac{2}{5}v_0$ ④

故第一次碰撞后 P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$，Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$

(2)设第一次碰撞后 Q 上升的高度为 h_1，对 Q 由运动学公式得

$0-v_{Q1}{}^2=2\cdot(-2g\sin\theta)\cdot\dfrac{h_1}{\sin\theta}$ ⑤

联立①②⑤式得 $h_1=\dfrac{v_0{}^2}{25g}$ ⑥

设 P 运动至与 Q 刚要发生第二次碰撞前的位置时速度为 v_{02}，第一次碰后至第二次碰前，

对 P 由动能定理得 $\dfrac{1}{2}mv_{02}{}^2-\dfrac{1}{2}mv_{P1}{}^2=-mgh_1$ ⑦

联立①②⑤⑦式得 $v_{02}=\dfrac{\sqrt{7}}{5}v_0$ ⑧

P 与 Q 的第二次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P2}、v_{Q2}，由动量守恒定律得

$mv_{02}=mv_{P2}+4mv_{Q2}$ ⑨

由机械能守恒定律得 $\dfrac{1}{2}mv_{02}{}^2=\dfrac{1}{2}mv_{P2}{}^2+\dfrac{1}{2}\cdot4mv_{Q2}{}^2$ ⑩

联立①②⑤⑦⑨⑩式得 $v_{P2}=-\dfrac{3}{5}\times\dfrac{\sqrt{7}}{5}v_0$ ⑪

$v_{Q2}=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{\sqrt{7}}{5}v_0$ ⑫

设第二次碰撞后 Q 上升的高度为 h_2，对 Q 由运动学公式得

$0-v_{Q2}{}^2=2\cdot(-2g\sin\theta)\cdot\dfrac{h_2}{\sin\theta}$ ⑬

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬式得 $h_2=\dfrac{7}{25}\cdot\dfrac{v_0{}^2}{25g}$ ⑭

设 P 运动至与 Q 刚要发生第三次碰撞前的位置时速度为 v_{03}，

第二次碰后至第三次碰前，对 P 由动能定理得

$\dfrac{1}{2}mv_{03}{}^2-\dfrac{1}{2}mv_{P2}{}^2=-mgh_2$ ⑮

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮式得 $v_{03}=(\frac{\sqrt{7}}{5})^2 v_0$ ⑯

P 与 Q 的第三次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P3}、v_{Q3}，由动量守恒定律得

$mv_{03}=mv_{P3}+4mv_{Q3}$ ⑰

由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_{03}{}^2=\frac{1}{2}mv_{P3}{}^2+\frac{1}{2}\cdot 4mv_{Q3}{}^2$ ⑱

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱式得 $v_{P3}=-\frac{3}{5}\times(\frac{\sqrt{7}}{5})^2 v_0$ ⑲

$v_{Q3}=\frac{2}{5}\times(\frac{\sqrt{7}}{5})^2 v_0$ ⑳

设第三次碰撞后 Q 上升的高度为 h_3，对 Q 由运动学公式⑩得

$0-v_{Q3}{}^2=2\cdot(-2g\sin\theta)\cdot\frac{h_3}{\sin\theta}$ ㉑

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱㉑式得

$h_3=(\frac{7}{25})^2\cdot\frac{v_0{}^2}{25g}$ ㉒

总结可知，第 n 次碰撞后，物块 Q 上升的高度为

$h_n=(\frac{7}{25})^{n-1}\cdot\frac{v_0{}^2}{25g}$ （n=1，2，3……） ㉓

(3)当 P、Q 达到 H 时，两物块到此处的速度可视为零，对两物块运动全过程由动能定理得 $0-\frac{1}{2}mv_0{}^2=-(m+4m)gH-\tan\theta\cdot 4mg\cos\theta\cdot\frac{H}{\sin\theta}$ ㉔

解得 $H=\frac{v_0{}^2}{18g}$ ㉕

(4)设 Q 第一次碰撞至速度减为零需要的时间为 t_1，由运动学公式得

$v_{Q1}=2gt_1\sin\theta$ ㉖

设 P 运动到斜面底端时的速度为 v_{P1}'，需要的时间为 t_2，由运动学公式得

$v_{P1}' = v_{P1} + gt_2 \sin\theta$ ㉗

$v_{P1}'^2 - v_{P1}^2 = 2sg \sin\theta$ ㉘

设 P 从 A 点到 Q 第一次碰后速度减为零处匀减速运动的时间为 t_3

$v_{02} = (-v_{P1}) - gt_3 \sin\theta$ ㉙

当 A 点与挡板之间的距离最小时 $t_1 = 2t_2 + t_3$ ㉚

联立㉖㉗㉘㉙㉚式，代入数据得 $s = \dfrac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g\sin\theta}$ ㉛

10. （2020·天津卷）长为 l 的轻绳上端固定，下端系着质量为 m_1 的小球 A，处于静止状态。A 受到一个水平瞬时冲量后在竖直平面内做圆周运动，恰好能通过圆周轨迹的最高点。当 A 回到最低点时，质量为 m_2 的小球 B 与之迎面正碰，碰后 A、B 粘在一起，仍做圆周运动，并能通过圆周轨迹的最高点。不计空气阻力，重力加速度为 g，求

（1）A 受到的水平瞬时冲量 I 的大小；

（2）碰撞前瞬间 B 的动能 E_k 至少多大？

【答案】（1） $I = m_1\sqrt{5gl}$ ；（2） $E_k = \dfrac{5gl(2m_1+m_2)^2}{2m_2}$

（1）A 恰好能通过圆周轨迹的最高点，此时轻绳的拉力刚好为零，设 A 在最高点时的速度大小为 v，由牛顿第二定律，有 $m_1 g = m_1\dfrac{v^2}{l}$ ①

A 从最低点到最高点的过程中机械能守恒，取轨迹最低点处重力势能为零，设 A 在最低点的速度大小为 v_A，有 $\frac{1}{2}m_1v_A^2=\frac{1}{2}m_1v^2+2m_1gl$ ②

由动量定理，有 $I=m_1v_A$ ③

联立①②③式，得 $I=m_1\sqrt{5gl}$ ④

（2）设两球粘在一起时速度大小为 v'，A、B 粘在一起后恰能通过圆周轨迹的最高点，需满足

$v'=v_A$ ⑤

要达到上述条件，碰后两球速度方向必须与碰前 B 的速度方向相同，以此方向为正方向，设 B 碰前瞬间的速度大小为 v_B，由动量守恒定律，有

$m_2v_B-m_1v_A=(m_1+m_2)v'$ ⑥

又 $E_k=\frac{1}{2}m_2v_B^2$ ⑦

联立①②⑤⑥⑦式，得碰撞前瞬间 B 的动能 E_k 至少为

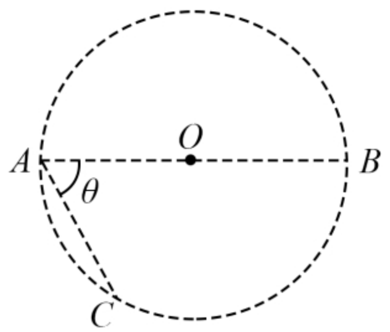
$$E_k=\frac{5gl(2m_1+m_2)^2}{2m_2}$$ ⑧

1．（2020·新课标I卷）在一柱形区域内有匀强电场，柱的横截面积是以 O 为圆心，半径为 R 的圆，AB 为圆的直径，如图所示。质量为 m，电荷量为 q（$q>0$）的带电粒子在纸面内自 A 点先后以不同的速度进入电场，速度方向与电场的方向垂直。已知刚进入电场时速度为零的粒子，自圆周上的 C 点以速率 v_0 穿出电场，AC 与 AB 的夹角 $\theta=60°$。运动中粒子仅受电场力作用。

（1）求电场强度的大小；

(2)为使粒子穿过电场后的动能增量最大,该粒子进入电场时的速度应为多大？

（3）为使粒子穿过电场前后动量变化量的大小为 mv_0，该粒子进入电场时的速度应为多大？



【答案】(1) $E=\frac{mv_0^2}{2qR}$；(2) $v_1=\frac{\sqrt{2}v_0}{4}$；(3)0 或 $v_2=\frac{\sqrt{3}v_0}{2}$

【解析】（1）由题意知在 A 点速度为零的粒子会沿着电场线方向运动，由于 $q>0$，故电场线由 A 指向 C，根据几何关系可知：$x_{AC}=R$

所以根据动能定理有：$qEx_{AC}=\frac{1}{2}mv_0^2-0$

解得：$E=\frac{mv_0^2}{2qR}$；

（2）根据题意可知要使粒子动能增量最大则沿电场线方向移动距离最多，做 AC 垂线并且与圆相切，切点为 D，即粒子要从 D 点射出时沿电场线方向移动距离最多，粒子在电场中做类平抛运动，根据几何关系有 $x=R\sin 60^\circ=v_1t$

$y=R+R\cos 60^\circ=\frac{1}{2}at^2$

而电场力提供加速度有 $qE=ma$

联立各式解得粒子进入电场时的速度：$v_1=\dfrac{\sqrt{2}v_0}{4}$ ；

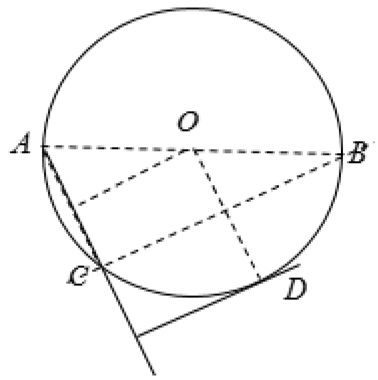
（3）因为粒子在电场中做类平抛运动，粒子穿过电场前后动量变化量大小为 mv_0，即在电场方向上速度变化为 v_0，过 C 点做 AC 垂线会与圆周交于 B 点，故由题意可知粒子会从 C 点或 B 点射出。当从 B 点射出时由几何关系有

$$x_{BC}=\sqrt{3}R=v_2t_2$$

$$x_{AC}=R=\frac{1}{2}at_2^2$$

电场力提供加速度有 $qE=ma$

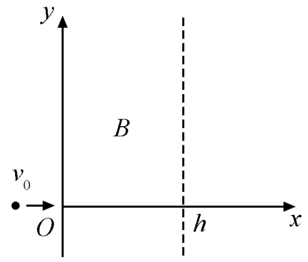
联立解得 $v_2=\dfrac{\sqrt{3}v_0}{2}$ ；当粒子从 C 点射出时初速度为 0。



2．（2020·新课标II卷）如图，在 0≤x≤h，$-\infty<y<+\infty$ 区域中存在方向垂直于纸面的匀强磁场，磁感应强度 B 的大小可调，方向不变。一质量为 m，电荷量为 q（q>0）的粒子以速度 v_0 从磁场区域左侧沿 x 轴进入磁场，不计重力。

（1）若粒子经磁场偏转后穿过 y 轴正半轴离开磁场，分析说明磁场的方向，并求在这种情况下磁感应强度的最小值 B_m；

（2）如果磁感应强度大小为$\frac{B_m}{2}$，粒子将通过虚线所示边界上的一点离开磁场。求粒子在该点的运动方向与 x 轴正方向的夹角及该点到 x 轴的距离。



【答案】（1）磁场方向垂直于纸面向里；$B_m=\frac{mv_0}{qh}$；（2）$\alpha=\frac{\pi}{6}$；$y=(2-\sqrt{3})h$

【解析】（1）由题意，粒子刚进入磁场时应受到方向向上的洛伦兹力，因此磁场方向垂直于纸面向里。设粒子进入磁场中做圆周运动的半径为 R，根据洛伦兹力公式和圆周运动规律，有

$$qv_0B=m\frac{v_0^2}{R}①$$

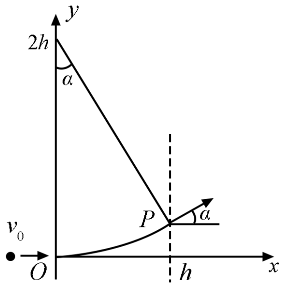
由此可得 $R=\frac{mv_0}{qB}$②

粒子穿过 y 轴正半轴离开磁场，其在磁场中做圆周运动的圆心在 y 轴正半轴上，半径应满足 $R\le h$③

由题意，当磁感应强度大小为 B_m 时，粒子的运动半径最大，由此得 $B_m=\frac{mv_0}{qh}$④

（2）若磁感应强度大小为$\frac{B_m}{2}$，粒子做圆周运动的圆心仍在 y 轴正半轴上，由②④式可得，此时圆弧半径为 $R'=2h$⑤

粒子会穿过图中 P 点离开磁场，运动轨迹如图所示。设粒子在 P 点的运动方向与 x 轴正方向的夹角为 α，



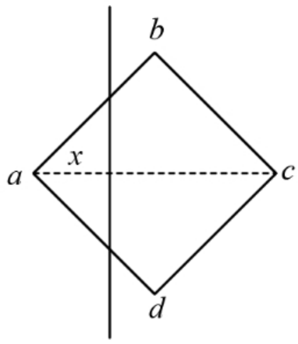
由几何关系$\sin\alpha=\frac{h}{2h}=\frac{1}{2}$⑥

即$\alpha=\frac{\pi}{6}$⑦

由几何关系可得，P点与x轴的距离为$y=2h(1-\cos\alpha)$⑧

联立⑦⑧式得$y=(2-\sqrt{3})h$⑨

3．（2020·新课标III卷）如图，一边长为l_0的正方形金属框$abcd$固定在水平面内，空间存在方向垂直于水平面、磁感应强度大小为B的匀强磁场。一长度大于$\sqrt{2}l_0$的均匀导体棒以速率v自左向右在金属框上匀速滑过，滑动过程中导体棒始终与ac垂直且中点位于ac上，导体棒与金属框接触良好。已知导体棒单位长度的电阻为r，金属框电阻可忽略。将导体棒与a点之间的距离记为x，求导体棒所受安培力的大小随x（$0\le x\le\sqrt{2}l_0$）变化的关系式。



【答案】$F=\begin{cases}\dfrac{2B^2v}{r}x, & \left(0\leq x\leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0\right)\\ \dfrac{2B^2v}{r}\left(\sqrt{2}l_0-x\right), & \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0<x\leq \sqrt{2}l_0\right)\end{cases}$

【解析】当导体棒与金属框接触的两点间棒的长度为 l 时，由法第电磁感应定律可知导体棒上感应电动势的大小为 $E=Blv$

由欧姆定律可知流过导体棒的感应电流为 $I=\dfrac{E}{R}$

式中 R 为这一段导体棒的电阻。按题意有 $R=rl$

此时导体棒所受安培力大小为 $F=BIl$

由题设和几何关系有 $l=\begin{cases}2x, & \left(0\leq x\leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0\right)\\ 2(\sqrt{2}l_0-x), & \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0<x\leq \sqrt{2}l_0\right)\end{cases}$

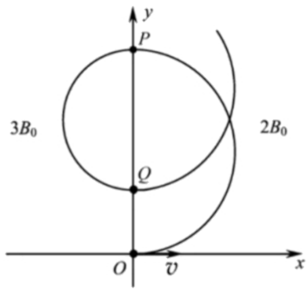
联立各式得 $F=\begin{cases}\dfrac{2B^2v}{r}x, & \left(0\leq x\leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0\right)\\ \dfrac{2B^2v}{r}\left(\sqrt{2}l_0-x\right), & \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}l_0<x\leq \sqrt{2}l_0\right)\end{cases}$

4. （2020·江苏卷）空间存在两个垂直于 Oxy 平面的匀强磁场，y 轴为两磁场的边界，磁感应强度分别为 $2B_0$、$3B_0$。甲、乙两种比荷不同的粒子同时从原点 O 沿 x 轴正向射入磁场，速度均为 v。甲第 1 次、第 2 次经过 y 轴的位置分别为 P、Q，其轨迹如图所示。甲经过 Q 时，乙也恰好同时经过该点。已知甲的质量为 m，电荷量为 q。不考虑粒子间的相互作用和重力影响。求：

(1)Q 到 O 的距离 d；

(2)甲两次经过 P 点的时间间隔 Δt ；

(3)乙的比荷 $\frac{q'}{m'}$ 可能的最小值。



【答案】(1) $d=\frac{mv}{3qB_0}$ ；(2) $t=\frac{5\pi m}{2qB_0}$ ；(3) $\frac{q'}{m'}=\frac{2q}{m}$

【解析】(1)带电粒子在磁场中做匀速圆周运动，由洛伦兹力提供向心力，由

$qvB=m\frac{v^2}{R}$ 得，

$R_1=\frac{mv}{2qB_0}$， $R_2=\frac{mv}{3qB_0}$

Q、O 的距离为：$d=2R_1-2R_2=\frac{mv}{3qB_0}$

(2)由(1)可知，完成一周期运动上升的距离为 d，粒子再次经过 P，经过 N 个周期，

$N=\frac{OP}{d}=\frac{2R_1}{d}=3$

所以，再次经过 P 点的时间为

$t=NT=3T$

由匀速圆周运动的规律得，

$$T_1=\frac{2\pi R_1}{v}=\frac{\pi m}{qB_0}$$

$$T_2=\frac{2\pi R_2}{v}=\frac{2\pi m}{3qB_0}$$

绕一周的时间为：$T=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}$

解得：$T=\frac{5\pi m}{6qB_0}$

所以，再次经过 P 点的时间为$t=3T=\frac{5\pi m}{2qB_0}$

两次经过 P 点的时间间隔为：$\Delta t=t-\frac{T_1}{2}$

解得：$\Delta t=\frac{2\pi m}{qB_0}$

(3)由洛伦兹力提供向心力，由 $qvB=m\frac{v^2}{R}$ 得，

$$R_1'=\frac{m'v}{2q'B_0}$$

$$R_2'=\frac{m'v}{3q'B_0}$$

$$d'=2R_1'-2R_2'$$

若乙粒子从第一象限进入第二象限的过程中与甲粒子在 Q 点相遇，则：

$$2R_1'+nd'=OQ=d$$

$$n(\frac{T_1^{'}}{2}+\frac{T_2^{'}}{2})+\frac{T_1^{'}}{2}=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}$$

结合以上式子，n 无解。

若乙粒子从第二象限进入第一象限的过程中与甲离子在 Q 点相遇，则：

$$nd'=OQ$$

$$n(\frac{T_1^{'}}{2}+\frac{T_2^{'}}{2})=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}$$

计算可得 $\frac{q'}{m'}=n\frac{q}{m}$ （n=1，2，3……）

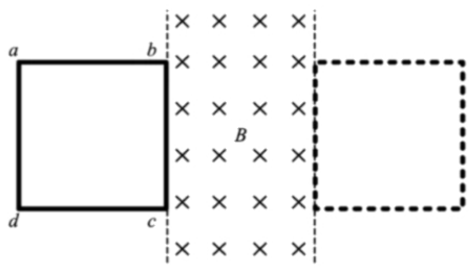
由于甲乙粒子比荷不同，则 n=2 时，乙的比荷 $\frac{q'}{m'}$ 最小，为 $\frac{q'}{m'}=\frac{2q}{m}$

5．（2020·江苏卷）如图所示，电阻为 0.1Ω 的正方形单匝线圈 $abcd$ 的边长为 0.2m，bc 边与匀强磁场边缘重合。磁场的宽度等于线圈的边长，磁感应强度大小为 0.5T。在水平拉力作用下，线圈以 8m/s 的速度向右穿过磁场区域。求线圈在上述过程中：

(1)感应电动势的大小 E；

(2)所受拉力的大小 F；

(3)感应电流产生的热量 Q。



【答案】(1)0.8V；(2)0.8N；(3)0.32J

【解析】(1)由题意可知当线框切割磁感线是产生的电动势为

$$E = BLv = 0.5\times 0.2\times 8\text{V} = 0.8\text{V}$$

(2)因为线框匀速运动故所受拉力等于安培力，有

$$F = F_{安}=BIL$$

根据闭合电路欧姆定律有

$$I = \frac{E}{R}$$

结合(1)联立各式代入数据可得 F=0.8N；

(3)线框穿过磁场所用的时间为

$$t = \frac{2L}{v} = \frac{2\times 0.2}{8}\text{s} = 0.05\text{s}$$

故线框穿越过程产生的热量为

$$Q = I^2Rt = \frac{E^2}{R}t = \frac{0.8^2}{0.1}\times 0.05\text{J}=0.32\text{J}$$

6．（2020·浙江卷）如图 1 所示，在绝缘光滑水平桌面上，以 O 为原点、水平向右为正方向建立 x 轴，在 $0 \le x \le 1.0\text{m}$ 区域内存在方向竖直向上的匀强磁场。桌面上有一边长 $L = 0.5\text{m}$、电阻 $R = 0.25\Omega$ 的正方形线框 $abcd$，当平行于磁场边界的 cd 边进入磁场时，在沿 x 方向的外力 F 作用下以 $v = 1.0\text{m/s}$ 的速度做匀速运动，直到 ab 边进入磁场时撤去外力。若以 cd 边进入磁场时作为计时起点，在 $0 \le t \le 1.0\text{s}$ 内磁感应强度 B 的大小与时间 t 的关系如图 2 所示，在 $0 \le t \le 1.3\text{s}$ 内线框始终做匀速运动。

(1)求外力 F 的大小；

(2)在 $1.0\text{s} \le t \le 1.3\text{s}$ 内存在连续变化的磁场，求磁感应强度 B 的大小与时间 t 的关系；

(3)求在 $0 \le t \le 1.3\text{s}$ 内流过导线横截面的电荷量 q。

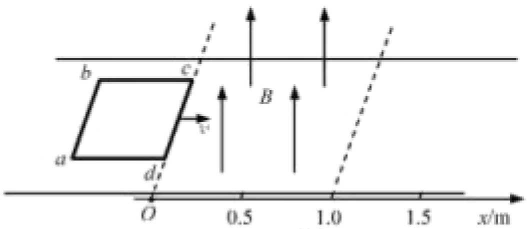


图 1

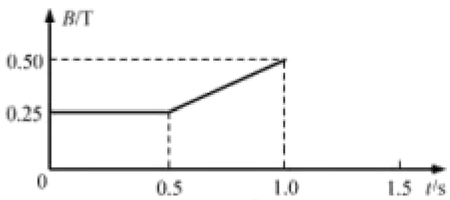


图 2

【答案】(1) 0.0625N；(2) $B=\dfrac{1}{6-4t}$；(3) 0.5C

【解析】(1)由图 2 可知 $t_0=0, B_0=0.25\text{T}$，则回路电流 $I=\dfrac{B_0Lv}{R}$

安培力 $F_A=\dfrac{B_0^2L^2}{R}v$

所以外力 $F=F_A=0.0625\text{N}$

(2)匀速出磁场，电流为 0，磁通量不变 $\Phi_1=\Phi$，$t_1=1.0\text{s}$ 时，$B_1=0.5\text{T}$，磁通量 $\Phi_1=B_1L^2$，则 t 时刻，磁通量 $\Phi=BL\left[L-v\left(t-t_1\right)\right]$

解得 $B=\dfrac{1}{6-4t}$

(3) $0 \le t \le 0.5\text{s}$ 电荷量 $q_1=\dfrac{B_0L^2}{R}=0.25\text{C}$

$0.5\text{s} \le t \le 1.0\text{s}$ 电荷量

$$q_2=\frac{B_1L^2-B_0L^2}{R}=0.25\text{C}$$

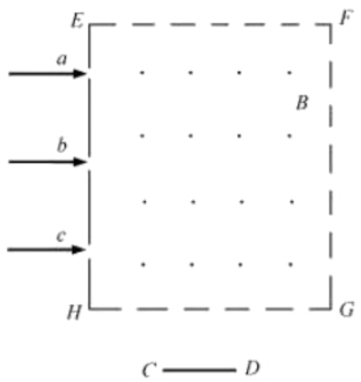
总电荷量$q=q_1+q_2=0.5\text{C}$

7．（2020·浙江卷）某种离子诊断测量简化装置如图所示。竖直平面内存在边界为矩形$EFGH$、方向垂直纸面向外、磁感应强度大小为B的匀强磁场，探测板CD平行于HG水平放置，能沿竖直方向缓慢移动且接地。a、b、c三束宽度不计、间距相等的离子束中的离子均以相同速度持续从边界EH水平射入磁场，b束中的离子在磁场中沿半径为R的四分之一圆弧运动后从下边界HG竖直向下射出，并打在探测板的右边缘D点。已知每束每秒射入磁场的离子数均为N，离子束间的距离均为$0.6R$，探测板CD的宽度为$0.5R$，离子质量均为m、电荷量均为q，不计重力及离子间的相互作用。

(1)求离子速度v的大小及c束中的离子射出磁场边界HG时与H点的距离s；

(2)求探测到三束离子时探测板与边界HG的最大距离$L_{\max}$；

(3)若打到探测板上的离子被全部吸收，求离子束对探测板的平均作用力的竖直分量F与板到HG距离L的关系。



【答案】(1) $v=\dfrac{qBR}{m}$， $0.8R$；(2) $L_{\max}=\dfrac{4}{15}R$；(3)当 $0<L\leqslant\dfrac{4}{15}R$ 时：$F_1=2.6NqBR$；

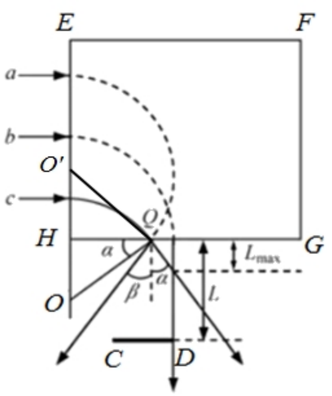
当 $\dfrac{4}{15}R<L\leqslant0.4R$ 时：$F_2=1.8NqBR$；当 $L>0.4R$ 时：$F_3=NqBR$

【解析】(1)离子在磁场中做圆周运动 $qvB=\dfrac{mv^2}{R}$

得粒子的速度大小 $v=\dfrac{qBR}{m}$

令 c 束中的离子运动轨迹对应的圆心为 O，从磁场边界 HG 边的 Q 点射出，则由几何关系可得

$OH=0.6R$， $s=HQ=\sqrt{R^2-(0.6R)^2}=0.8R$



(2) a 束中的离子运动轨迹对应的圆心为 O'，从磁场边界 HG 边射出时距离 H 点的距离为 x，由几何关系可得 $HO'=aH-R=0.6R$

$x=\sqrt{R^2-HO'^2}=0.8R$

即 a、c 束中的离子从同一点 Q 射出，离开磁场的速度分别于竖直方向的夹角为 β、α，由几何关系可得

$\alpha=\beta$

探测到三束离子，则 c 束中的离子恰好达到探测板的 D 点时，探测板与边界 HG 的距离最大，

$$\tan\alpha=\frac{R-s}{L_{\max}}=\frac{OH}{s}$$

则 $L_{\max}=\frac{4}{15}R$

(3)a 或 c 束中每个离子动量的竖直分量 $p_z=p\cos\alpha=0.8qBR$

当 $0<L\leqslant\frac{4}{15}R$ 时所有离子都打在探测板上，故单位时间内离子束对探测板的平均作用力

$$F_1=Np+2Np_z=2.6NqBR$$

当 $\frac{4}{15}R<L\leqslant 0.4R$ 时， 只有 b 和 c 束中离子打在探测板上，则单位时间内离子束对探测板的平均作用力为

$$F_2=Np+Np_z=1.8NqBR$$

当 $L>0.4R$ 时， 只有 b 束中离子打在探测板上，则单位时间内离子束对探测板的平均作用力为 $F_3=Np=NqBR$

8. （2020·山东卷）某型号质谱仪的工作原理如图甲所示。M、N 为竖直放置的两金属板，两板间电压为 U，Q 板为记录板，分界面 P 将 N、Q 间区域分为宽度均为 d 的 I、II两部分，M、N、P、Q 所在平面相互平行，a、b 为 M、N 上两正对的小

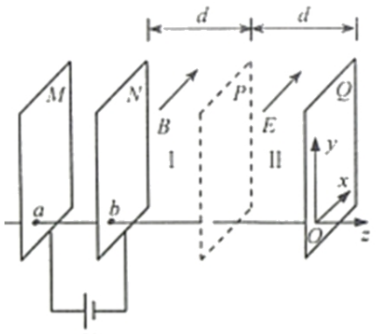
孔。以 a、b 所在直线为 z 轴， 向右为正方向，取 z 轴与 Q 板的交点 O 为坐标原点，以平行于 Q 板水平向里为 x 轴正方向，竖直向上为 y 轴正方向，建立空间直角坐标系 $Oxyz$。区域 I、II 内分别充满沿 x 轴正方向的匀强磁场和匀强电场，磁感应强度大小、电场强度大小分别为 B 和 E。一质量为 m，电荷量为 $+q$ 的粒子，从 a 孔飘入电场（初速度视为零），经 b 孔进入磁场，过 P 面上的 c 点（图中未画出）进入电场，最终打到记录板 Q 上。不计粒子重力。

(1)求粒子在磁场中做圆周运动的半径 R 以及 c 点到 z 轴的距离 L；

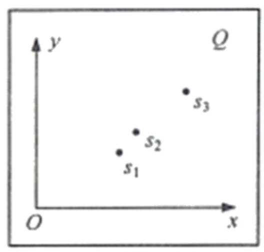
(2)求粒子打到记录板上位置的 x 坐标；

(3)求粒子打到记录板上位置的 y 坐标（用 R、d 表示）；

(4)如图乙所示，在记录板上得到三个点 s_1、s_2、s_3，若这三个点是质子 ${}_1^1\mathrm{H}$、氚核 ${}_1^3\mathrm{H}$、氦核 ${}_2^4\mathrm{He}$ 的位置，请写出这三个点分别对应哪个粒子（不考虑粒子间的相互作用，不要求写出推导过程）。



图甲



图乙

【答案】(1) $R=\dfrac{\sqrt{2mqU}}{qB}$ $L=\dfrac{\sqrt{2mqU}}{qB}-\sqrt{\dfrac{2mU}{qB^2}-d^2}$ ；(2) $x=\dfrac{md^2E}{4mU-2qd^2B^2}$ ；(3) $y=R-\sqrt{R^2-d^2}+\dfrac{d^2}{\sqrt{R^2-d^2}}$ ；(4) s_1、s_2、s_3 分别对应氚核 ${}_1^3\mathrm{H}$、氦核 ${}_2^4\mathrm{He}$、质子 ${}_1^1\mathrm{H}$ 的位置

【解析】(1)设粒子经加速电场到 b 孔的速度大小为 v，粒子在区域 I 中，做匀速圆周运动对应圆心角为 α，在 M、N 两金属板间，由动能定理得 $qU=\frac{1}{2}mv^2$ ①

在区域 I 中，粒子做匀速圆周运动，磁场力提供向心力，由牛顿第二定律得

$$qvB=m\frac{v^2}{R} \quad ②$$

联立①②式得 $R=\frac{\sqrt{2mqU}}{qB}$ ③

由几何关系得 $d^2+(R-L)^2=R^2$ ④

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{R^2-d^2}}{R} \quad ⑤$$

$$\sin\alpha=\frac{d}{R} \quad ⑥$$

联立①②④式得 $L=\frac{\sqrt{2mqU}}{qB}-\sqrt{\frac{2mU}{qB^2}-d^2}$ ⑦

(2)设区域Ⅱ中粒子沿 z 轴方向的分速度为 v_z，沿 x 轴正方向加速度大小为 a，位移大小为 x，运动时间为 t，由牛顿第二定律得 $qE=ma$ ⑧

粒子在 z 轴方向做匀速直线运动，由运动合成与分解的规律得

$$v_z=v\cos\alpha \quad ⑨$$

$$d=v_zt \quad ⑩$$

粒子在 x 方向做初速度为零的匀加速直线运动，由运动学公式得

$$x=\frac{1}{2}at^2 \quad ⑪$$

联立①②⑤⑧⑨⑩⑪式得

$$x=\frac{md^2E}{4mU-2qd^2B^2}$$ ⑫

(3)设粒子沿 y 方向偏离 z 轴的距离为 y，其中在区域Ⅱ中沿 y 方向偏离的距离为 y'，由运动学公式得

$y'=vt\sin\alpha$ ⑬

由题意得

$y=L+y'$ ⑭

联立①④⑥⑨⑩⑬⑭式

$$y=R-\sqrt{R^2-d^2}+\frac{d^2}{\sqrt{R^2-d^2}}$$ ⑮

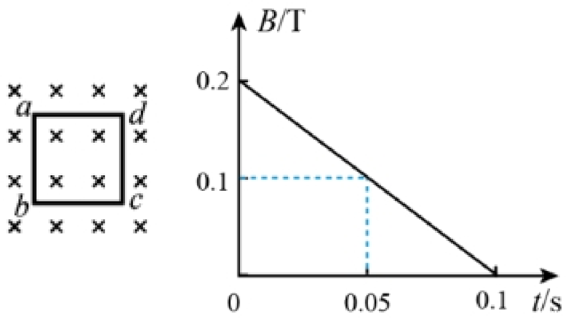
(4)s_1、s_2、s_3 分别对应氚核 ${}_1^3\mathrm{H}$、氦核 ${}_2^4\mathrm{He}$、质子 ${}_1^1\mathrm{H}$ 的位置。

9. （2020·天津卷）如图所示，垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度 B 随时间 t 均匀变化。正方形硬质金属框 $abcd$ 放置在磁场中，金属框平面与磁场方向垂直，电阻 $R=0.1\Omega$，边长 $l=0.2\mathrm{m}$。求

（1）在 $t=0$ 到 $t=0.1\mathrm{s}$ 时间内，金属框中的感应电动势 E；

（2）$t=0.05\mathrm{s}$ 时，金属框 ab 边受到的安培力 F 的大小和方向；

（3）在 $t=0$ 到 $t=0.1\mathrm{s}$ 时间内，金属框中电流的电功率 P。



【答案】（1）0.08V；（2）0.016N，方向垂直于 ab 向左；（3）0.064W

【解析】（1）在 $t=0$ 到 $t=0.1\text{s}$ 的时间 Δt 内，磁感应强度的变化量 $\Delta B=0.2\text{T}$，设穿过金属框的磁通量变化量为 $\Delta\Phi$，有 $\Delta\Phi=\Delta Bl^2$ ①

由于磁场均匀变化，金属框中产生的电动势是恒定的，有

$E=\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ②

联立①②式，代入数据，解得 $E=0.08\text{V}$ ③

（2）设金属框中的电流为 I，由闭合电路欧姆定律，有 $I=\dfrac{E}{R}$ ④

由图可知，$t=0.05\text{s}$ 时，磁感应强度为 $B_1=0.1\text{T}$，金属框 ab 边受到的安培力

$F=IlB_1$ ⑤

联立①②④⑤式，代入数据，解得 $F=0.016\text{N}$ ⑥

方向垂直于 ab 向左。⑦

（3）在 $t=0$ 到 $t=0.1\text{s}$ 时间内，金属框中电流的电功率 $P=I^2R$ ⑧

联立①②④⑧式，代入数据，解得 $P=0.064\text{W}$ ⑨

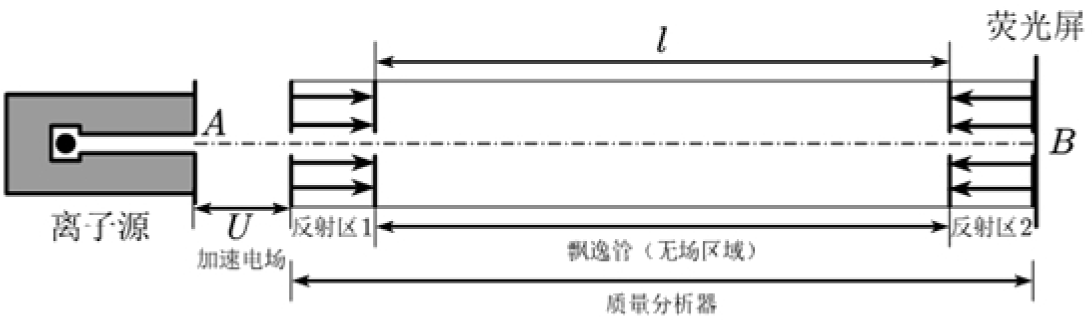
10．（2020·天津卷）多反射飞行时间质谱仪是一种测量离子质量的新型实验仪器，其基本原理如图所示，从离子源 A 处飘出的离子初速度不计，经电压为 U

的匀强电场加速后射入质量分析器。质量分析器由两个反射区和长为 l 的漂移管（无场区域）构成，开始时反射区 1、2 均未加电场，当离子第一次进入漂移管时，两反射区开始加上电场强度大小相等、方向相反的匀强电场，其电场强度足够大，使得进入反射区的离子能够反射回漂移管。离子在质量分析器中经多次往复即将进入反射区 2 时，撤去反射区的电场，离子打在荧光屏 B 上被探测到，可测得离子从 A 到 B 的总飞行时间。设实验所用离子的电荷量均为 q，不计离子重力。

（1）求质量为 m 的离子第一次通过漂移管所用的时间 T_1；

（2）反射区加上电场，电场强度大小为 E，求离子能进入反射区的最大距离 x；

（3）已知质量为 m_0 的离子总飞行时间为 t_0，待测离子的总飞行时间为 t_1，两种离子在质量分析器中反射相同次数，求待测离子质量 m_1。



【答案】（1）$T_1=\sqrt{\dfrac{ml^2}{2qU}}$；（2）$x=\dfrac{U}{E}$；（3）$m_1=\left(\dfrac{t_1}{t_0}\right)^2 m_0$

【解析】（1）设离子经加速电场加速后的速度大小为 v，有

$$qU=\frac{1}{2}mv^2$$

①

离子在漂移管中做匀速直线运动，则

$$T_1=\frac{l}{v}$$

②

联立①②式，得

$$T_1=\sqrt{\frac{ml^2}{2qU}}$$

③

（2）根据动能定理，有

$$qU-qEx=0$$

④

得 $x=\frac{U}{E}$

⑤

（3）离子在加速电场中运动和反射区电场中每次单向运动均为匀变速直线运动，平均速度大小均相等，设其为$\bar{v}$，有

$$\bar{v}=\frac{v}{2}$$

⑥

通过⑤式可知，离子在反射区的电场中运动路程是与离子本身无关的，所以不同离子在电场区运动的总路程相等，设为L_1，在无场区的总路程设为L_2，根据题目条件可知，离子在无场区速度大小恒为v，设离子的总飞行时间为$t_{总}$。有

$$t_{总}=\frac{L_1}{\bar{v}}+\frac{L_2}{v}$$

⑦

联立①⑥⑦式，得

$$t_{总}=(2L_1+L_2)\sqrt{\frac{m}{2qU}}$$

⑧

可见，离子从 A 到 B 的总飞行时间与 $\sqrt{m}$ 成正比。由题意可得

$$\frac{t_1}{t_0}=\sqrt{\frac{m_1}{m_0}}$$

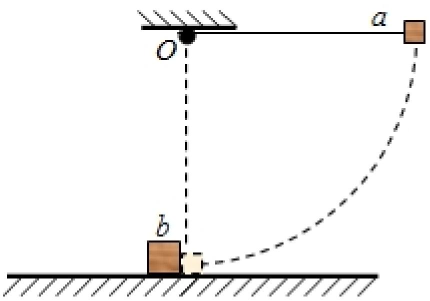
可得 $m_1=\left(\frac{t_1}{t_0}\right)^2 m_0$

⑨

十年高考真题分类汇编(2010－2019) 物理

专题 20 综合计算题

1.(2019•海南卷•T13)如图，用不可伸长轻绳将物块 a 悬挂在 O 点：初始时，轻绳处于水平拉直状态。现将 a 由静止释放，当物块 a 下摆至最低点时，恰好与静止在水平面上的物块 b 发生弹性碰撞(碰撞时间极短)，碰撞后 b 滑行的最大距离为 s。已知 b 的质量是 a 的 3 倍。b 与水平面间的动摩擦因数为 μ，重力加速度大小为 g。求



(1)碰撞后瞬间物块 b 速度的大小；

(2)轻绳的长度。

【答案】(1) $\sqrt{2\mu gs}$　　　(2) 4μs

【解析】

(1)设 a 的质量为 m，则 b 的质量为 3m。

碰撞后 b 滑行过程，根据动能定理得 $-\mu\cdot 3mgs=0-\frac{1}{2}\cdot 3mv_b^2$ 。

解得，碰撞后瞬间物块 b 速度的大小 $v_b=\sqrt{2\mu gs}$

(2)对于 a、b 碰撞过程，取水平向左为正方向，根据动量守恒定律得 $mv_0=mv_a+3mv_b$。

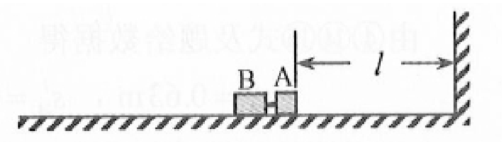
根据机械能守恒得 $\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_a^2+\frac{1}{2}\cdot 3mv_b^2$。

设轻绳的长度为 L，对于 a 下摆的过程，根据机械能守恒得 $mgL=\frac{1}{2}\cdot mv_0^2$。

联立解得 L=4μs。

2.(2019•全国III卷•T12)静止在水平地面上的两小物块 *A*、*B*，质量分别为 m_A=l.0kg，m_B=4.0kg；两者之间有一被压缩的微型弹簧，*A* 与其右侧的竖直墙壁距离 *l*=1.0m，如图所示。某时刻，将压缩的微型弹簧释放，使 *A*、*B* 瞬间分离，两物块获得的动能之和为 E_k=10.0J。释放后，*A* 沿着与墙壁垂直的方向向右运动。*A*、*B* 与地面之间的动摩擦因数均为 *u*=0.20。重力加速度取 *g*=10m/s²。*A*、*B* 运动过程中所涉及的碰撞均为弹性碰撞且碰撞时间极短。

(1)求弹簧释放后瞬间 *A*、*B* 速度的大小；



(2)物块 *A*、*B* 中的哪一个先停止？该物块刚停止时 *A* 与 *B* 之间的距离是多少？

(3)*A* 和 *B* 都停止后，*A* 与 *B* 之间的距离是多少？

【答案】(1)v_A=4.0m/s，v_B=1.0m/s；(2)*A* 先停止；　0.50m；(3)0.91m；

【解析】

首先需要理解弹簧释放后瞬间的过程内 A、B 组成的系统动量守恒，再结合能量关系求解出 A、B 各自的速度大小；很容易判定 A、B 都会做匀减速直线运动，并且易知是 B 先停下，

至于 A 是否已经到达墙处，则需要根据计算确定，结合几何关系可算出第二问结果；再判断 A 向左运动停下来之前是否与 B 发生碰撞，也需要通过计算确定，结合空间关系，列式求解即可。

(1)设弹簧释放瞬间 A 和 B 的速度大小分别为 v_A、v_B，以向右为正，由动量守恒定律和题给条件有

$0=m_Av_A-m_Bv_B$①

$E_k=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$ ②

联立①②式并代入题给数据得

v_A=4.0m/s，v_B=1.0m/s

(2)A、B 两物块与地面间的动摩擦因数相等，因而两者滑动时加速度大小相等，设为 a。假设 A 和 B 发生碰撞前，已经有一个物块停止，此物块应为弹簧释放后速度较小的 B。设从弹簧释放到 B 停止所需时间为 t，B 向左运动的路程为 s_B。，则有

$m_Ba=\mu m_Bg$ ④

$s_B=v_Bt-\frac{1}{2}at^2$ ⑤

$v_B-at=0$ ⑥

在时间 t 内，A 可能与墙发生弹性碰撞，碰撞后 A 将向左运动，碰撞并不改变 A 的速度大小，所以无论此碰撞是否发生，A 在时间 t 内的路程 S_A 都可表示为

$s_A=v_At-\frac{1}{2}at^2$ ⑦

联立③④⑤⑥⑦式并代入题给数据得

s_A=1.75m，s_B=0.25m⑧

这表明在时间 t 内 A 已与墙壁发生碰撞，但没有与 B 发生碰撞，此时 A 位于出发点右边 0.25m 处。B 位于出发点左边 0.25m 处，两物块之间的距离 s 为

s=0 25m+0.25m=0.50m⑨

(3)t 时刻后 A 将继续向左运动，假设它能与静止的 B 碰撞，碰撞时速度的大小为 v_A'，由动能定理有

$$\frac{1}{2}m_A v_A'^2-\frac{1}{2}m_A v_A^2=-\mu m_A g\left(2l+s_B\right) \quad ⑩$$

联立③⑧⑩式并代入题给数据得

$$v_A'=\sqrt{7}\mathrm{m/s} \quad ⑪$$

故 A 与 B 将发生碰撞。设碰撞后 A、B 的速度分别为 v_A''以和 v_B''，由动量守恒定律与机械能守恒定律有

$$m_A\left(-v_A'\right)=m_A v_A''+m_B v_B'' \quad ⑫$$

$$\frac{1}{2}m_A v_A'^2=\frac{1}{2}m_A v_A''^2+\frac{1}{2}m_B v_B''^2 \quad ⑬$$

联立⑪⑫⑬式并代入题给数据得

$$v_A''=\frac{3\sqrt{7}}{5}\mathrm{m/s},\quad v_B''=-\frac{2\sqrt{7}}{5}\mathrm{m/s} \quad ⑭$$

这表明碰撞后 A 将向右运动，B 继续向左运动。设碰撞后 A 向右运动距离为 s_A'时停止，B 向左运动距离为 s_B'时停止，由运动学公式

$$2as_A'=v_A''^2,\quad 2as_B'=v_B''^2 \quad ⑮$$

由④⑭⑮式及题给数据得

$$s_A'=0.63\ \mathrm{m},\quad s_B'=0.28\ \mathrm{m} \quad ⑯$$

s_A'小于碰撞处到墙壁的距离。由上式可得两物块停止后的距离

$$s'=s_A'+s_B'=0.91\ \mathrm{m} \quad ⑰$$

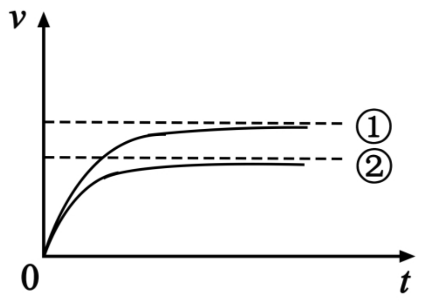
3.(2019•北京卷•T12)雨滴落到地面的速度通常仅为几米每秒，这与雨滴下落过程中受到空气阻力有关。雨滴间无相互作用且雨滴质量不变，重力加速度为 g。

(1)质量为 m 的雨滴由静止开始，下落高度 h 时速度为 u，求这一过程中克服空气阻力所做

的功 W。

——

(2)将雨滴看作半径为 r 的球体，设其竖直落向地面的过程中所受空气阻力 $f=kr^2v^2$，其中 v 是雨滴的速度，k 是比例系数。



a.设雨滴的密度为 ρ，推导雨滴下落趋近的最大速度 v_m 与半径 r 的关系式；

——

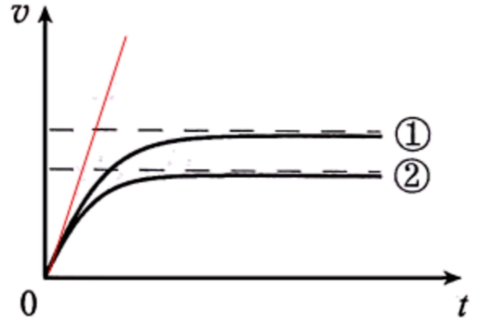
b.示意图中画出了半径为 r_1、r_2($r_1>r_2$)的雨滴在空气中无初速下落的 $v–t$ 图线，其中________对应半径为 r_1 的雨滴(选填①、②)；若不计空气阻力，请在图中画出雨滴无初速下落的 $v–t$ 图线。

(3)由于大量气体分子在各方向运动的几率相等，其对静止雨滴的作用力为零。将雨滴简化为垂直于运动方向面积为 S 的圆盘，证明：圆盘以速度 v 下落时受到的空气阻力 $f\propto v^2$(提示：设单位体积内空气分子数为 n，空气分子质量为 m_0)。

————

【答案】(1). $W_f=mgh-\frac{1}{2}mu^2$　(2). $v_m=\sqrt{\frac{\pi r\rho g}{3k}}$　(3). ①

(4).



(5). 详见解析

【解析】

【分析】

(1)对雨滴由动能定理解得：雨滴下落 h 的过程中克服阻做的功；

(2) 雨滴的加速度为 0 时速度最大解答；

(3)由动量定理证明

(1)对雨滴由动能定理得：

$$mgh - W_{\mathrm{f}} = \frac{1}{2}mu^2$$

解得：$W_{\mathrm{f}} = mgh - \frac{1}{2}mu^2$；

(2)a.半径为 r 的雨滴体积为：$V = \frac{4}{3}\pi r^3$，其质量为 $m = \rho V$

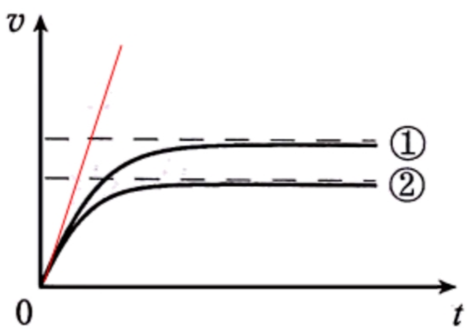
当雨滴的重力与阻力相等时速度最大，设最大速度为 v_m，则有：$mg = f$

其中 $f = kr^2 v_m^2$

联立以上各式解得：$v_m = \sqrt{\frac{\pi r\rho g}{3k}}$

由 $v_m = \sqrt{\frac{\pi r\rho g}{3k}}$ 可知，雨滴半径越大，最大速度越大，所以①对应半径为 r_1 的雨滴，

不计空气阻力，雨滴做自由落体运动，图线如图：



；

(3)设在极短时间Δt内，空气分子与雨滴碰撞，设空气分子的速率为U，

在Δt内，空气分子个数为：$N=nSv\Delta t$，其质量为$m=Nm_0$

设向下为正方向，对圆盘下方空气分子由动量定理有：

$$F_1\Delta t=m(v+u)$$

对圆盘上方空气分子由动量定理有：

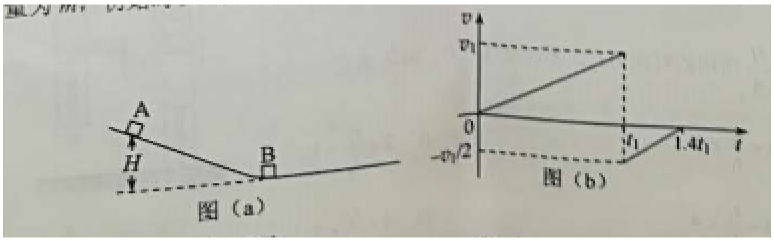
$$-F_2\Delta t=0-m(u-v)$$

圆盘受到的空气阻力为：

$$f=F_1-F_2$$

联立解得：$f=2Sv^2nm_0\propto v^2$。

4.(2019•全国Ⅰ卷•T12)竖直面内一倾斜轨道与一足够长的水平轨道通过一小段光滑圆弧平滑连接，小物块B静止于水平轨道的最左端，如图(a)所示。t=0时刻，小物块A在倾斜轨道上从静止开始下滑，一段时间后与B发生弹性碰撞(碰撞时间极短)；当A返回到倾斜轨道上的P点(图中未标出)时，速度减为0，此时对其施加一外力，使其在倾斜轨道上保持静止。物块A运动的v-t图像如图(b)所示，图中的v_1和t_1均为未知量。已知A的质量为m，初始时A与B的高度差为H，重力加速度大小为g，不计空气阻力。



(1)求物块B的质量；

(2)在图(b)所描述的整个运动过程中，求物块A克服摩擦力所做的功；

(3)已知两物块与轨道间的动摩擦因数均相等，在物块B停止运动后，改变物块与轨道间的动摩擦因数，然后将A从P点释放，一段时间后A刚好能与B再次碰上。求改变前面动摩

擦因数的比值。

【答案】(1)3m　(2)$\dfrac{2}{15}mgH$　(3)$\dfrac{11}{9}$

【解析】

(1)物块 A 和物块 B 发生碰撞后一瞬间的速度分别为v_A、v_B，弹性碰撞瞬间，动量守恒，机械能守恒，即：$mv_1 = mv_A + m_Bv_B$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

联立方程解得：$v_A = \dfrac{m-m_B}{m+m_B}v_1$；$v_B = \dfrac{2m}{m+m_B}v_1$

根据 v-t 图象可知，$v_A = -\dfrac{1}{2}v_1$

解得：$m_B = 3m$

(2)设斜面的倾角为θ，根据牛顿第二定律得

当物块 A 沿斜面下滑时：$mg\sin\theta - f = ma_1$，由 v-t 图象知：$a_1 = \dfrac{v_1}{t_1}$

当物体 A 沿斜面上滑时：$mg\sin\theta + f = ma_2$，由 v-t 图象知：$a_2 = \dfrac{5v_1}{4t_1}$

解得：$f = \dfrac{1}{9}mg\sin\theta$；

又因下滑位移$x_1 = \dfrac{H}{\sin\theta} = \dfrac{1}{2}v_1t_1$

则碰后 A 反弹，沿斜面上滑的最大位移为：$x_2 = \dfrac{h}{\sin\theta} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{v_1}{2}\cdot 0.4t_1 = 0.1v_1t_1$

其中 h 为 P 点离水平面得高度，即 $h=\frac{1}{5}H$

解得 $x_2=\frac{H}{5\sin\theta}$

故在图(b)描述的整个过程中，物块 A 克服摩擦力做的总功为：

$$W_f=f\left(x_1+x_2\right)=\frac{1}{9}mg\sin\theta\times\left(\frac{H}{\sin\theta}+\frac{H}{5\sin\theta}\right)=\frac{2}{15}mgH$$

(3)设物块 B 在水平面上最远的滑行距离为 S，设原来的摩擦因为为 μ

则以 A 和 B 组成的系统，根据能量守恒定律有：$mg\left(H-h\right)=\mu mg\frac{H+h}{\tan\theta}+\mu m_B gS$

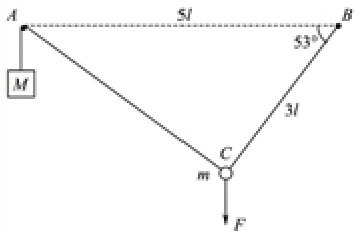
设改变后的摩擦因数为 μ'，然后将 A 从 P 点释放，A 恰好能与 B 再次碰上，即 A 恰好滑到物块 B 位置时，速度减为零，以 A 为研究对象，根据能量守恒定律得：

$$mgh=\mu'mg\frac{h}{\tan\theta}+\mu'mgS$$

又据(2)的结论可知：$W_f=\frac{2}{15}mgH=\mu mg\frac{H+h}{\tan\theta}$，得：$\tan\theta=9\mu$

联立解得，改变前与改变后的摩擦因素之比为：$\frac{\mu}{\mu'}=\frac{11}{9}$。

5.(2018·江苏卷)如图所示，钉子 A、B 相距 5*l*，处于同一高度。细线的一端系有质量为 M 的小物块，另一端绕过 A 固定于 B.质量为 m 的小球固定在细线上 C 点，B、C 间的线长为 3*l*.用手竖直向下拉住小球，使小球和物块都静止，此时 BC 与水平方向的夹角为 53°.松手后，小球运动到与 A、B 相同高度时的速度恰好为零，然后向下运动.忽略一切摩擦，重力加速度为 g，取 sin53°=0.8，cos53°=0.6.求：



(1)小球受到手的拉力大小 F；

(2)物块和小球的质量之比 M:m；

(3)小球向下运动到最低点时，物块 M 所受的拉力大小 T.

【答案】(1) $F=\frac{5}{3}Mg-mg$　(2) $\frac{M}{m}=\frac{6}{5}$　(3) $T=\frac{8mMg}{5(m+M)}$ ($T=\frac{48}{55}mg$或$T=\frac{8}{11}Mg$)

【解析】(1)设小球受 AC、BC 的拉力分别为 F_1、F_2

$F_1\sin53°=F_2\cos53°$　$F+mg=F_1\cos53°+F_2\sin53°$且 $F_1=Mg$

解得 $F=\frac{5}{3}Mg-mg$

(2)小球运动到与 A、B 相同高度过程中

小球上升高度 $h_1=3l\sin53°$，物块下降高度 $h_2=2l$

机械能守恒定律 $mgh_1=Mgh_2$

解得 $\frac{M}{m}=\frac{6}{5}$

(3)根据机械能守恒定律，小球回到起始点.设此时 AC 方向的加速度大小为 a，重物受到的拉力为 T

牛顿运动定律 $Mg-T=Ma$　小球受 AC 的拉力 $T'=T$

牛顿运动定律 $T'-mg\cos53°=ma$

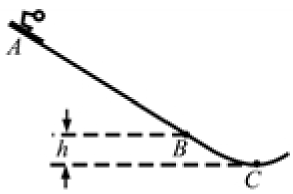
解得 $T=\dfrac{8mMg}{5(m+M)}$（$T=\dfrac{48}{55}mg$ 或 $T=\dfrac{8}{11}Mg$）

6.(2018·北京卷)2022 年将在我国举办第二十四届冬奥会，跳台滑雪是其中最具观赏性的项目之一。某滑道示意图如下，长直助滑道 AB 与弯曲滑道 BC 平滑衔接，滑道 BC 高 h=10 m，C 是半径 R=20 m 圆弧的最低点，质量 m=60 kg 的运动员从 A 处由静止开始匀加速下滑，加速度 $a=4.5\ m/s^2$，到达 B 点时速度 $v_B=30\ m/s$。取重力加速度 $g=10\ m/s^2$。

(1)求长直助滑道 AB 的长度 L；

(2)求运动员在 AB 段所受合外力的冲量的 I 大小；

(3)若不计 BC 段的阻力，画出运动员经过 C 点时的受力图，并求其所受支持力 F_N 的大小。



【答案】(1)100 m(2)1 800 N · s(3)3 900 N

【解析】(1)已知 AB 段的初末速度，则利用运动学公式可以求解斜面的长度，即

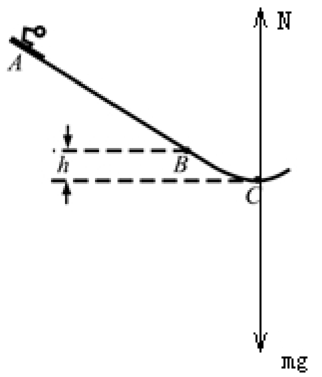
$$v^2-v_0^2=2aL$$

可解得:$L=\frac{v^2-v_0^2}{2a}=100m$

(2)根据动量定理可知合外力的冲量等于动量的该变量所以

$$I\ =mv_B-0=1800N\cdot s$$

(3)小球在最低点的受力如图所示



由牛顿第二定律可得：$N-mg=m\frac{v_C^2}{R}$

从 B 运动到 C 由动能定理可知：

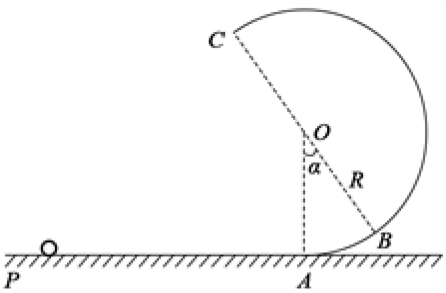
$$mgh=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_B^2$$

解得;$N=3900\mathrm{N}$

故本题答案是：(1)$L=100m$ (2)$I=1800N\cdot s$ (3)$N=3900N$

点睛：本题考查了动能定理和圆周运动，会利用动能定理求解最低点的速度，并利用牛顿第二定律求解最低点受到的支持力大小。

7.(2018·全国 III 卷·T12)如图，在竖直平面内，一半径为 R 的光滑圆弧轨道 ABC 和水平轨道 PA 在 A 点相切。BC 为圆弧轨道的直径。O 为圆心，OA 和 OB 之间的夹角为 α，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，一质量为 m 的小球沿水平轨道向右运动，经 A 点沿圆弧轨道通过 C 点，落至水平轨道；在整个过程中，除受到重力及轨道作用力外，小球还一直受到一水平恒力的作用，已知小球在 C 点所受合力的方向指向圆心，且此时小球对轨道的压力恰好为零。重力加速度大小为 g。求：



(1)水平恒力的大小和小球到达 C 点时速度的大小；

(2)小球到达 A 点时动量的大小；

(3)小球从 C 点落至水平轨道所用的时间。

【答案】(1) $\frac{\sqrt{5gR}}{2}$ (2) $\frac{m\sqrt{23gR}}{2}$ (3) $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{5R}{g}}$

【解析】(1)设水平恒力的大小为 F_0，小球到达 C 点时所受合力的大小为 F。由力的合成法

则有 $\frac{F_0}{mg}=\tan\alpha$ ① $F^2=(mg)^2+F_0^2$ ②

设小球到达 C 点时的速度大小为 v，由牛顿第二定律得 $F=m\frac{v^2}{R}$ ③

由①②③式和题给数据得 $F_0=\frac{3}{4}mg$ ④ $v=\frac{\sqrt{5gR}}{2}$ ⑤

(2)设小球到达 A 点的速度大小为 v_1， 作 CD⊥PA， 交 PA 于 D 点，

由几何关系得：DA＝Rsinα⑥ CD=R(1+cosα)⑦

由动能定理有：$-mg\cdot CD-F_0\cdot DA=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_1^2$ ⑧

由④⑤⑥⑦⑧式和题给数据得，小球在 A 点的动量大小为：$p=mv_1=\frac{m\sqrt{23gR}}{2}$ ⑨

(3)小球离开 C 点后在竖直方向上做初速度不为零的匀加速运动加速度大小为 g。

设小球在竖直方向的初速度为 $v_{\perp}$，从 C 点落至水平轨道上所用时间为 t。

由运动学公式有：$v_{\perp}t+\frac{1}{2}gt^2=CD$ ⑩　　$v_{\perp}=v\sin\alpha$ ⑪

由⑤⑦⑩⑪式和题给数据得：$t=\frac{3}{5}\sqrt{\frac{5R}{g}}$ ⑫

8.(2018·新课标 I 卷)一质量为 m 的烟花弹获得动能 E 后，从地面竖直升空，当烟花弹上升的速度为零时，弹中火药爆炸将烟花弹炸为质量相等的两部分，两部分获得的动能之和也为 E，且均沿竖直方向运动。爆炸时间极短，重力加速度大小为 g，不计空气阻力和火药的质量，求

(1)烟花弹从地面开始上升到弹中火药爆炸所经过的时间；

(2)爆炸后烟花弹向上运动的部分距地面的最大高度

【答案】(1)$t=\frac{1}{g}\sqrt{\frac{2E}{m}}$ ；(2)$h=\frac{2E}{mg}$

【解析】本题主要考查机械能、匀变速直线运动规律、动量守恒定律、能量守恒定律及其相关的知识点，意在考查考生灵活运用相关知识解决实际问题的的能力。

(1)设烟花弹上升的初速度为v_0，由题给条件有

$E=\frac{1}{2}mv_0^2$ ①

设烟花弹从地面开始上升到火药爆炸所用的时间为t，由运动学公式有

$0-v_0=-gt$ ②

联立①②式得

$t=\frac{1}{g}\sqrt{\frac{2E}{m}}$ ③

(2)设爆炸时烟花弹距地面的高度为h_1，由机械能守恒定律有

$E=mgh_1$ ④

火药爆炸后，烟花弹上、下两部分均沿竖直方向运动，设炸后瞬间其速度分别为v_1和v_2。由题给条件和动量守恒定律有

$\frac{1}{4}mv_1^2+\frac{1}{4}mv_2^2=E$ ⑤

$\frac{1}{2}mv_1+\frac{1}{2}mv_2=0$ ⑥

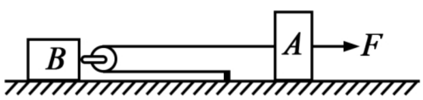
由⑥式知，烟花弹两部分的速度方向相反，向上运动部分做竖直上抛运动。设爆炸后烟花弹上部分继续上升的高度为h_2，由机械能守恒定律有

$\frac{1}{4}mv_1^2=\frac{1}{2}mgh_2$ ⑦

联立④⑤⑥⑦式得，烟花弹上部分距地面的最大高度为

$h=h_1+h_2=\frac{2E}{mg}$ ⑧

9.(2016·海南卷)水平地面上有质量分别为 m 和 4m 的物 A 和 B，两者与地面的动摩擦因数均为 μ。细绳的一端固定，另一端跨过轻质动滑轮与 A 相连，动滑轮与 B 相连，如图所示。初始时，绳出于水平拉直状态。若物块 A 在水平向右的恒力 F 作用下向右移动了距离 s，重力加速度大小为 g。求：



(1)物块 B 克服摩擦力所做的功；

(2)物块 A、B 的加速度大小。

【答案】(1)2μmgs　(2)$\dfrac{F-3\mu mg}{2m}$　$\dfrac{F-3\mu mg}{4m}$

【解析】(1)物块 A 移动了距离 s，则物块 B 移动的距离为$s_1=\dfrac{1}{2}s$①

物块 B 受到的摩擦力大小为 f=4μmg②

物块 B 克服摩擦力所做的功为 $W=fs_1=2\mu mgs$③

(2)设物块 A、B 的加速度大小分别为 a_A、a_B，绳中张力为 T_0 由牛顿第二定律得

$F-\mu mg-T=ma_A$④　　$2T-4\mu mg=4ma_B$⑤

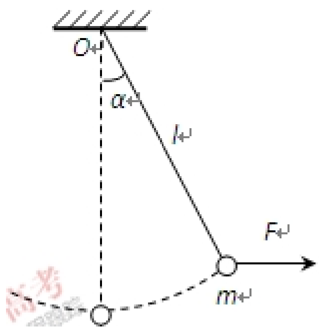
由 A 和 B 的位移关系得 $a_A=2a_B$⑥

联立④⑤⑥得 $a_A=\dfrac{F-3\mu mg}{2m}$，$a_B=\dfrac{F-3\mu mg}{4m}$。

【考点定位】牛顿第二定律、功、匀变速直线运动

【名师点睛】采用整体法和隔离法对物体进行受力分析，抓住两物体之间的内在联系，绳中张力大小相等、加速度大小相等，根据牛顿第二定律列式求解即可。解决本题的关键还是抓住联系力和运动的桥梁加速度。

10.(2011·北京卷)如图所示，长度为l的轻绳上端固定在O点，下端系一质量为m的小球(小球的大小可以忽略)。

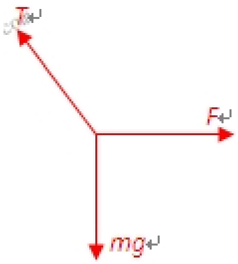


(1)在水平拉力F的作用下，轻绳与竖直方向的夹角为α，小球保持静止。画出此时小球的受力图，并求力F的大小；

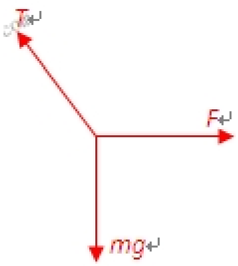
(2)由图示位置无初速释放小球，求当小球通过最低点时的速度大小及轻绳对小球的拉力。不计空气阻力。

【答案】(1)如图所示，F=mgtanα

(2) $v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$、$T'=mg+m\dfrac{v^2}{l}=mg(3-2\cos\alpha)$，方向竖直向上



【解析】(1)受力图见图根据平衡条件，的拉力大小F=mgtanα



(2)运动中只有重力做功，系统机械能守恒 $mgl(1-\cos\alpha)=\dfrac{1}{2}mv^2$

则通过最低点时，小球的速度大小 $v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$

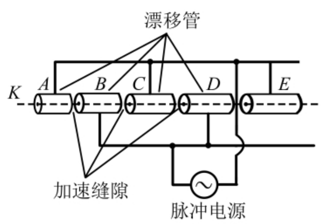
根据牛顿第二定律　$T'-mg=m\dfrac{v^2}{l}$

解得轻绳对小球的拉力 $T'=mg+m\dfrac{v^2}{l}=mg(3-2\cos\alpha)$，方向竖直向上

【考点定位】共点力平衡条件、机械能守恒定律，牛顿第二定律

11.(2016·四川卷)中国科学院 2015 年 10 月宣布中国将在 2020 年开始建造世界上最大的粒子加速器。加速器是人类揭示物质本源的关键设备，在放射治疗、食品安全、材料科学等方面有广泛应用。

如图所示，某直线加速器由沿轴线分布的一系列金属圆管(漂移管)组成，相邻漂移管分别接在高频脉冲电源的两极。质子从 K 点沿轴线进入加速器并依次向右穿过各漂移管，在漂移管内做匀速直线运动，在漂移管间被电场加速，加速电压视为不变。设质子进入漂移管 B 时速度为 8×10^6 m/s, 进入漂移管 E 时速度为 1×10^7 m/s，电源频率为 1×10^7 Hz，漂移管间缝隙很小，质子在每个管内运动时间视为电源周期的 1/2。质子的荷质比取 1×10^8 C/kg。求：



(1)漂移管 B 的长度；

(2)相邻漂移管间的加速电压。

【答案】(1)0.4 m(2) 6×10^4 V

【解析】(1)设质子进入漂移管 B 的速度为 v_B，电源频率、周期分别为 f、T，漂移管 A 的长度为 L，则 $T=\dfrac{1}{f}$ ①

$$L=v_B\frac{T}{2}$$ ②

联立①②式并代入数据得 $L=0.4\ \mathrm{m}$ ③

(2)设质子进入漂移管 E 的速度为 v_E，相邻漂移管间的加速电压为 U，电场对质子所做的功为 W，质子从漂移管 B 运动到 E 电场做功 W'，质子的电荷量为 q、质量为 m，则

$W=qU$ ④

$W'=3W$ ⑤

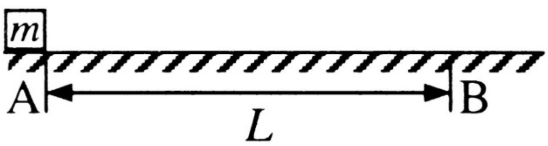
$W'=\frac{1}{2}mv_E^2-\frac{1}{2}mv_B^2$ ⑥

联立④⑤⑥式并代入数据得 $U=6\times10^4\ \mathrm{V}$ ⑦

考点：动能定理

【名师点睛】此题联系高科技技术-粒子加速器，考查了动能定理的应用，比较简单，只要弄清加速原理即可列出动能定理求解；与现代高科技相联系历来是高考考查的热点问题.

12.(2011·上海卷)如图，质量 $m=2kg$ 的物体静止于水平地面的A处，A、B间距L=20m。用大小为30N，沿水平方向的外力拉此物体，经 $t_0=2s$ 拉至B处。(已知 $\cos37°=0.8$，$\sin37°=0.6$。取 $g=10m/s^2$)



(1)求物体与地面间的动摩擦因数μ；

(2)用大小为30N，与水平方向成37°的力斜向上拉此物体，使物体从A处由静止开始运动并能到达B处，求该力作用的最短时间t。

【答案】(1)0.5(2)1.03s

【解析】(1)物体做匀加速运动 $L=\frac{1}{2}at_0^{\ 2}$ $\therefore a=\frac{2L}{t_0^{\ 2}}=\frac{2\times 20}{2^2}=10(m/s^2)$

由牛顿第二定律 $F-f=ma$ 解得 $f=30-2\times 10=10(N)$

$$\therefore \mu=\frac{f}{mg}=\frac{10}{2\times 10}=0.5$$

即物体与地面间的动摩擦因数 μ=0.5。

(2)设 F 作用的最短时间为 t，小车先以大小为 a 的加速度匀加速 t 秒，撤去外力后，以大小为 a'的加速度匀减速 t'秒到达 B 处，速度恰为 0，由牛顿定律

$$F\cos 37°-\mu(mg-F\sin a37°)=ma$$

$$\therefore a=\frac{F(\cos 37°+\mu\sin 37°)}{m}-\mu g=\frac{30\times(0.8+0.5\times 0.6)}{2}-0.5\times 10=11.5(m/s^2)$$

$$a'=\frac{f}{m}=\mu g=5(m/s^2)$$

由于匀加速阶段的末速度即为匀减速阶段的初速度，因此有

$$at=a't'$$

$$\therefore t'=\frac{a}{a'}t=\frac{11.5}{5}t=2.3t$$

$$L=\frac{1}{2}at^2+\frac{1}{2}a't'^2$$

$$\therefore t=\sqrt{\frac{2L}{a+2.3^2a'}}=\sqrt{\frac{2\times 20}{11.5+2.3^2\times 5}}=1.03(s)$$

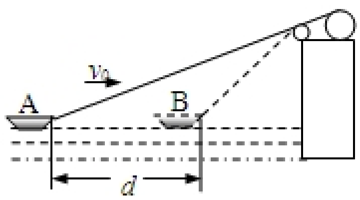
【考点定位】匀变速直线运动，牛顿第二定律

13.(2012·福建卷)如图，用跨过光滑定滑轮的缆绳将海面上一搜失去动力的小船沿直线拖向岸边。已知拖动缆绳的电动机功率恒为 P，小船的质量为 m，小船受到的阻力大小恒为 f，经过 A 点时的速度大小为 v_0，小船从 A 点沿直线加速运动到 B 点经历时间为 t_1，A、B 两点间距离为 d，缆绳质量忽略不计。求：

(1)小船从 A 点运动到 B 点的全过程克服阻力做的功 W_f；

(2)小船经过 B 点时的速度大小 v_1；

(3)小船经过 B 点时的加速度大小 a。



【答案】(1) $W=FS=fd$ (2) $v_1=\sqrt{\dfrac{2(Pt-fd)}{m}+v_0^2}$ (3) $a=\dfrac{P}{\sqrt{m^2v^2+2m(Pt-fd)}}-\dfrac{f}{m}$

【解析】(1)小船从 A 点到达 B 点，受到的阻力恒为 f，其克服阻力做的功为：

$W=FS=fd$ [来

(2)：从 A 到 B 由动能定理可知：$\dfrac{1}{2}mv_B^2-\dfrac{1}{2}mv_A^2=Pt-fd$，解得：

$v_1=\sqrt{\dfrac{2(Pt-fd)}{m}+v_0^2}$。

(3)设小船经过 B 点时绳的拉力大小为 F，绳与水平方向夹角为 θ，绳的速度大小为 u， $P = Fu$， $u = v_1 cos\theta$， 牛顿第二定律 $Fcos\theta - f = ma$， 得

$$a = \frac{P}{\sqrt{m^2 v_0^2 + 2m(Pt_1 - fd)}} - \frac{f}{m}$$ 。

【考点定位】本题考查动能定理，牛顿第二定律及运动得合成与分解等相关知识

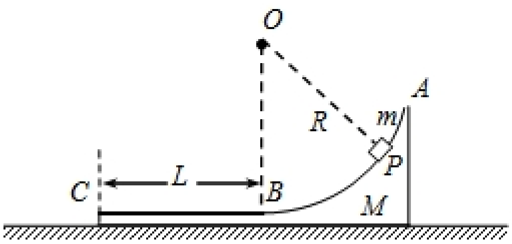
14.(2012·山东卷)如图所示，一工件置于水平地面上，其 AB 段为一半径 R=1.0m 的光滑圆弧轨道，BC 段为一长度 L=0.5m 的粗糙水平轨道，二者相切与 B 点，整个轨道位于同一竖直平面内，P 点为圆弧轨道上的一个确定点。一可视为质点的物块，其质量 m=0.2kg，与 BC 间的动摩擦因数 μ_1=0.4。工件质量 M=0.8kg，与地面间的动摩擦因数 μ_2=0.1。(取 $g=10m/s^2$)

(1)若工件固定，将物块由 P 点无初速度释放，滑至 C 点时恰好静止，求 P、C 两点间的高度差 h。

(2)若将一水平恒力 F 作用于工件，使物块在 P 点与工件保持相对静止，一起向左做匀加速直线运动。

①求 F 的大小。

②当速度时，使工件立刻停止运动(即不考虑减速的时间和位移)，物块飞离圆弧轨道落至 BC 段，求物块的落点与 B 点间的距离。



【答案】(1)0.2m；(2)8.5N；(3)0.4m

【解析】(1)物块从 P 点下滑经 B 点至 C 点的整个过程，根据动能定理得：

$mgh-\mu_1 mgL=0$

代入数据得： $h=0.2m$ ①

(2)①设物块的加速度大小为 a，P 点与圆心的连线与竖直方向间的夹角为θ，由几何关系可得$cos\theta=\frac{R-h}{R}$ ②

根据牛顿第二定律，对物体有$mgtan\theta=ma$ ③

对工件和物体整体有$F-\mu_2(M+m)g=(M+m)a$ ④

联立①②③④式，代入数据得$F=8.5N$ ⑤

②设物体平抛运动的时间为 t，水平位移为x_1，物块落点与 B 间的距离为x_2，由运动学公式可得$h=\frac{1}{2}gt^2$ ⑥

$x_1=vt$ ⑦

$x_2=x_1-Rsin\theta$ ⑧

联立①②⑥⑦⑧式，代入数据得$x_2=0.4m$。

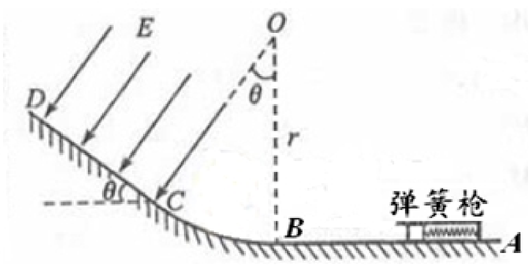
【考点定位】本题考查动能定理、平抛运动等相关知识

15.(2012·四川卷·T24)如图所示，ABCD 为固定在竖直平面内的轨道，AB 段光滑水平，BC 段为光滑圆弧，对应的圆心角 θ = 37°，半径 r = 2.5m，CD 段平直倾斜且粗糙，各段轨道均平滑连接，倾斜轨道所在区域有场强大小为 E = 2×10^{5}N/C、方向垂直于斜轨向下的匀强电场。质量 m= 5×10^{-2}kg、电荷量 q =+1×10^{-6}C 的小物

体(视为质点)被弹簧枪发射后，沿水平轨道向左滑行，在 C 点以速度 $v_0=3m/s$ 冲上斜轨。以小物体通过 C 点时为计时起点，0.1s 以后，场强大小不变，方向反向。已知斜轨与小物体间的动摩擦因数 $\mu=0.25$。设小物体的电荷量保持不变，取 $g=10m/s^2$，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。

(1)求弹簧枪对小物体所做的功；

(2)在斜轨上小物体能到达的最高点为 P，求 CP 的长度。



【答案】(1)0.475J　(2)0.57m

【解析】(1)设弹簧枪对小物体做功为 W，由动能定理得 $W-mgr(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mv_0^2$ ①

代入数据解得：$W=0.475J$ ②

(2)取沿平直斜轨道向上为正方向。设小物体通过 C 点进入电场后的加速度为 a_1，

由牛顿第二定律得：$-mg\sin\theta-\mu(mg\cos\theta+qE)=ma_1$　③

小物体向上做匀减速运动，经 $t_1=0.1s$ 后，速度达到 v_1，有：$v_1=v_0+a_1t_1$　④

由③④可知 $v_1=2.1m/s$，设运动的位移为 s_1，有：$s_1=v_0t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2$　⑤

电场力反向后，设物体的加速度为 a_2，由牛顿第二定律得：

$-mg\sin\theta-\mu(mg\cos\theta-qE)=ma_2$⑥

设小物体以此加速度运动到速度为 0，运动的时间为 t_2，位移为 s_2，

有：$0=v_1+a_2t_2$ ⑦ $s_2=v_1t_2+\frac{1}{2}a_2t_2^2$ ⑧

设 CP 的长度为 s，有：$s=s_1+s_2$ ⑨

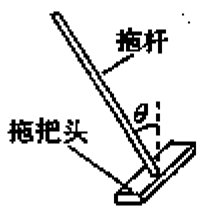
联立相关方程，代入数据解得：s=0.57m。

【考点定位】本题考查牛顿第二定律，动能定理及其相关知识

16.(2012·新课标卷)拖把是由拖杆和拖把头构成的擦地工具(如图)。设拖把头的质量为 m，拖杆质量可以忽略；拖把头与地板之间的动摩擦因数为常数 μ，重力加速度为 g，某同学用该拖把在水平地板上拖地时，沿拖杆方向推拖把，拖杆与竖直方向的夹角为 θ。

(1)若拖把头在地板上匀速移动，求推拖把的力的大小。

(2)设能使该拖把在地板上从静止刚好开始运动的水平推力与此时地板对拖把的正压力的比值为 λ。已知存在一临界角 θ_0，若 $\theta\le\theta_0$，则不管沿拖杆方向的推力多大，都不可能使拖把从静止开始运动。求这一临界角的正切 $\tan\theta_0$。



【答案】(1) $F=\dfrac{\mu}{\sin\theta-\mu\cos\theta}mg$ ；(2) $\tan\theta_0=\lambda$

【解析】(1)设该同学沿拖杆方向用大小为 F 的力推拖把。将推拖把的力沿竖直和水平方向分解，按平衡条件有 $F\cos\theta+mg=N$ ① $F\sin\theta=f$ ②

式中 N 和 f 分别为地板对拖把的正压力和摩擦力。按摩擦定律有 $f=\mu N$ ③

联立①②③式得 $F=\dfrac{\mu}{\sin\theta-\mu\cos\theta}mg$ ④

(2)若不管沿拖杆方向用多大的力都不能使拖把从静止开始运动，应有 $F\sin\theta\le\lambda N$ ⑤

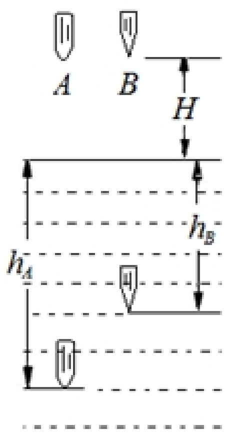
这时①式仍满足。联立①⑤式得 $\sin\theta-\lambda\cos\theta\le\lambda\dfrac{mg}{F}$ ⑥

现考察使上式成立的 θ 角的取值范围。注意到上式右边总是大于零，且当 F 无限大时极限为零，有 $\sin\theta-\lambda\cos\theta\le 0$ ⑦

使上式成立的 θ 角满足 $\theta\le\theta_0$，这里 θ_0 是题中所定义的临界角，即当 $\theta\le\theta_0$ 时，不管沿拖杆方向用多大的力都推不动拖把。临界角的正切为 $\tan\theta_0=\lambda$ ⑧

【考点定位】本题考查物体的平衡、力的合成与分解或正交分解临界条件的应用

17.(2012·浙江卷)为了研究鱼所受水的阻力与其形状的关系，小明同学用石蜡做成两条质量均为 m、形状不同的“A 鱼”和“B 鱼”，如图所示。在高出水面 H 处分别静止释放“A 鱼”和“B 鱼”，“A 鱼”竖直下滑 h_A 后速度减为零，“B 鱼” 竖直下滑 h_B 后速度减为零。“鱼”在水中运动时，除受重力外还受浮力和水的阻力，已知“鱼”在水中所受浮力是其重力的 10/9 倍，重力加速度为 g，“鱼”运动的位移远大于“鱼”的长度。假设“鱼”运动时所受水的阻力恒定，空气阻力不计。求：



(1)“A 鱼”入水瞬间的速度 v_{A1}；

(2)“A 鱼”在水中运动时所受阻力 f_A；

(3)“A 鱼”与“B 鱼” 在水中运动时所受阻力之比 f_A∶f_B。

【答案】(1) $v_{A1}=\sqrt{2gH}$ ；(2) $f_A=(\frac{H}{h_A}-\frac{1}{9})mg$ ；(3) $\frac{f_A}{f_B}=\frac{(9H-h_A)h_B}{(9H-h_B)h_A}$

【解析】(1)A 鱼入水前做自由落体运动，根据速度位移公式，有：$v_{A1}^2=2gH$ 解得：

$v_{A1}=\sqrt{2gH}$ 。

(2)A 鱼入水后，受重力、浮力和阻力，根据动能定理，有：

$mgh_A-f_Ah_A-F_{浮}h_A=0-\frac{1}{2}mv_{A1}^2$，

其中：$F_{浮}=\frac{10}{9}mg$，解得：$f_A=(\frac{H}{h_A}-\frac{1}{9})mg$ 。

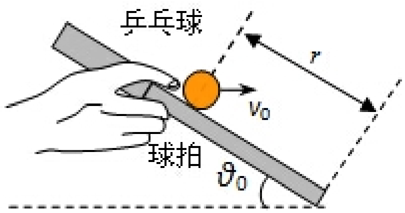
(3)同理 $f_B=(\frac{H}{h_B}-\frac{1}{9})mg$，解得 $\frac{f_A}{f_B}=\frac{(9H-h_A)h_B}{(9H-h_B)h_A}$.

【考点定位】本题考查匀变速运动、动能定理及其相关知识

18.(2012·重庆卷)某校举行托乒乓球跑步比赛，赛道为水平直道，比赛距离为 S。比赛时，某同学将球置于球拍中心，以大小为 a 的加速度从静止开始做匀加速直线运动，当速度达到 v_0 时，再以 v_0 做匀速直线运动跑至终点。整个过程中球一

直保持在球拍中心不动。比赛中,该同学在匀速直线运动阶段保持球拍的倾角为 θ_0

，如题 25 图所示。设球在运动中受到空气阻力大小与其速度大小成正比，方向与运动方向相反，不计球与球拍之间的摩擦，球的质量为 m，重力加速度为 g。



(1)求空气阻力大小与球速大小的比例系数 k ；

(2)求在加速跑阶段球拍倾角 θ 随速度 v 变化的关系式；

(3)整个匀速跑阶段，若该同学速度仍为 v_0，而球拍的倾角比 θ_0 大了 β 并保持不变，不计球在球拍上的移动引起的空气阻力变化，为保证到达终点前球不从球拍上距离中心为 r 的下边沿掉落，求 β 应满足的条件。

【答案】(1) $k=\dfrac{mgtan\theta_0}{v_0}$ ；(2) $tan\theta=\dfrac{a}{g}+\dfrac{v}{v_0}tan\theta_0$ ；(3) $sin\beta\le 2rcos\theta_0\,g(\dfrac{s}{v_0}-\dfrac{v_0}{2a})^2$

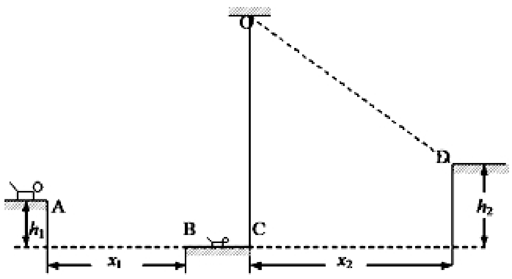
【解析】(1)在匀速运动阶段，有 $mgtan\theta_0=kv_0$，得 $k=\dfrac{mgtan\theta_0}{v_0}$。

(2)加速阶段，设球拍对球的支持力为 N'，有：$N'sin\theta-kv=ma$，$N'cos\theta=mg$，得 $tan\theta=\dfrac{a}{g}+\dfrac{v}{v_0}tan\theta_0$。

(3)以速度 v_0 匀速运动时，设空气阻力与重力的合力为 F，有 $F=\dfrac{mg}{cos\theta_0}$，球拍倾角为 $\theta_0+\beta$ 时，空气阻力与重力的合力不变，设球沿球拍面下滑的加速度大小为 a'，有 $Fsin\beta=ma'$，设匀速跑阶段所用时间为 t，有 $t=\dfrac{s}{v_0}-\dfrac{v_0}{2a}$，球不从球拍上掉落的条件 $\dfrac{1}{2}a't^2\le r$，得 $sin\beta\le 2rcos\theta_0\,g(\dfrac{s}{v_0}-\dfrac{v_0}{2a})^2$ 。

【考点定位】本题考查牛顿运动定律相关知识

19.(2013·浙江卷)山谷中有三块大石头和一根不可伸长的青之青藤，其示意图如下。图中 A、B、C、D 均为石头的边缘点，O 为青藤的固定点，h_1=1.8m，h_2=4.0m，x_1=4.8m，x_2=8.0m。开始时，质量分别为 M=10kg 和 m=2kg 的大小两只滇金丝猴分别位于左边和中间的石头上，当大猴发现小猴将受到伤害时，迅速从左边石头 A 点起水平跳到中间石头，大猴抱起小猴跑到 C 点，抓住青藤的下端荡到右边石头的 D 点，此时速度恰好为零。运动过程中猴子均看成质点，空气阻力不计，重力加速度 $g=10m/s^2$，求：



(1)大猴子水平跳离的速度最小值；

(2)猴子抓住青藤荡起时的速度大小；

(3)荡起时，青藤对猴子的拉力大小。

【答案】(1)8m/s(2)9m/s(3)216N

【解析】(1)根据 $h_1=\frac{1}{2}gt^2$，解得 $t=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}=\sqrt{\frac{2\times1.8}{10}}s=0.6s$，则跳离的最小速度

$v_0=\frac{x_1}{t}=\frac{4.8}{0.6}m/s=8m/s$.

(2)根据机械能守恒定律得，$\frac{1}{2}(M+m)v^2=(M+m)gh_2$，解得

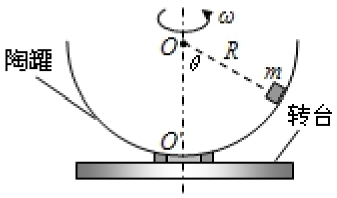
$v=\sqrt{2gh_2}=\sqrt{80}m/s\approx9m/s.$

(3)根据牛顿第二定律得，$F-(M+m)g=(M+m)\dfrac{v^2}{L}$，根据几何关系得，$(L-h_2)^2+x_2^2=L^2$，

联立解得 F=216N.

【考点定位】机械能守恒定律、平抛运动、向心力。

20.(2013·重庆卷)如题 8 图所示，半径为 R 的半球形陶罐，固定在可以绕竖直轴旋转的水平转台上，转台转轴与过陶罐球心 O 的对称轴 OO′重合。转台以一定角速度 ω 匀速转动，一质量为 m 的小物块落入陶罐内，经过一段时间后，小物块随陶罐一起转动且相对罐壁静止，它和 O 点的连线与 OO′之间的夹角 θ 为 60°。重力加速度大小为 g。

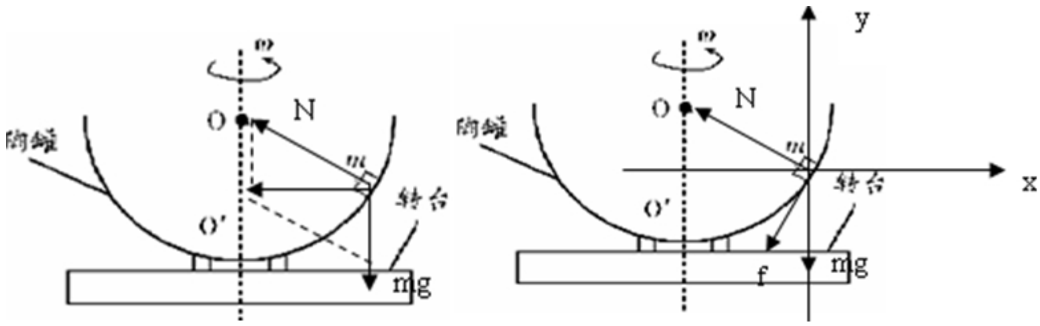


(1)若 $\omega=\omega_0$，小物块受到的摩擦力恰好为零，求 ω_0；

(2)$\omega=(1\pm k)\omega_0$，且 $0<k<<1$，求小物块受到的摩擦力大小和方向。

【答案】(1) $\omega_0=\sqrt{\dfrac{2g}{R}}$ (2)当 $\omega=(1+k)\omega_0$ 时，摩擦力方向沿罐壁切线向下，大小为 $f=\dfrac{\sqrt{3}k(2+k)}{2}mg$；当 $\omega=(1-k)\omega_0$ 时，摩擦力方向沿罐壁切线向下，大小为 $f=\dfrac{\sqrt{3}k(2-k)}{2}mg$；

【解析】(1)当摩擦力为零，支持力和重力的合力提供向心力，有：



mgtanθ = mRsinθω_0^2，解得 $\omega_0=\sqrt{\dfrac{2g}{R}}$

(2)当 $\omega=(1+k)\omega_0$ 时，重力和支持力的合力不够提供向心力，摩擦力方向沿罐壁切线向下，

根据牛顿第二定律得，$f\cos60°+N\cos30°=mR\sin60°\omega^2$.

$f\sin60°+mg=N\sin30°$

联立两式解得 $f=\dfrac{\sqrt{3}k(2+k)}{2}mg$

当 $\omega=(1-k)\omega_0$ 时，摩擦力方向沿罐壁切线向上，根据牛顿第二定律得，

$N\cos30°-f\cos60°=mR\sin60°\omega^2$.

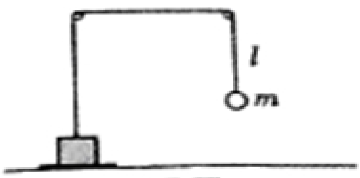
$mg=N\sin30°+f\sin60°$

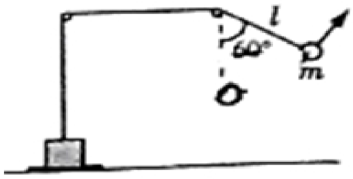
联立两式解得 $f=\dfrac{\sqrt{3}k(2-k)}{2}mg$.

【考点定位】摩擦力，受力分析，牛顿第二定律，匀速圆周运动的向心力。

21.(2015·山东卷·T23)如图甲所示，物块与质量为 m 的小球通过不可伸长的轻质细绳跨过两等高定滑轮连接。物块置于左侧滑轮正下方的表面水平的压力传感装置上，小球与右侧滑轮的距离为 l。开始时物块和小球均静止，将此时传感装置的示数记为初始值。现给小球施加一始终垂直于 l 段细绳的力，将小球缓慢拉起至细绳与竖直方向成 60º 角，如图乙所示，此时传感装置的示数为初始值的 1.25

倍；再将小球由静止释放，当运动至最低位置时，传感装置的示数为初始值的 0.6 倍.不计滑轮的大小和摩擦，重力加速度的大小为 g。求：





(1)物块的质量；

(2)从释放到运动至最低位置的过程中，小球克服阻力所做的功。

【答案】(1)3m；(2)0.1mgl

【解析】(1)设物块质量为 M，开始时，设压力传感器读数 F_0，则 $F_0+mg=Mg$；

当小球被抬高 60^0 角时，则对小球根据力的平行四边形法则可得：$T=mg\cos60^0$,

此时对物块：$1.25F_0+T=Mg$；解得：$M=3m$；$F_0=2mg$

(2)当小球摆到最低点时，对物块：$0.6F_0+T_1=Mg$；

对小球：$T_1-mg=m\dfrac{v^2}{l}$

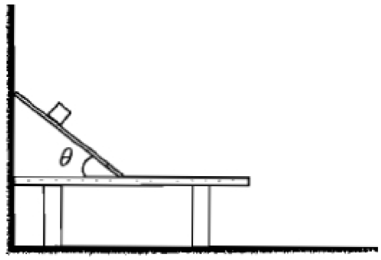
对小球摆到最低点的过程，根据动能定理可知：$mgl(1-\cos60°)-W_f=\dfrac{1}{2}mv^2$，

联立解得：$W_f=0.1mgl$

【考点定位】物体的平衡；牛顿第二定律；动能定理.

22.(2015·浙江卷·T23)如图所示，用一块长 $L_1=1.0\text{m}$ 的木板在墙和桌面间架设斜面，桌面高 H=0.8m，长 $L_2=1.5\text{m}$。斜面与水平桌面的倾角 θ 可在 0~60°间调节后

固定。将质量 m=0.2kg 的小物块从斜面顶端静止释放，物块与斜面间的动摩擦因数 $\mu_1=0.05$，物块与桌面间的动摩擦因数 μ_2，忽略物块在斜面与桌面交接处的能量损失。(重力加速度取 $g=10\text{m/s}^2$；最大静摩擦力等于滑动摩擦力)



(1)求 θ 角增大到多少时，物块能从斜面开始下滑；(用正切值表示)

(2)当 θ 增大到 37°时，物块恰能停在桌面边缘，求物块与桌面间的动摩擦因数 μ_2

；

(已知 sin37°=0.6，cos37°=0.8)

(3)继续增大 θ 角，发现 θ=53°时物块落地点与墙面的距离最大，求此最大距离 x_m

。

【答案】(1) $\tan\theta \geq 0.05$ (2) $\mu_2=0.8$ (3) 1.9m

【解析】(1)为使小物块下滑 $mg\sin\theta \geq \mu_1 mg\cos\theta$ ①

θ满足的条件 $\tan\theta \geq 0.05$ ②

(2)克服摩擦力做功 $W_f=\mu_1 mgL_1\cos\theta+\mu_2 mg(L_2-L_1\cos\theta)$ ③

由动能定理得 $mgL_1\sin\theta-W_f=0$ ④

代入数据得 $\mu_2=0.8$ ⑤

(3)由动能定理可得 $mgL_1\sin\theta - W_f = \frac{1}{2}mv^2$ ⑥

代入数据得 $v = 1\text{m/s}$ ⑦

$H = \frac{1}{2}gt^2$， $t = 0.4\text{s}$， ⑧

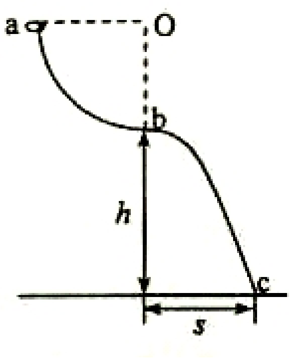
$x_1 = vt$，

$x_1 = 0.4\text{m}$， ⑨

$x_m = x_1 + L_2 = 1.9\text{m}$ ⑩

【考点定位】动能定理，运动学公式

23.(2015·海南卷·T14)如图，位于竖直水平面内的光滑轨道由四分之一圆弧 ab 和抛物线 bc 组成，圆弧半径 Oa 水平，b 点为抛物线顶点。已知 h=2m，，s=$\sqrt{2}m$。取重力加速度大小 $g = 10m/s^2$。



(1)一小环套在轨道上从 a 点由静止滑下，当其在 bc 段轨道运动时，与轨道之间无相互作用力，求圆弧轨道的半径；

(2)若环从 b 点由静止因微小扰动而开始滑下，求环到达 c 点时速度的水平分量的大小。

【答案】(1) $0.25m$ (2) $v_x=\frac{2\sqrt{10}}{3}m/s$

【解析】(1)一小环套在 bc 段轨道运动时，与轨道之间无相互作用力，则说明下落到 b 点时的速度，使得小环套做平抛运动的轨迹与轨道 bc 重合，故有 $s=v_bt$ ①

$h=\frac{1}{2}gt^2$ ②

从 ab 滑落过程中，根据动能定理可得 $mgR=\frac{1}{2}mv_b^2$ ③

联立三式可得 $R=\frac{s^2}{4h}=0.25m$ ④

(2)环由 b 处静止下滑过程中机械能守恒，设环下滑至 c 点的速度大小为 v，有

$mgh=\frac{1}{2}mv^2$ ⑤

环在 c 点的速度水平分量为 $v_x=v\cos\theta$ ⑥

式中，θ 为环在 c 点速度的方向与水平方向的夹角，由题意可知，环在 c 点的速度方向和以初速度 v_0 做平抛运动的物体在 c 点速度方向相同，而做平抛运动的物体末速度的水平分量为 $v_x^{'}=v_0$，竖直分量 $v_y^{'}$ 为

$v_y^{'}=\sqrt{2gh}$ ⑦

因此 $\cos\theta=\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+v_y^{'2}}}$ ⑧

联立可得 $v_x=\frac{2\sqrt{10}}{3}m/s$ ⑨

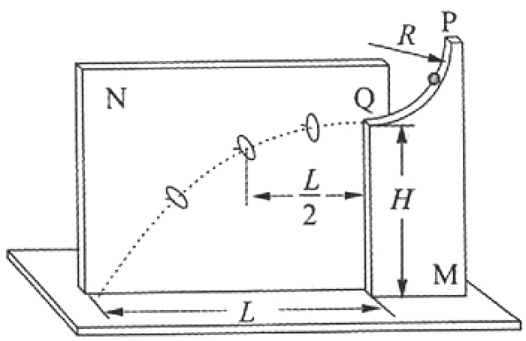
【考点定位】机械能守恒定律，平抛运动，动能定理。

24.(2015·重庆卷·T8)同学们参照伽利略时期演示平抛运动的方法制作了如题 8 图所示的实验装置。图中水平放置的底板上竖直地固定有 M 板和 N 板。M 板上部有一半径为 R 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧形的粗糙轨道，P 为最高点，Q 为最低点，Q 点处的切线水平，距底板高为 H .N 板上固定有三个圆环.将质量为 m 的小球从 P 处静止释放，小球运动至 Q 飞出后无阻碍地通过各圆环中心，落到底板上距 Q 水平距离为 L 处。不考虑空气阻力，重力加速度为 g .求：

(1)距 Q 水平距离为 $\frac{L}{2}$ 的圆环中心到底板的高度；

(2)小球运动到 Q 点时速度的大小以及对轨道压力的大小和方向；

(3)摩擦力对小球做的功.



题 8 图

【答案】(1)到底版的高度 $\frac{3}{4}H$ ；(2)速度的大小为 $L\sqrt{\frac{g}{2H}}$ ，压力的大小 $mg(1+\frac{L^2}{2HR})$，方向竖直向下 ；(3)摩擦力对小球作功 $mg(\frac{L^2}{4H}-R)$

【解析】(1)由平抛运动规律可知 $L=vt$， $H=\frac{1}{2}gt^2$

同理：$\frac{L}{2}=vt_1$，$h=\frac{1}{2}gt_1^2$

解得：$h=\frac{H}{4}$，则距地面高度为$H-\frac{H}{4}=\frac{3}{4}H$

(2)由平抛规律解得$v=\frac{L}{t}=L\sqrt{\frac{g}{2H}}$

对抛出点分析，由牛顿第二定律：$F_{支}-mg=m\frac{v^2}{R}$，解得$F_{支}=mg+\frac{mgL^2}{2HR}$

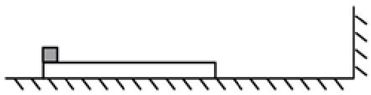
由牛顿第三定律知$F_{压}=F_{支}=mg+\frac{mgL^2}{2HR}$，方向竖直向下。

(3)对 P 点至 Q 点，由动能定理：$mgR+W_f=\frac{1}{2}mv^2-0$

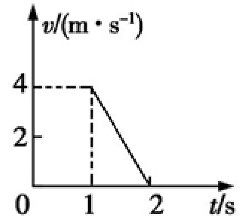
解得：$W_f=\frac{mgL^2}{4H}-mgR$

【考点定位】平抛运动的规律、动能定理、牛顿第二定律、牛顿第三定律。

25.(2015·全国新课标I卷·T25)一长木板置于粗糙水平地面上，木板左端放置一小物块，在木板右方有一墙壁，木板右端与墙壁的距离为4.5m，如图(a)所示。$t=0$时刻开始，小物块与木板一起以共同速度向右运动，直至$t=1s$时木板与墙壁碰撞(碰撞时间极短)。碰撞前后木板速度大小不变，方向相反；运动过程中小物块始终未离开木板。已知碰撞后1s时间内小物块的$v-t$图线如图(b)所示。木板的质量是小物块质量的15倍，重力加速度大小g取10m/s^2。求



图(a)



图(b)

(1)木板与地面间的动摩擦因数 μ_1 及小物块与木板间的动摩擦因数 μ_2 ；

(2)木板的最小长度；

(3)木板右端离墙壁的最终距离。

【答案】(1) $\mu_1 = 0.1$ $\mu_2 = 0.4$ (2) $6m$ (3) $6.5m$

【解析】(1)根据图像可以判定碰撞前木块与木板共同速度为 $v = 4m/s$

碰撞后木板速度水平向左，大小也是 $v = 4m/s$

木块受到滑动摩擦力而向右做匀减速，根据牛顿第二定律有 $\mu_2 g = \dfrac{4m/s - 0m/s}{1s}$

解得 $\mu_2 = 0.4$

木板与墙壁碰撞前，匀减速运动时间 $t = 1s$ ，位移 $x = 4.5m$ ，末速度 $v = 4m/s$

其逆运动则为匀加速直线运动可得 $x = vt + \dfrac{1}{2}at^2$

带入可得 $a = 1m/s^2$

木块和木板整体受力分析，滑动摩擦力提供合外力，即 $\mu_1 g = a$

可得 $\mu_1 = 0.1$

(2)碰撞后，木板向左匀减速，依据牛顿第二定律有 $\mu_1(\mathrm{M}+m)\mathrm{g}+\mu_2 mg = Ma_1$

可得 $a_1=\frac{4}{3}m/s^2$

对滑块，则有加速度 $a_2=4m/s^2$

滑块速度先减小到 0，此时碰后时间为 $t_1=1s$

此时，木板向左的位移为 $x_1=vt_1-\frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{10}{3}m$ 末速度 $v_1=\frac{8}{3}m/s$

滑块向右位移 $x_2=\frac{4m/s+0}{2}t_1=2m$

此后，木块开始向左加速，加速度仍为 $a_2=4m/s^2$

木块继续减速，加速度仍为 $a_1=\frac{4}{3}m/s^2$

假设又经历 t_2 二者速度相等，则有 $a_2t_2=v_1-a_1t_2$

解得 $t_2=0.5s$

此过程，木板位移 $x_3=v_1t_2-\frac{1}{2}a_1t_2^2=\frac{7}{6}m$ 末速度 $v_3=v_1-a_1t_2=2m/s$

滑块位移 $x_4=\frac{1}{2}a_2t_2^2=\frac{1}{2}m$

此后木块和木板一起匀减速。

二者的相对位移最大为 $\Delta x=x_1+x_3+x_2-x_4=6m$

滑块始终没有离开木板，所以木板最小的长度为 $6m$

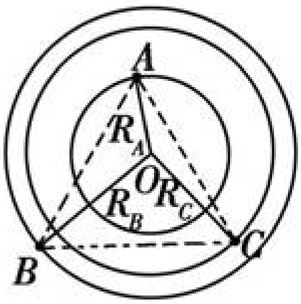
(3)最后阶段滑块和木板一起匀减速直到停止，整体加速度 $a=\mu_1 g=1m/s^2$

位移 $x_5=\frac{v_3^2}{2a}=2m$

所以木板右端离墙壁最远的距离为 $x_1+x_3+x_5=6.5m$

【考点定位】牛顿运动定律

26.(2015·安徽卷·T24)由三颗星体构成的系统，忽略其他星体对它们的作用，存在着一种运动形式:三颗星体在相互之间的万有引力作用下，分别位于等边三角形的三个顶点上，绕某一共同的圆心 O 在三角形所在的平面内做相同角速度的圆周运动(图示为 A、B、C 三颗星体质量不相同时的一般情况)。若 A 星体质量为 2m，B、C 两星体的质量均为 m，三角形边长为 a。求：



(1)A 星体所受合力大小 F_A；

(2)B 星体所受合力大小 F_B；

(3)C 星体的轨道半径 R_C；

(4)三星体做圆周运动的周期 T。

【答案】(1) $F_A=2\sqrt{3}G\dfrac{m^2}{a^2}$ (2) $F_B=\sqrt{7}G\dfrac{m^2}{a^2}$ (3) $R_C=\dfrac{\sqrt{7}}{4}a$ (4) $T=\pi\sqrt{\dfrac{a^2}{Gm^2}}$

【解析】(1)由万有引力定律，A 星体所受 B、C 星体引力大小为

$$F_{BA}=G\frac{m_Am_B}{r^2}=G\frac{2m^2}{a^2}=F_{CA}$$

方向如图，则合力大小为$F_A=2\sqrt{3}G\dfrac{m^2}{a^2}$

(2)同上，B 星体所受 A、C 星体引力大小分别为$F_{AB}=G\dfrac{m_Am_B}{r^2}=G\dfrac{2m^2}{a^2}$

$F_{CB}=G\dfrac{m_Cm_B}{r^2}=G\dfrac{m^2}{a^2}$方向如图，则合力大小为$F_{Bx}=F_{AB}\cos60°+F_{CB}=2G\dfrac{m^2}{a^2}$

$F_{By}=F_{AB}\sin60°=\sqrt{3}G\dfrac{m^2}{a^2}$。可得$F_B=\sqrt{F_{Bx}^2+F_{By}^2}=\sqrt{7}G\dfrac{m^2}{a^2}$

(3)由对称性知，OA 在 BC 的中垂线上，$R_C=R_B$.对 A 星体：$\dfrac{2\sqrt{3}Gm^2}{a^2}=2m\omega^2R_A$

③，对 B 星体：$\dfrac{\sqrt{7}Gm^2}{a^2}=m\omega^2R_B$ ④，联立解得$R_A=\sqrt{\dfrac{3}{7}}R_C$，在三角形中，

$(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a-R_A)^2+(\dfrac{a}{2})^2=R_C^2$，解得$R_C=\dfrac{\sqrt{7}}{4}a$，即$R_B=\dfrac{\sqrt{7}}{4}a$ ⑤；

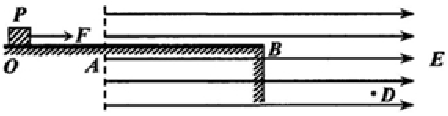
(4)把⑤式代入④式，得$\omega=2\sqrt{\dfrac{Gm}{a^3}}$，即$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{Gm}}$.

考点：本题考查万有引力定律、力的合成、正交分解法等知识。

27.(2015·四川卷·T10)如图所示，粗糙、绝缘的直轨道 OB 固定在水平桌面上，B 端与桌面边缘对齐，A 是轨道上一点，过 A 点并垂直于轨道的竖直面右侧有大小 E＝1.5×10^6N/C, 方向水平向右的匀强电场。带负电的小物体 P 电荷量是 2.0×10^{-6}C，质量 m＝0.25kg，与轨道间动摩擦因数 μ＝0.4，P 从 O 点由静止开始向右运动，经过 0.55s 到达 A 点，到达 B 点时速度是 5m/s，到达空间 D 点时速度与竖直方向的夹角为 α，且 tanα＝1.2。P 在整个运动过程中始终受到水平向右的某

外力 F 作用，F 大小与 P 的速率 v 的关系如表所示。P 视为质点，电荷量保持不变，忽略空气阻力，取 $g=10\ m/s^2$，求：

$v/(m\cdot s^{-1})$	$0\leqslant v\leqslant 2$	$2<v<5$	$v\geqslant 5$
F/N	2	6	3



(1)小物体 P 从开始运动至速率为 2m/s 所用的时间；

(2)小物体 P 从 A 运动至 D 的过程，电场力做的功。

【答案】(1)$t_1=0.5s$；(2)

【解析】(1)物体 P 在水平桌面上运动时，竖直方向上只受重力 mg 和支持力 N 作用，因此其滑动摩擦力大小为：$f=\mu mg=1N$

根据表格数据可知，物体 P 在速率 $v=0\sim 2m/s$ 时，所受水平外力 $F_1=2N>f$，因此，在进入电场区域之前，物体 P 做匀加速直线运动，设加速度为 a_1，不妨设经时间 t_1 速度为 $v_1=2m/s$，还未进入电场区域。

根据匀变速直线运动规律有：$v_1=a_1t_1$ ①

根据牛顿第二定律有：$F_1-f=ma_1$ ②

由①②式联立解得：$t_1=\dfrac{mv_1}{F_1-f}=0.5s<0.55s$，所以假设成立

即小物体 P 从开始运动至速率为 2m/s 所用的时间为 $t_1=0.5s$

(2)当物体 P 在速率 $v=2\sim5m/s$ 时，所受水平外力 $F_2=6N$，设先以加速度 a_2 再加速 $t_2=0.05s$ 至 A 点，速度为 v_2，根据牛顿第二定律有：$F_2-f=ma_2$ ③

根据匀变速直线运动规律有：$v_2=v_1+a_2t_2$ ④

由③④式联立解得：$v_2=3m/s$ ⑤

物体 P 从 A 点运动至 B 点的过程中，由题意可知，所受水平外力仍然为 $F_2=6N$ 不变，设位移为 x_1，加速度为 a_3，根据牛顿第二定律有：$F_2-f-qE=ma_3$ ⑥

根据匀变速直线运动规律有：$2a_3x_1=v_B^2-v_2^2$ ⑦

由⑤⑥⑦式联立解得：$x_1=1m$ ⑧

根据表格数据可知，当物体 P 到达 B 点时，水平外力为 $F_3=qE=3N$，因此，离开桌面在水平方向上做匀速直线运动，在竖直方向上只受重力，做自由落体运动，设运动至 D 点时，其水平向右运动位移为 x_2，时间为 t_3，则在水平方向上有：$x_2=v_Bt_3$ ⑨

根据几何关系有：$\cot\alpha=\frac{gt_3}{v_2}$ ⑩

由⑨⑩式联立解得：$x_2=\frac{25}{12}m$ ⑪

所以电场力做的功为：$W=-qE(x_1+x_2)$ ⑫

由⑧⑪⑫式联立解得：$W=-9.25J$

【考点定位】物体的受力分析、牛顿第二定律、匀变速直线运动规律、平抛运动规律、功的定义式的应用。

28.(2015·上海卷·T31)质量为 m 的小球在竖直向上的恒定拉力作用下，由静止开始从水平地面向上运动，经一段时间，拉力做功为 W，此后撤去拉力，球又经相同时间回到地面，以地面为零势能面，不计空气阻力。求：

(1)球回到地面时的动能 E_k；

(2)撤去拉力前球的加速度大小 a 及拉力的大小 F；

(3)球动能为 W/5 时的重力势能 E_p。

【答案】(1)W；(2) $F=\frac{4}{3}mg$ ；(3) $\frac{3}{5}W$ 或 $\frac{4}{5}W$

【解析】(1)撤去拉力时球的机械能为 W，由机械能守恒定律，回到地面时的动能

$$E_{K1}=W$$

(2)设拉力作用时间为 t，在此过程中球上升 h，末速度为 v，则

$$h=\frac{1}{2}at^2$$

v=at

由题意有 $-h=vt-\frac{1}{2}gt^2$

解得 $a=\frac{1}{3}g$

根据牛顿第二定律，F-mg=ma，解得 $F=\frac{4}{3}mg$

(3)动能为 W/5 时球的位置可能在 h 的下方或上方。

设球的位置在 h 下方离地 h′处

$(F-mg)h'=\frac{1}{5}W$

而 $(F-mg)h=\frac{1}{4}W$，解得 $h'=\frac{4}{5}h$

重力势能 $E_p=mgh'=\frac{3}{5}W$

设球的位置在 h 下上方离地 h'' 处

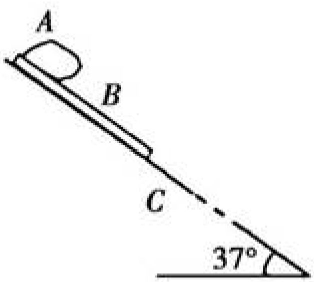
由机械能守恒定律 $\frac{1}{5}W+mgh''=W$

因此 重力势能 $E_p=mgh''=\frac{4}{5}W$

【考点定位】牛顿第二定律；机械能守恒定律；匀变速直线运动公式

29.(2015·全国新课标II卷·T25)下暴雨时，有时会发生山体滑坡或泥石流等地质灾害。某地有一倾角为 θ=37°(sin37°=$\frac{3}{5}$)的山坡 C，上面有一质量为 m 的石板 B，其上下表面与斜坡平行；B 上有一碎石堆 A(含有大量泥土)，A 和 B 均处于静止状态，如图所示。假设某次暴雨中，A 浸透雨水后总质量也为 m(可视为质量不变的滑块)，在极短时间内，A、B 间的动摩擦因数 μ_1 减小为 $\frac{3}{8}$，B、C 间的动摩擦因数 μ_2 减小为 0.5，A、B 开始运动，此时刻为计时起点；在第 2s 末，B 的上表

面突然变为光滑，μ_2保持不变。已知 A 开始运动时，A 离 B 下边缘的距离 l=27m，C 足够长，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。取重力加速度大小 $g=10m/s^2$。求：



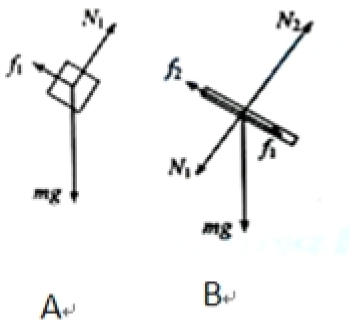
(1)在 0~2s 时间内 A 和 B 加速度的大小；

(2)A 在 B 上总的运动时间。

【答案】(1)$a_1=3m/s^2$； $a_2=1m/s^2$；(2)4s

【解析】本题主要考查牛顿第二定律、匀变速运动规律以及多物体多过程问题；

(1) 在 0-2s 内，A 和 B 受力如图所示



由滑动摩擦力公式和力的平衡条件得:

$f_1=\mu_1 N_1$……………(1)

$N_1=mg\cos\theta$………..(2)

$f_2=\mu_2 N_2$……………(3)

$N_2 = N_1 + mg\cos\theta$ ……(4)

以沿着斜面向下为正方向，设 A 和 B 的加速度分别为，由牛顿第二定律可得：

$mg\sin\theta - f_1 = ma_1$ ……(5)

$mg\sin\theta - f_2 + f_1 = ma_2$ ………(6)

联立以上各式可得 a_1=3m/s^2…………(7)

a_2 =1m/s^2………………..(8)

(2)在 t_1=2s，设 A 和 B 的加速度分别为，则

v_1=a_1t_1=6m/s………………(9)

v_2=$a_{2t}1$=2m/s………………(10)

$t>t_1$ 时，设 A 和 B 的加速度分别为 a_1'，a_2' 此时 AB 之间摩擦力为零，同理可得：

$a_1' = 6m/s^2$ ………(11)

$a_2' = -2m/s^2$ ………(12)

即 B 做匀减速，设经时间，B 的速度减为零，则：

$v_2 + a_2't_2 = 0$ ……………………(13)

联立(10)(12)(13)可得 t_2=1s…………..(14)

在 t_1+t_2 时间内，A 相对于 B 运动的距离为

$s = (\frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_1t_2 + \frac{1}{2}a_1't_2^2) - (\frac{1}{2}a_2t_1^2 + v_2t_2 + \frac{1}{2}a_2't_2^2) = 12m < 27m$ …(15)

此后 B 静止不动，A 继续在 B 上滑动，设再经时间后 t_3，A 离开 B，则有

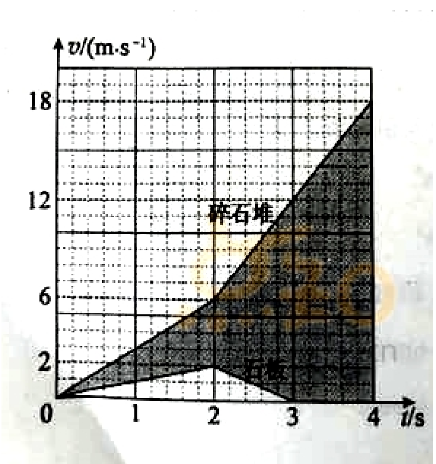
$$L-s=(v_1+a_1't_2)t_3+\frac{1}{2}a_1't_3^2$$

可得，t_3=1s(另一解不合题意，舍去，)

则 A 在 B 上的运动时间为 $t_{总}$.

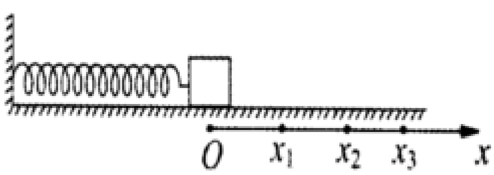
$t_{总}=t_1+t_2+t_3$=4s

(利用下面的速度图象求解，正确的，参照上述答案信参考给分)



【考点定位】牛顿第二定律；匀变速直线运动；

30.(2015·北京卷·T23)如图所示，弹簧的一端固定，另一端连接一个物块，弹簧质量不计，物块(可视为质点)的质量为 m，在水平桌面上沿 x 轴转动，与桌面间的动摩擦因数为μ，以弹簧原长时物块的位置为坐标原点 O，当弹簧的伸长量为 x 时，物块所受弹簧弹力大小为 F=kx，k 为常量。



(1)请画出 F 随 x 变化的示意图:并根据 F-x 图像，求物块沿 x 轴从 O 点运动到位置 x 过程中弹力所做的功。

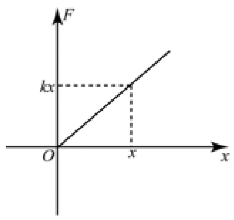
(2)物块由 x_1 向右运动到 x_3，然后由 x_3 返回到 x_2，在这个过程中。

a、求弹力所做的功；并据此求弹性势能的变化量；

b、求滑动摩擦力所做的功；并与弹力做功比较，说明为什么不存在与摩擦力对应的“摩擦力势能”的概念。

【答案】(1) $W=-\frac{1}{2}kx^2$，(2) a、$\Delta E_P=\frac{1}{2}kx_2^{\ 2}-\frac{1}{2}kx_1^{\ 2}$ ；b、 $W_f=-\mu mg(2x_3-x_2-x_1)$

【解析】(1)在 $F-x$ 图象中，面积为外力拉弹簧时外力所做的功



$$W=\frac{F}{2}x=\frac{1}{2}kx^2$$

弹簧的弹力对其做负功，$W=-\frac{1}{2}kx^2$

(2)a、

物块由 x_1 运动到 x_3 的过程中，弹力做功为：

$$W_{T1}=-\frac{1}{2}(kx_1+kx_3)(x_3-x_1)=\frac{1}{2}kx_1^{\ 2}-\frac{1}{2}kx_3^{\ 2}$$ ；

物块由 x_3 运动到 x_2 的过程中，弹力做功为：

$$W_{T2}=\frac{1}{2}(kx_2+kx_3)(x_3-x_2)=\frac{1}{2}kx_3^{\ 2}-\frac{1}{2}kx_2^{\ 2}$$ ；

整个过程中弹力做功：$W_T = W_{T1} + W_{T2} = \frac{1}{2}k{x_1}^2 - \frac{1}{2}k{x_2}^2$；

弹性势能的变化量为：$\Delta E_P = -W_T = \frac{1}{2}k{x_2}^2 - \frac{1}{2}k{x_1}^2$；

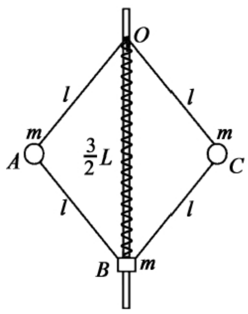
b、

整个过程中，摩擦力做功：$W_f = -\mu mg\left(2x_3 - x_1 - x_2\right)$

比较两力做功可知，弹力做功与实际路径无关，取决于始末两点间的位置；因此我们可以定义一个由物体之间的相互作用力(弹力)和相对位置决定的能量——弹性势能；而摩擦力做功与 x3 有关，即与实际路径有关，因此不能定义与摩擦力对应的“摩擦力势能”。

【考点定位】用图像法求变力做功，功能关系。

31.(2015·江苏卷·T14)一转动装置如图所示，四根轻杆OA、OC、AB和CB与两小球以及一小环通过铰链连接，轻杆长均为l，球和环的质量均为m，O端固定在竖直的轻质转轴上，套在转轴上的轻质弹簧连接在O与小环之间，原长为L，装置静止时，弹簧长为3L/2，转动该装置并缓慢增大转速，小环缓慢上升。弹簧始终在弹性限度内，忽略一切摩擦和空气阻力，重力加速度为g，求



(1)弹簧的劲度系数k；

(2)AB杆中弹力为零时，装置转动的角速度ω_0；

(3)弹簧长度从3L/2缓慢缩短为L/2的过程中，外界对转动装置所做的功W。

【答案】(1)4mg/L (2) $\omega_0=\sqrt{\dfrac{8g}{5L}}$ (3) $mgL+\dfrac{16mgl^2}{L}$

【解析】(1)装置静止时，设 OA、AB 杆中的弹力分别为 F_1、T_1，OA 杆与转轴的夹角为 θ_1

小环受到弹簧的弹力 $F_{弹1}=k\dfrac{L}{2}$

小环受力平衡：$F_{弹1}=mg+2T_1\cos\theta_1$

小球受力平衡：$F_1\cos\theta_1+T_1\cos\theta_1=mg$ $F_1\sin\theta_1=T_1\sin\theta_1$

解得：$k=\dfrac{4mg}{L}$

(2)设 OA、AB 杆中的弹力分别为 F_2、T_2，OA 杆与转轴的夹角为 θ_2

小环受到弹簧的弹力 $F_{弹2}=k(x-L)$

小环受力平衡：$F_{弹2}=mg$，得：$x=\dfrac{5}{4}L$

对小球：$F_2\cos\theta_2=mg$；$F_2\sin\theta_2=m\omega_0^2l\sin\theta_2$ 且 $\cos\theta_2=\dfrac{x}{2l}$

解得：$\omega_0=\sqrt{\dfrac{8g}{5L}}$

(3)弹簧长度为 L/2 时，设 OA、AB 杆中的弹力分别为 F_3、T_3，OA 杆与弹簧的夹角为 θ_3

小环受到弹簧的弹力：$F_{弹3}=k\frac{L}{2}$

小环受力平衡：$2T_3\cos\theta_3=mg+F_{弹3}$且$\cos\theta_3=\frac{L}{4l}$

对小球：$F_3\cos\theta_3=+T_3\cos\theta_3+mg$；$F_3\sin\theta_3+T_3\sin\theta_3=m\omega_3^2 l\sin\theta_3$

解得：$\omega_3=\sqrt{\frac{16g}{L}}$

整个过程弹簧弹性势能变化为零，则弹力做的功为零，由动能定理：

$$W-mg\left(\frac{3L}{2}-\frac{L}{2}\right)-2mg\left(\frac{3L}{4}-\frac{L}{4}\right)=2\times\frac{1}{2}m(\omega_3 l\sin\theta_3)^2$$

解得：$W=mgL+\frac{16mgl^2}{L}$

【考点】物体的平衡、动能定理

32.(2013·海南卷)一质量 m=0.6kg 的物体以 v_0=2.0m/s 的初速度从倾角为 30°的斜坡底端沿斜坡向上运动。当物体向上滑到某一位置时，其动能减少了 ΔE_k=18J，机械能减少了 ΔE=3J，不计空气阻力，重力加速度 g=10m/s^2，求：

(1)物体向上运动时加速度的大小；

(2)物体返回斜坡底端时的动能。

【答案】(1)6m/s^2 (2)80J

【解析】(1)设物体在运动过程中所受的摩擦力大小为 f，向上运动的加速度大小为 a，由牛顿第二定律有 $a=\frac{mg\sin\alpha+f}{m}$

设物体动能减少 ΔE_k 时，在斜坡上运动的距离为 s，由功能关系得 $\Delta E_k=(mg\sin\alpha+f)s$，$\Delta E=fs$

联立以上各式并代入数据可得 $a=6m/s^2$。

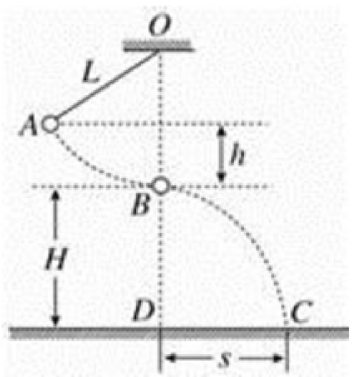
(2)设物体沿斜坡向上运动的最大距离为 s_m，由运动学规律可得，$s_m=\frac{v_0^2}{2a}$

设物体返回底端时的动能为 E_k，由动能定理有 $E_k=(mg\sin\alpha-f)s_m$

联立以上各式并代入数据可得，$E_k=80J$。

【考点定位】考查牛顿运动定律和动能定理。

33.(2013·福建卷)如图所示，一不可伸长的轻绳上端悬挂于 O 点，下端系一质量 m=1.0kg 的小球。现将小球拉到 A 点(保持绳绷直)由静止释放，当它经过 B 点时绳恰好被拉断，小球平抛后落在水平地面上的 C 点。地面上的 D 点与 OB 在同一竖直线上，已知绳长 L=1.0m，B 点离地高度 H=1.0m，A、B 两点的高度差 h=0.5m，重力加速度 g 取 $10m/s^2$，不计空气阻力影响，求：



(1)地面上 DC 两点间的距离 s；

(2)轻绳所受的最大拉力大小。

【答案】(1)1.41m (2)20 N

【解析】(1)设小球运动至 B 点的速度为 v，小球由 A 运动至 B 点的过程中，只有重力做功，根据动能定理有 mgh=$\frac{1}{2}mv^2$-0 ①

小球由B 至 C 过程中，做平抛运动，设平抛运动的时间为 t，根据平抛运动的规律

在水平方向上有：s=vt ②

在竖直方向上有：H=$\frac{1}{2}gt^2$ ③

由①②③式联立，并代入数据解得：s=$\sqrt{2}$ m=1.41m

(2)在小球刚到达 B 点绳断瞬间前，受重力 mg 和绳的拉力 T 作用，根据牛顿第二定律有：

T-mg=$\frac{mv^2}{L}$ ④

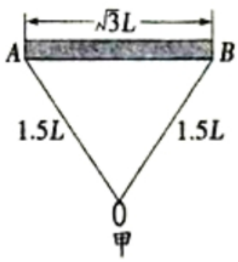
显然此时绳对小球的拉力最大，根据牛顿第三定律可知，绳所受小球的最大拉力为：

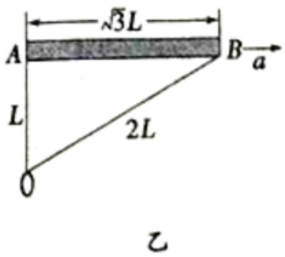
T′=T ⑤

由①④⑤式联立，并代入数据解得：T′=20N。

【考点定位】本题综合考查了圆周运动向心力公式、平抛运动规律、动能定理(或机械能守恒定律)相结合的一类问题，

34.(2013·福建卷)质量为 M、长为$\sqrt{3}L$的杆水平放置，杆两端 A、B 系着长为 3L 的不可伸长且光滑的柔软绳，绳上套着一质量为 m 的小铁环。已知重力加速度为 g，不计空气影响。





(1)现让杆和环均静止悬挂在空中，如图甲，求绳中拉力的大小；

(2)若杆与环保持相对静止，在空中沿 AB 方向水平向右做匀加速直线运动，此时环恰好悬于 A 端的正下方，如图乙所示。

①求此状态下杆的加速度大小 a；

②为保持这种状态需在杆上施加一个多大的外力，方向如何？

【答案】(1) $\frac{\sqrt{6}}{4}mg$　(1)① $\frac{\sqrt{3}}{3}g$　② $\frac{2\sqrt{3}}{3}(M+m)g$，方向与水平方向成 α=60°斜向上

【解析】(1)如图 1.

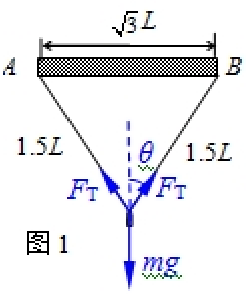


图 1

设平衡时，绳中拉力为 F_T，有 $2F_T\cos\theta - mg = 0$ ①

由图知 $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ②　　由①②式解得 $F_T = \frac{\sqrt{6}}{4}mg$ ③

(2)①此时，对小铁环受力分析如图 2,

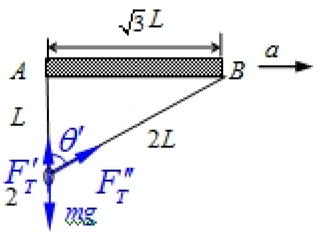


图 2

有 $F_T''\sin\theta' = ma$ ④ $F_T' + F_T''\cos\theta' - mg = 0$ ⑤

由图知 $\theta' = 60^0$，代入④⑤式解得 $a = \frac{\sqrt{3}}{3}g$ ⑥

②如图 3,

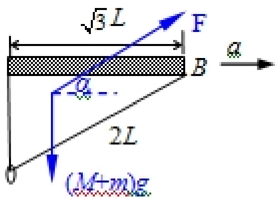


图 3

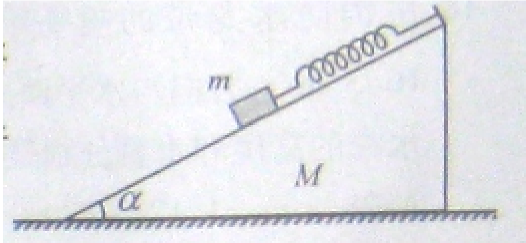
设外力 F 与水平方向成 α 角，将杆和小铁环当成一个整体，有

$F\cos\alpha = (M+m)a$ ⑦ $F\sin\alpha - (M+m)g = 0$ ⑧

由⑥⑦⑧式解得 $F = \frac{2\sqrt{3}}{3}(m+M)g$

$\tan\alpha = \sqrt{3}$(或 $\alpha = 60^0$)即与水平方向夹角为 60° 斜向右上方。

35.(2013·安徽卷·T24)如图所示，质量为 M、倾角为 α 的斜面体(斜面光滑且足够长)放在粗糙的水平地面上，底部与地面的动摩擦因数为 μ，斜面顶端与劲度系数为 k、自然长度为 l 的轻质弹簧相连，弹簧的另一端连接着质量为 m 的物块。压缩弹簧使其长度为 $\frac{3}{4}l$ 时将物块由静止开始释放，且物块在以后的运动中，斜面体始终处于静止状态。重力加速度为 g。



(1)求物块处于平衡位置时弹簧的长度；

(2)选物块的平衡位置为坐标原点，沿斜面向下为正方向建立坐标轴，用 x 表示物块相对于平衡位置的位移，证明物块做简谐运动；

(3)求弹簧的最大伸长量；

(4)为使斜面始终处于静止状态，动摩擦因数 μ 应满足什么条件(假设滑动摩擦力等于最大静摩擦力)？

【答案】(1) $l+\dfrac{mg\sin\alpha}{k}$ (2)见解析 (3) $\dfrac{l}{4}+\dfrac{2mg\sin\alpha}{k}$ (4)

【解析】(1)设物块处于平衡位置时弹簧的伸长量为 Δl，则

$mg\sin\alpha-k\Delta l=0$，解得 $\Delta l=\dfrac{mg\sin\alpha}{k}$

所以此时弹簧的长度为 $l+\dfrac{mg\sin\alpha}{k}$。

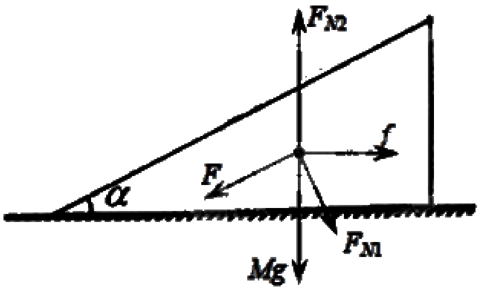
(2)当物块相对平衡位置的位移为 x 时，弹簧的伸长量为 $x+\Delta l$，物块所受合力(即回复力)

$F_{合}=mg\sin\alpha-k(x+\Delta l)$，联立以上各式，$F_{合}=-kx$，由此可知该物块做简谐运动。

(3)该物块做简谐运动的振幅为$A=\frac{l}{A}+\Delta l=\frac{l}{A}+\frac{mg\sin\alpha}{k}$，由简谐运动的对称性可知，弹簧的最大伸长量

为$A+\Delta l=\frac{l}{4}+\frac{2mg\sin\alpha}{k}$

(4)设物块位移 x 为正，对斜面受力分析如图所示。



由于斜面受力平衡，则有

在水平方向上有：$f+F_{N1}\sin\alpha-F\cos\alpha=0$；在竖直方向上有：$F_{N2}-Mg-F\sin\alpha-F_{N1}\cos\alpha=0$

又 $F=k(x+\Delta l)$，$F_{N1}=mg\cos\alpha$

联立可得 $f=kx\cos\alpha$，$F_{N2}=Mg+mg+kx\sin\alpha$

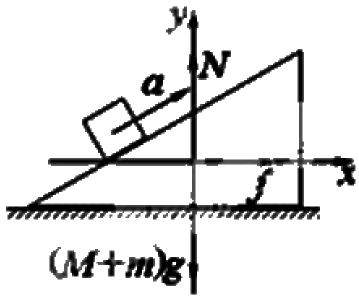
为使斜面始终处于静止状态，结合牛顿第二定律，应满足$|f|\le\mu F_{N2}$，所以

$$\mu\ge\frac{|f|}{F_{N2}}=\frac{k|x|\cos\alpha}{Mg+mg+kx\sin\alpha}$$

当 x=-A 时，上式右端达到最大值，于是有

$$\mu\ge\frac{(kl+4mg\sin\alpha)\cos\alpha}{4Mg+4mg\cos^2\alpha-kl\sin\alpha}$$。

【另解】对由斜面、物块、弹簧组成的系统受力分析，受重力(M＋m)g、地面的支持力 N 和水平方向的静摩擦力 f 作用，如图所示。



建立图示直角坐标系，根据牛顿第二定律可知：

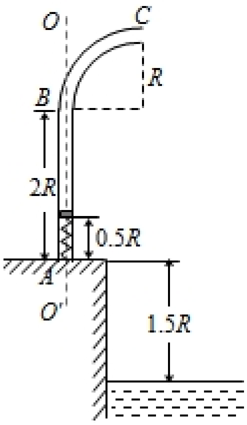
在水平方向上有：f=M×0＋macosα；在竖直方向上有：N－(M＋m)g=M×0＋masinα

其中，静摩擦力 $f \le f_m = \mu N$，$a=\frac{F_{合}}{m}=-\frac{kx}{m}$ (-A≤x≤A)，$A=\frac{l}{4}+\Delta l=\frac{l}{4}+\frac{mg\sin\alpha}{k}$

联立以上各式，解得：$\mu \ge \frac{(kl+4mg\sin\alpha)\cos\alpha}{4Mg+4mg\cos^2\alpha-kl\sin\alpha}$。

【考点定位】胡克定律，简谐运动，共点力平衡

36.(2011·福建卷)如图为某种鱼饵自动投放器中的投饵管装置示意图，其下半部 AB 是一长为 2R 的竖直细管，上半部 BC 是半径为 R 的四分之一圆弧弯管，管口沿水平方向，AB 管内有一原长为 R、下端固定的轻质弹簧.投饵时，每次总将弹簧长度压缩到 0.5R 后锁定，在弹簧上端放置一粒鱼饵，解除锁定，弹簧可将鱼饵弹射出去.设质量为 m 的鱼饵到达管口 C 时，对管壁的作用力恰好为零.不计鱼饵在运动过程中的机械能损失，且锁定和解除锁定时，均不改变弹簧的弹性势能.已知重力加速度为 g.求：



(1)质量为 m 的鱼饵到达管口 C 时的速度大小 v_1;

(2)弹簧压缩到 0.5R 时的弹性势能 E_p;

(3)已知地面与水面相距 1.5R，若使该投饵管绕 AB 管的中轴线 OO’在 90° 角的范围内来回缓慢转动，每次弹射时只放置一粒鱼饵，鱼饵的质量在 $\frac{2}{3}m$ 到 m 之间变化，且均能落到水面。持续投放足够长时间后，鱼饵能够落到水面的最大面积 S 是多少？

【答案】见解析

【解析】(1)质量为 m 的鱼饵到达管口 C 时做圆周运动的向心力，完全由重力提供，

则 $mg = m\frac{v_1^2}{R}$ …1

由1式解得：$v_1 = \sqrt{gR}$ …2

(2)从弹著释放到最高点 C 的过程中，弹普蝴单性势能全部转化为鱼饵的机械能，由系统的机械能守恒定律有 $E_P = mg(1.5R + R) + \frac{1}{2}mv_1^2$ 3

由23式解得 $E_P = 2mgR$ 4

(3)不考虑因缓慢转动装置对鱼饵速度大小的影响，质量为 m 的鱼饵离开管口 C 后做平抛运动，设经过 t 时间落到水面上，离 OO’的水平距离为 x_1，由平抛运动规律有：$4.5R=\frac{1}{2}gt^2$…⑤

$x_1=v_1t+R$…⑥

由⑤⑥式解得：$x_1=4R$…⑦

当鱼饵的质量为$\frac{2}{3}$m 时，设其到达管口 C 时速度大小为v_2，由机械能守恒定律得：

$E_p=\frac{2}{3}mg(1.5R+R)+\frac{1}{2}(\frac{2}{3}m)v_2^2$…⑧

由④⑧式解得：$v_2=2\sqrt{gR}$…⑨

质量为$\frac{2}{3}$m 的鱼饵落到水面上时，设离 OO’的水平距离为 x_2，则 $x_2=v_2t+R$…⑩

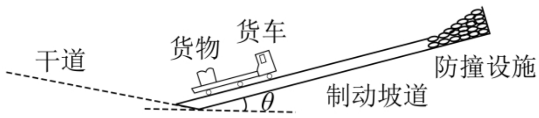
由⑤⑨⑩式解得：$x_2=7R$

鱼饵能够落到水面的最大面积 $S=\frac{1}{4}(\pi\cdot X_2^2-\pi\cdot X_1^2)=\frac{33}{4}\pi R^2$（或 $8.25\pi R^2$）

【考点定位】平抛运动规律、牛顿运动定律、竖直面内的圆周运动、机械能守恒定律

37.(2016·四川卷)避险车道是避免恶性交通事故的重要设施，由制动坡床和防撞设施等组成，如图竖直平面内，制动坡床视为与水平面夹角为θ的斜面。一辆长 12 m 的载有货物的货车因刹车失灵从干道驶入制动坡床，当车速为 23 m/s 时，车尾位于制动坡床的低端，货物开始在车厢内向车头滑动，当货物在车厢内滑动

了 4 m 时，车头距制动坡床顶端 38 m，再过一段时间，货车停止。已知货车质量是货物质量的 4 倍，货物与车厢间的动摩擦因数为 0.4；货车在制动坡床上运动受到的坡床阻力大小为货车和货物总重的 0.44 倍。货物与货车分别视为小滑块和平板，取 $\cos\theta=1, \sin\theta=0.1$，$g=10\ m/s^2$。求：



(1)货物在车厢内滑动时加速度的大小和方向；

(2)制动坡床的长度。

【答案】(1)$5 m/s^2$，方向沿斜面向下(2)98m

【解析】(1)设货物的质量为 m，货物在车厢内滑动过程中，货物与车厢的动摩擦因数 μ=0.4，受摩擦力大小为 f，加速度大小为 a_1，则 $f+mg\sin\theta=ma_1$ ①

$f=\mu mg\cos\theta$ ②

联立①②并代入数据得 $a_1=5\ m/s$③

a_1 的方向沿制动坡床向下。

(2)设货车的质量为 M，车尾位于制动坡床底端时的车速为 v=23 m/s。货车在车厢内开始滑动到车头距制动坡床顶端 s_0=38m 的过程中，用时为 t，货物相对制动坡床的运动距离为 s_1，在车厢内滑动的距离 s=4m，货车的加速度大小为 a_2，货车相对制动坡床的运动距离为 s_2。货车受到制动坡床的阻力大小为 F，F 是货车和货物总重的 k 倍，k=0.44，货车长度 l_0=12m，制动坡床的长度为 l，则

$Mg\sin\theta+F-f=Ma_2$④

$F=k(m+M)g$ ⑤

$s_1=vt-\frac{1}{2}a_1t^2$ ⑥

$s_2=vt-\frac{1}{2}a_2t^2$ ⑦

$s=s_1-s_2$ ⑧

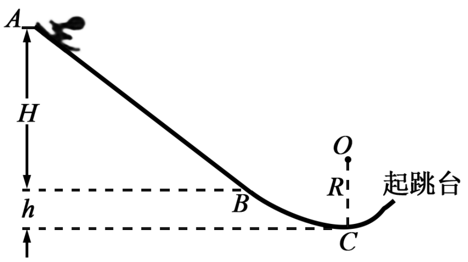
$l=l_2+s_0+s_1$ ⑨

联立①②③-⑨并代入数据得 $l=98\ \text{m}$ ⑩

考点：匀变速直线运动的应用；牛顿第二定律

【名师点睛】此题依据高速公路的避嫌车道，考查了牛顿第二定律的综合应用；涉及到两个研究对象的多个研究过程；关键是弄清物理过程，分析货物和车的受力情况求解加速度，然后选择合适的物理过程研究解答；此题属于中等题目.

38.(2016·天津卷)我国将于 2022 年举办冬奥会，跳台滑雪是其中最具观赏性的项目之一。如图所示，质量 m=60 kg 的运动员从长直助滑道 AB 的 A 处由静止开始以加速度 $a=3.6\ \text{m/s}^2$ 匀加速滑下，到达助滑道末端 B 时速度 $v_B=24$ m/s，A 与 B 的竖直高度差 H=48 m。为了改变运动员的运动方向，在助滑道与起跳台之间用一段弯曲滑道衔接，其中最低点 C 处附近是一段以 O 为圆心的圆弧。助滑道末端 B 与滑道最低点 C 的高度差 h=5 m，运动员在 B、C 间运动时阻力做功 W=–1 530 J，取 $g=10\ \text{m/s}^2$。



(1)求运动员在 AB 段下滑时受到阻力 F_f 的大小；

(2)若运动员能够承受的最大压力为其所受重力的 6 倍, 则 C 点所在圆弧的半径 R 至少应为多大。

【答案】(1)144 N　(2)12.5 m

【解析】(1)运动员在 AB 上做初速度为零的匀加速运动，设 AB 的长度为 x，则有

$v_B^2=2ax$①

由牛顿第二定律有 $mg\dfrac{H}{x}-F_f=ma$②

联立①②式，代入数据解得 $F_f=144\ N$③

(2)设运动员到达 C 点时的速度为 v_C，在由 B 到达 C 的过程中，由动能定理有

$mgh+W=\dfrac{1}{2}mv_C^2-\dfrac{1}{2}mv_B^2$④

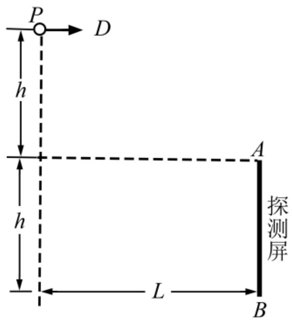
设运动员在 C 点所受的支持力为 F_N，由牛顿第二定律有 $F_N-mg=\dfrac{v_C^2}{R}$⑤

由运动员能够承受的最大压力为其所受重力的 6 倍，联立④⑤式，代入数据解得 R=12.5 m⑥

【考点定位】动能定理、牛顿第二定律的应用

【名师点睛】此题是力学综合题，主要考查动能定理及牛顿第二定律的应用；解题的关键是搞清运动员运动的物理过程，分析其受力情况，然后选择合适的物理规律列出方程求解；注意第(1)问中斜面的长度和倾角未知，需设出其中一个物理量。

39.(2016·浙江卷)在真空环境内探测微粒在重力场中能量的简化装置如图所示。P 是一个微粒源，能持续水平向　右发射质量相同、初速度不同的微粒。高度为 h 的探测屏 AB 竖直放置，离 P 点的水平距离为 L，上端 A 与 P 点的高度差也为 h。



(1)若微粒打在探测屏 AB 的中点，求微粒在空中飞行的时间；

(2)求能被屏探测到的微粒的初速度范围；

(3)若打在探测屏 A、B 两点的微粒的动能相等，求 L 与 h 的关系。

【答案】(1) $t=\sqrt{\dfrac{3h}{g}}$　(2) $L\sqrt{\dfrac{g}{4h}}\le v\le L\sqrt{\dfrac{g}{2h}}$　(3) $L=2\sqrt{2}h$

【解析】(1)打在中点的微粒 $\dfrac{3}{2}h=\dfrac{1}{2}gt^2$ ①

$t=\sqrt{\dfrac{3h}{g}}$ ②

(2)打在 B 点的微粒 $v_1=\frac{L}{t_1}$；$2h=\frac{1}{2}gt_1^2$ ③

$v_1=L\sqrt{\frac{g}{4h}}$ ④

同理，打在 A 点的微粒初速度 $v_2=L\sqrt{\frac{g}{2h}}$ ⑤

微粒初速度范围 $L\sqrt{\frac{g}{4h}}\le v\le L\sqrt{\frac{g}{2h}}$ ⑥

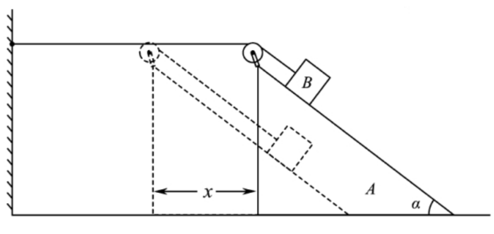
(3)由能量关系 $\frac{1}{2}mv_2^2+mgh=\frac{1}{2}mv_1^2+2mgh$ ⑦

代入④、⑤式 $L=2\sqrt{2}h$ ⑧

【考点定位】动能定理；平抛运动

【名师点睛】此题是对平抛运动的考查；主要是掌握平抛运动的处理方法，在水平方向是匀速运动，在竖直方向是自由落体运动；解题时注意找到临界点；此题难度不算大，意在考查学生对物理基本方法的掌握情况。

40.(2016·江苏卷)如图所示，倾角为 α 的斜面 A 被固定在水平面上，细线的一端固定于墙面，另一端跨过斜面顶端的小滑轮与物块 B 相连，B 静止在斜面上.滑轮左侧的细线水平，右侧的细线与斜面平行.A、B 的质量均为 m.撤去固定 A 的装置后，A、B 均做直线运动.不计一切摩擦，重力加速度为 g.求：



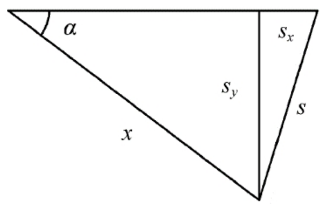
(1)A 固定不动时，A 对 B 支持力的大小 N；

(2)A 滑动的位移为 x 时，B 的位移大小 s；

(3)A 滑动的位移为 x 时的速度大小 v_A.

【答案】(1)mgcosα　(2) $\sqrt{2(1-\cos\alpha)}\cdot x$ (3) $v_A=\sqrt{\dfrac{2gx\sin\alpha}{3-2\cos\alpha}}$

【解析】(1)支持力的大小 N=mgcosα



(2)根据几何关系 $s_x=x\cdot(1-\cos\alpha)$，$s_y=x\cdot\sin\alpha$

且 $s=\sqrt{s_x^2+s_y^2}$

解得 $s=\sqrt{2(1-\cos\alpha)}\cdot x$

(3)B 的下降高度 $s_y=x\cdot\sin\alpha$

根据机械能守恒定律 $mgs_y=\dfrac{1}{2}mv_A^2+\dfrac{1}{2}mv_B^2$

根据速度的定义得 $v_A=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，$v_B=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

则 $v_B=\sqrt{2(1-\cos\alpha)}\cdot v_A$

解得 $v_A=\sqrt{\dfrac{2gx\sin\alpha}{3-2\cos\alpha}}$

【考点定位】物体的平衡、机械能守恒定律

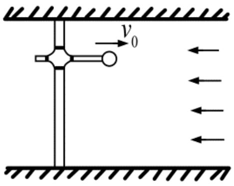
【方法技巧】第一问为基础题，送分的。第二问有点难度，难在对几何关系的寻找上，B 的实际运动轨迹不是沿斜面，也不是在竖直或水平方向，这样的习惯把 B 的运动正交分解，有的时候分解为水平、竖直方向，也可能要分解到沿斜面和垂直斜面方向，按实际情况选择，第三问难度较大，难在连接体的关联速度的寻找，这类关系的寻找抓住：沿弹力的方向分速度相同。

41.(2016·上海卷)风洞是研究空气动力学的实验设备。如图，将刚性杆水平固定在风洞内距地面高度 H=3.2 m 处，杆上套一质量 m=3 kg，可沿杆滑动的小球。将小球所受的风力调节为 F=15 N, 方向水平向左。小球以初速度 v_0=8 m/s 向右离开杆端，假设小球所受风力不变，取 g=10m/s^2。求：

(1)小球落地所需时间和离开杆端的水平距离；

(2)小球落地时的动能。

(3)小球离开杆端后经过多少时间动能为 78 J？



【答案】(1)4.8 m (2)120 J (3)0.24 s

【解析】(1)小球在竖直方向做自由落体运动，运动时间为 $t=\sqrt{\dfrac{2H}{g}}=0.8\ \mathrm{s}$

小球在水平方向做匀减速运动，加速度 $a=\dfrac{F}{m}=5\ \mathrm{m/s^2}$

水平位移 $s=v_0t-\dfrac{1}{2}at^2=4.8\ \mathrm{m}$

(2)由动能定理 $E_{kt}-E_{k0}=mgH-Fs$

$\therefore E_{kt}=120\ \text{J}$

(3)小球离开杆后经过时间 t 的水平位移 $s=v_0t-\frac{1}{2}at^2$

由动能定理 $E_k-\frac{1}{2}mv_0^2=mg\cdot\frac{1}{2}gt^2-Fs$

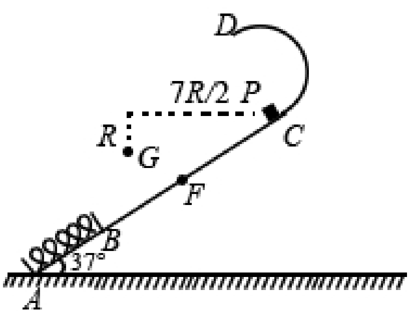
以 $E_k=78\ \text{J}$ 和 $v_0=8$ m/s 代入得 $125t^2-80t+12=0$

解得 $t_1=0.4$ s， $t_2=0.24$ s。

【考点定位】曲线运动、自由落体运动、匀速运动、动能定理

【方法技巧】首先分析出小球的运动情况，竖直方向自由落体运动，水平方向匀减速直线运动，根据运动情况计算小球运动时间和水平位移；通过动能定理计算小球落地动能；通过动能定理和运动学关系计算时间。

42.(2016·全国新课标I卷)如图，一轻弹簧原长为2R，其一端固定在倾角为37°的固定直轨道AC的底端A处，另一端位于直轨道上B处，弹簧处于自然状态，直轨道与一半径为$\frac{5}{6}R$的光滑圆弧轨道相切于C点，AC=7R，A、B、C、D均在同一竖直平面内。质量为m的小物块P自C点由静止开始下滑，最低到达E点(未画出)，随后P沿轨道被弹回，最高点到达F点，AF=4R，已知P与直轨道间的动摩擦因数$\mu=\frac{1}{4}$，重力加速度大小为g。(取$\sin 37°=\frac{3}{5}$，$\cos 37°=\frac{4}{5}$)



(1)求 P 第一次运动到 B 点时速度的大小。

(2)求 P 运动到 E 点时弹簧的弹性势能。

(3)改变物块 P 的质量，将 P 推至 E 点，从静止开始释放。已知 P 自圆弧轨道的最高点 D 处水平飞出后，恰好通过 G 点。G 点在 C 点左下方，与 C 点水平相距 $\frac{7}{2}R$、竖直相距 R，求 P 运动到 D 点时速度的大小和改变后 P 的质量。

【答案】(1) $v_B=2\sqrt{gR}$；(2) $E_p=\frac{12}{5}mgR$；(3) $v_D=\frac{3}{5}\sqrt{5gR}$；$m_1=\frac{1}{3}m$

【解析】(1)根据题意知，B、C 之间的距离 l 为 l=7R–2R①

设 P 到达 B 点时的速度为 v_B，由动能定理得 $mgl\sin\theta-\mu mgl\cos\theta=\frac{1}{2}mv_B^2$②

式中 θ=37°，联立①②式并由题给条件得 $v_B=2\sqrt{gR}$③

(2)设 BE=x。P 到达 E 点时速度为零，设此时弹簧的弹性势能为 E_p。P 由 B 点运动到 E 点的过程中，由动能定理有 $mgx\sin\theta-\mu mgx\cos\theta-E_p=0-\frac{1}{2}mv_B^2$④

E、F 之间的距离 l_1 为 l_1=4R–2R+x⑤

P 到达 E 点后反弹，从 E 点运动到 F 点的过程中，由动能定理有 $E_p-mgl_1\sin\theta-\mu mgl_1\cos\theta=0$⑥

联立③④⑤⑥式并由题给条件得 x=R⑦

$E_p=\frac{12}{5}mgR$⑧

(3)设改变后 P 的质量为 m_1。D 点与 G 点的水平距离 x_1 和竖直距离 y_1 分别为

$x_1=\frac{7}{2}R-\frac{5}{6}R\sin\theta$⑨

$y_1=R+\frac{5}{6}R+\frac{5}{6}R\cos\theta$⑩

式中，已应用了过 C 点的圆轨道半径与竖直方向夹角仍为 θ 的事实。

设 P 在 D 点的速度为 v_D，由 D 点运动到 G 点的时间为 t。由平抛运动公式有

$y_1=\frac{1}{2}gt^2$ ⑪

$x_1=v_Dt$⑫

联立⑨⑩⑪⑫式得 $v_D=\frac{3}{5}\sqrt{5gR}$ ⑬

设 P 在 C 点速度的大小为 v_C。在 P 由 C 运动到 D 的过程中机械能守恒，有

$\frac{1}{2}m_1v_C^2=\frac{1}{2}m_1v_D^2+m_1g(\frac{5}{6}R+\frac{5}{6}R\cos\theta)$ ⑭

P 由 E 点运动到 C 点的过程中，同理，由动能定理有

$E_p-m_1g(x+5R)\sin\theta-\mu m_1g(x+5R)\cos\theta=\frac{1}{2}m_1v_C^2$ ⑮

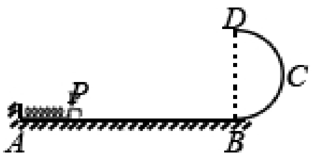
联立⑦⑧⑬⑭⑮式得 $m_1=\frac{1}{3}m$ ⑯

【考点定位】动能定理、平抛运动、弹性势能

【名师点睛】本题主要考查了动能定理、平抛运动、弹性势能。此题要求熟练掌握平抛运动、动能定理、弹性势能等规律，包含知识点多、过程多，难度较大；解题时要仔细分析物理过程，挖掘题目的隐含条件，灵活选取物理公式列出方程解答；此题意在考查考生综合分析问题的能力。

43.(2016·全国新课标II卷·T25)轻质弹簧原长为 2l，将弹簧竖直放置在地面上，在其顶端将一质量为 5m 的物体由静止释放，当弹簧被压缩到最短时，弹簧长度为 l。现将该弹簧水平放置，一端固定在 A 点，另一端与物块 P 接触但不连接。AB 是长度为 5l 的水平轨道，B 端与半径为 l 的光滑半圆轨道 BCD 相切，半圆的直

径 BD 竖直, 如图所示。物块 P 与 AB 间的动摩擦因数 μ=0.5。用外力推动物块 P, 将弹簧压缩至长度 l，然后放开，P 开始沿轨道运动，重力加速度大小为 g。



(1)若 P 的质量为 m，求 P 到达 B 点时速度的大小，以及它离开圆轨道后落回到 AB 上的位置与 B 点间的距离；

(2)若 P 能滑上圆轨道，且仍能沿圆轨道滑下，求 P 的质量的取值范围。

【答案】(1) $2\sqrt{2}l$　(2) $\frac{5}{3}m \le M < \frac{5}{2}m$

【解析】(1)依题意，当弹簧竖直放置，长度被压缩至 l 时，质量为 5m 的物体的动能为零，其重力势能转化为弹簧的弹性势能。

由机械能守恒定律，弹簧长度为 l 时的弹性势能为 $E_p=5mgl$①

设 P 的质量为 M，到达 B 点时的速度大小为 v_B,

由能量守值定律得 $E_p=\frac{1}{2}Mv_B^2+\mu Mg\cdot 4l$ ②

联立①②式，取 M＝m 并代入题给数据得 $v_B=\sqrt{6gl}$

若 P 能沿圆轨道运动到 D 点，其到达 D 点时的向心力不能小于重力，即 P 此时的速度大小 v 应满足 $\frac{mv^2}{l}-mg\ge 0$ ④

设 P 滑到 D 点时的速度为 v_D，由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}mv_D^2+mg\cdot 2l$ ⑤

联立③⑤式得 $v_D=\sqrt{2gl}$ ⑥

v_D满足④式要求，故 P 能运动到 D 点，并从 D 点以速度 v_D 水平射出。设 P 落回到轨道 AB 所需的时间为 t，由运动学公式得 $2l=\frac{1}{2}gt^2$ ⑦

P 落回到 AB 上的位置与 B 点之间的距离为 $s=v_Dt$ ⑧

联立⑥⑦⑧式得 $s=2\sqrt{2}l$ $s=2\sqrt{2l}$ ⑨

(2)为使 P 能滑上圆轨道，它到达 B 点时的速度不能小于零。由①②式可知

$5mgl>\mu Mg\cdot 4l$ ⑩

要使 P 仍能沿圆轨道滑回，P 在圆轨道的上升高度不能超过半圆轨道的中点 C。由机械能守恒定律有

$\frac{1}{2}Mv_B^2\le Mgl$ ⑪

联立①②⑩⑪式得 $\frac{5}{3}m\le M<\frac{5}{2}m$ ⑫

【考点定位】能量守恒定律、平抛运动、圆周运动

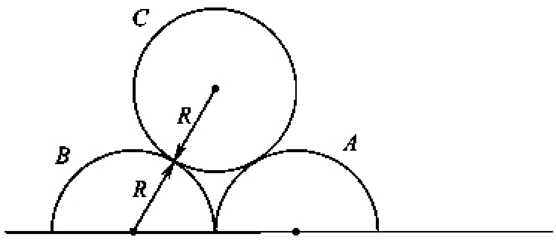
【名师点睛】此题是力学综合题；考查平抛运动、圆周运动以及动能定理的应用；解题时要首先知道平抛运动及圆周运动的处理方法，并分析题目的隐含条件，挖掘“若P能滑上圆轨道，且仍能沿圆轨道滑下”这句话包含的物理意义；此题有一定难度，考查考生综合分析问题、解决问题的能力。

44.(2017·江苏卷)如图所示，两个半圆柱 A、B 紧靠着静置于水平地面上，其上有一光滑圆柱 C，三者半径均为 R.C 的质量为 m，A、B 的质量都为 $\frac{m}{2}$，与地面的动摩擦因数均为 μ.现用水平向右的力拉 A，使 A 缓慢移动，直至 C 恰好降到地面.整个过程中 B 保持静止.设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为 g.求：

(1)未拉 A 时，C 受到 B 作用力的大小 F；

(2)动摩擦因数的最小值 μ_{min}；

(3)A 移动的整个过程中，拉力做的功 W.



【答案】(1) $F=\frac{\sqrt{3}}{3}mg$ (2) $\mu_{min}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $W=(2\mu-1)(\sqrt{3}-1)mgR$

【解析】(1)C 受力平衡 $2F\cos 30^{\circ}=mg$ 解得 $F=\frac{\sqrt{3}}{3}mg$

(2)C 恰好降落到地面时，B 受 C 压力的水平分力最大 $F_{xmax}=\frac{\sqrt{3}}{2}mg$

B 受地面的摩擦力 $f=\mu mg$ 根据题意 $f_{min}=F_{xmax}$，解得 $\mu_{min}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3)C 下降的高度 $h=(\sqrt{3}-1)R$ A 的位移 $x=2(\sqrt{3}-1)R$

摩擦力做功的大小 $W_f=fx=2(\sqrt{3}-1)\mu mgR$

根据动能定理 $W-W_f+mgh=0-0$

解得 $W=(2\mu-1)(\sqrt{3}-1)mgR$

【考点定位】物体的平衡 动能定理

【名师点睛】本题的重点的 C 恰好降落到地面时，B 物体受力的临界状态的分析，此为解决第二问的关键，也是本题分析的难点.

45.(2017·新课标I卷)一质量为 8.00×10^4 kg 的太空飞船从其飞行轨道返回地面。飞船在离地面高度 1.60×10^5 m 处以 7.50×10^3 m/s 的速度进入大气层，逐渐减慢至速度为 100 m/s 时下落到地面。取地面为重力势能零点，在飞船下落过程中，重力加速度可视为常量，大小取为 9.8 m/s²。(结果保留 2 位有效数字)

(1)分别求出该飞船着地前瞬间的机械能和它进入大气层时的机械能；

(2)求飞船从离地面高度 600 m 处至着地前瞬间的过程中克服阻力所做的功，已知飞船在该处的速度大小是其进入大气层时速度大小的 2.0%。

【答案】(1)(1)4.0×10^8 J　2.4×10^{12} J　(2)9.7×10^8 J

【解析】(1)飞船着地前瞬间的机械能为 $E_0=\frac{1}{2}mv_0^2+0$ ①

式中，m 和 v_0 分别是飞船的质量和着地前瞬间的速率。由①式和题给数据得

$E_0=4.0\times10^8$ J ②

设地面附近的重力加速度大小为 g，飞船进入大气层时的机械能为

$E_h=\frac{1}{2}mv_h^2+mgh$ ③

式中，v_h 是飞船在高度 1.6×10^5 m 处的速度大小。由③式和题给数据得

$E_h=2.4\times10^{12}$ J ④

(2)飞船在高度 h' =600 m 处的机械能为 $E_{h'}=\frac{1}{2}m(\frac{2.0}{100}v_h)^2+mgh'$ ⑤

由功能原理得 $W=E_{h'}-E_0$ ⑥

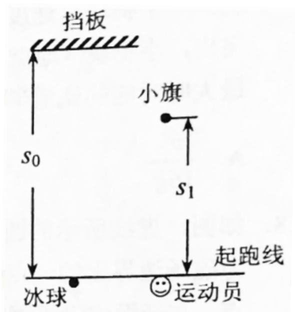
式中，W 是飞船从高度 600 m 处至着地瞬间的过程中克服阻力所做的功。由②⑤⑥式和题给数据得

$W=9.7\times10^{8}$ J⑦

【考点定位】机械能、动能定理

【名师点睛】本题主要考查机械能及动能定理，注意零势面的选择及第(2)问中要求的是克服阻力做功。

46.(2017·新课标II卷)为提高冰球运动员的加速能力，教练员在冰面上与起跑线距离 s_0 和 s_1($s_1<s_0$)处分别设置一个挡板和一面小旗，如图所示。训练时，让运动员和冰球都位于起跑线上，教练员将冰球以初速度 v_0 击出，使冰球在冰面上沿垂直于起跑线的方向滑向挡板；冰球被击出的同时，运动员垂直于起跑线从静止出发滑向小旗。训练要求当冰球到达挡板时，运动员至少到达小旗处。假定运动员在滑行过程中做匀加速运动，冰球到达挡板时的速度为 v_1。重力加速度大小为 g。求



(1)冰球与冰面之间的动摩擦因数；

(2)满足训练要求的运动员的最小加速度。

【答案】(1) $\dfrac{v_0^2-v_1^2}{2gs_0}$ (2) $\dfrac{s_1(v_0+v_1)^2}{2s_0^2}$

【解析】(1)设冰球与冰面间的动摩擦因数为 μ，则冰球在冰面上滑行的加速度

$a_1=\mu g$①

由速度与位移的关系知$-2a_1s_0=v_1^2-v_0^2$②

联立①②得 $\mu=\frac{a_1}{g}=\frac{v_0^2-v_1^2}{2gs_0}$③

(2)设冰球运动的时间为 t，则 $t=\frac{v_0-v_1}{\mu g}$④

又 $s_1=\frac{1}{2}at^2$⑤

由③④⑤得 $a=\frac{s_1(v_0+v_1)^2}{2s_0^2}$⑥

【考点定位】牛顿第二定律；匀变速直线运动的规律

【名师点睛】此题主要考查匀变速直线运动的基本规律的应用；分析物理过程，找到运动员和冰球之间的关联，并能灵活选取运动公式；难度中等。

47.(2017·新课标III卷·T25)(20 分)如图，两个滑块 A 和 B 的质量分别为 $m_A=1$ kg 和 $m_B=5$ kg，放在静止于水平地面上的木板的两端，两者与木板间的动摩擦因数均为 $\mu_1=0.5$；木板的质量为 m=4 kg，与地面间的动摩擦因数为 $\mu_2=0.1$。某时刻 A、B 两滑块开始相向滑动，初速度大小均为 $v_0=3$ m/s。A、B 相遇时，A 与木板恰好相对静止。设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取重力加速度大小 g=10 m/s²。求

(1)B 与木板相对静止时，木板的速度；

(2)A、B 开始运动时，两者之间的距离。

【答案】(1)1 m/s　(2)1.9 m

【解析】(1)滑块 A 和 B 在木板上滑动时，木板也在地面上滑动。设 A、B 与木板间的摩擦力的大小分别为 f_1、f_2 和 f_3, A 和 B 相对于地面的加速度大小分别是 a_A 和 a_B，木板相对于地面的加速度大小为 a_1。

在物块 B 与木板达到共同速度前有 $f_1=\mu_1 m_A g$①　$f_2=\mu_2 m_B g$②　$f_3=\mu_2(m_A+m_B+m)g$③

由牛顿第二定律得

$f_1=m_A a_A$ ④

$f_2=m_B a_B$ ⑤

$f_2-f_1-f_3=ma_1$ ⑥

设在 t_1 时刻，B 与木板达到共同速度，设大小为 v_1。由运动学公式有

$v_1=v_0-a_B t_1$ ⑦

$v_1=a_1 t_1$ ⑧

联立①②③④⑤⑥⑦⑧式，代入已知数据得 $v_1=1$ m/s ⑨

(2)在 t_1 时间间隔内，B 相对于地面移动的距离为 $s_B=v_0 t_1-\frac{1}{2}a_B t_1^2$ ⑩

设在 B 与木板达到共同速度 v_1 后，木板的加速度大小为 a_2，对于 B 与木板组成的体系，由牛顿第二定律有

$f_1+f_3=(m_B+m)a_2$ ⑪

由①②④⑤式知，$a_A=a_B$；再由⑦⑧可知，B 与木板达到共同速度时，A 的速度大小也为 v_1，但运动方向与木板相反。由题意知，A 和 B 相遇时，A 与木板的速度相同，设其大小为 v_2，设 A 的速度大小从 v_1 变到 v_2 所用时间为 t_2，则由运动学公式，对木板有 $v_2=v_1-a_2t_2$ ⑫

对 A 有 $v_2=-v_1+a_At_2$ ⑬

在 t_2 时间间隔内，B(以及木板)相对地面移动的距离为 $s_1=v_1t_2-\frac{1}{2}a_2t_2^2$ ⑭

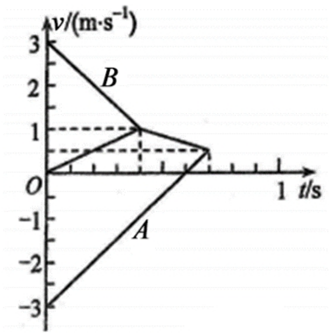
在(t_1+t_2)时间间隔内，A 相对地面移动的距离为 $s_A=v_0(t_1+t_2)-\frac{1}{2}a_A(t_1+t_2)^2$ ⑮

A 和 B 相遇时，A 与木板的速度也恰好相同。因此 A 和 B 开始运动时，两者之间的距离为

$s_0=s_A+s_1+s_B$ ⑯

联立以上各式，并代入数据得 $s_0=1.9\text{ m}$ ⑰

(也可用如图的速度–时间图线求解)



【考点定位】牛顿运动定律、匀变速直线运动规律

【名师点睛】本题主要考查多过程问题,要特别注意运动过程中摩擦力的变化情况，A、B 相对木板静止的运动时间不相等，应分阶段分析，前一阶段的末状态即后一阶段的初状态。

48.(2017·新课标I卷)真空中存在电场强度大小为 E_1 的匀强电场，一带电油滴在该电场中竖直向上做匀速直线运动，速度大小为 v_0。在油滴处于位置 A 时，将电场强度的大小突然增大到某值，但保持其方向不变。持续一段时间 t_1 后，又突然将电场反向，但保持其大小不变；再持续同样一段时间后，油滴运动到 B 点。重力加速度大小为 g。

(1)求油滴运动到 B 点时的速度。

(2)求增大后的电场强度的大小；为保证后来的电场强度比原来的大，试给出相应的 t_1 和 v_0 应满足的条件。已知不存在电场时，油滴以初速度 v_0 做竖直上抛运动的最大高度恰好等于 B、A 两点间距离的两倍。

【答案】(1) $v_2=v_0-2gt_1$ (2) $E_2=[2-2\frac{v_0}{gt_1}+\frac{1}{4}(\frac{v_0}{gt_1})^2]E_1$ $\quad t_1>(\frac{\sqrt{5}}{2}+1)\frac{v_0}{g}$

【解析】(1)设油滴质量和电荷量分别为 m 和 q，油滴速度方向向上为正。油滴在电场强度大小为 E_1 的匀强电场中做匀速直线运动，故匀强电场方向向上。在 t=0 时，电场强度突然从 E_1 增加至 E_2 时，油滴做竖直向上的匀加速运动，加速度方向向上，大小 a_1 满足 $qE_2-mg=ma_1$ ①

油滴在时刻 t_1 的速度为 $v_1=v_0+a_1t_1$ ②

电场强度在时刻 t_1 突然反向，油滴做匀变速直线运动，加速度方向向下，大小 a_2 满足 $qE_2+mg=ma_2$ ③

油滴在时刻 $t_2=2t_1$ 的速度为 $v_2=v_1-a_2t_1$ ④

由①②③④式得 $v_2=v_0-2gt_1$ ⑤

(2)由题意，在 t=0 时刻前有 $qE_1=mg$ ⑥

油滴从 t=0 到时刻 t_1 的位移为 $s_1=v_0t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2$ ⑦

油滴在从时刻 t_1 到时刻 $t_2=2t_1$ 的时间间隔内的位移为 $s_2=v_1t_1-\frac{1}{2}a_2t_1^2$ ⑧

由题给条件有 $v_0^2=2g(2h)$ ⑨

式中 h 是 B、A 两点之间的距离。

若 B 点在 A 点之上，依题意有 $s_1+s_2=h$ ⑩

由①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩式得 $E_2=[2-2\frac{v_0}{gt_1}+\frac{1}{4}(\frac{v_0}{gt_1})^2]E_1$ ⑪

为使 $E_2>E_1$，应有 $2-2\frac{v_0}{gt_1}+\frac{1}{4}(\frac{v_0}{gt_1})^2>1$ ⑫

即当 $0<t_1<(1-\frac{\sqrt{3}}{2})\frac{v_0}{g}$ ⑬

或 $t_1>(1+\frac{\sqrt{3}}{2})\frac{v_0}{g}$ ⑭

才是可能的：条件⑬式和⑭式分别对应于 $v_2>0$ 和 $v_2<0$ 两种情形。

若 B 在 A 点之下，依题意有 $x_2+x_1=-h$ ⑮

由①②③⑥⑦⑧⑨⑮式得 $E_2=[2-2\frac{v_0}{gt_1}-\frac{1}{4}(\frac{v_0}{gt_1})^2]E_1$ ⑯

为使 $E_2>E_1$，应有 $2-2\frac{v_0}{gt_1}-\frac{1}{4}(\frac{v_0}{gt_1})^2>1$ ⑰

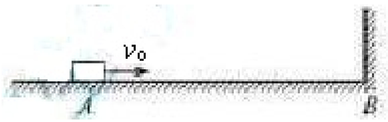
即 $t_1 > (\frac{\sqrt{5}}{2}+1)\frac{v_0}{g}$ ⑱

另一解为负，不符合题意，已舍去。

【考点定位】牛顿第二定律、匀变速直线运动的规律

【名师点睛】本题考查牛顿第二定律及匀变速直线运动的规律。虽然基本知识、规律比较简单，但物体运动的过程比较多，在分析的时候，注意分段研究，对每一个过程，认真分析其受力情况及运动情况，应用相应的物理规律解决，还应注意各过程间的联系。

49.(2015·安徽卷·T22)一质量为 0.5 kg 的小物块放在水平地面上的 A 点，距离 A 点 5 m 的位置 B 处是一面墙，如图所示。长物块以 v_o=9 m/s 的初速度从 A 点沿 AB 方向运动，在与墙壁碰撞前瞬间的速度为 7 m/s，碰后以 6 m/s 的速度把向运动直至静止。g 取 10 m/s^2。



(1)求物块与地面间的动摩擦因数 μ；

(2)若碰撞时间为 0.05s，求碰撞过程中墙面对物块平均作用力的大小 F；

(3)求物块在反向运动过程中克服摩擦力所做的功 W。

【答案】(1) $\mu = 0.32$ (2) $F = 130N$ (3) $W = 9J$

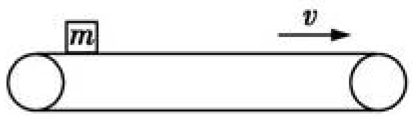
【解析】(1)由动能定理，有：$-\mu mgs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ 可得 $\mu = 0.32$。

(2)由动量定理，有 $F\Delta t = mv' - mv$ 可得 $F = 130N$。

(3)$W=\frac{1}{2}mv'^2=9J$。

考点：本题考查动能定理、动量定理、做功等知识

50.(2015·天津卷·T10)某快点公司分拣邮件的水平传输装置示意图如图，皮带在电动机的带动下保持$v=1m/s$的恒定速度向右运动，现将一质量为$m=2kg$的邮件轻放在皮带上，邮件和皮带间的动摩擦力因数$\mu=0.5$，设皮带足够长，取$g=10m/s^2$，在邮件与皮带发生相对滑动的过程中，求



(1)邮件滑动的时间 t

(2)邮件对地的位移大小 x

(3)邮件与皮带间的摩擦力对皮带做的功 W

【答案】(1)0.2s；(2)0.1m； (3)-2J；

【解析】(1)设邮件放到与皮带发生相对滑动过程中受到的滑动摩擦力为 F，则有：

$F=\mu mg$

取向右为正方向，对邮件应用动量定理，有：$Ft=mv-0$

联立解得：$t=0.2\text{s}$

(2)邮件与皮带发生相对滑动的过程中，对邮件应用动能定理，有：$Fx=\frac{1}{2}mv^2-0$

联立并代入数据解得：$x=0.1\text{m}$

(3)邮件与皮带发生相对滑动的过程中，设皮带相对地面的位移为 s，则有：$s = vt$

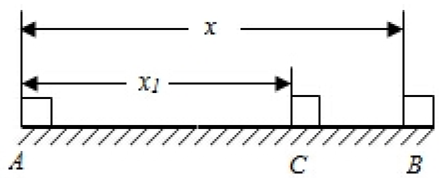
摩擦力对皮带做的功为：$W = -Fs$

代入相关数据解得：$W = -2\text{J}$

考点：摩擦力、匀变速直线运动、功、动能、动量定理

【名师点睛】本题属于力学综合问题，但难度不大，注意把握解决力学综合问题的三种观点(力和运动、冲量和动量、功和能)和解题技巧(系统的相互作用问题考虑使用两个守恒定律，单个物理的“x”问题考虑动能定理，单个物体的“t”问题考虑使用动量定理，单个物体的“a”问题考虑牛二定律)，像本题中求时间和位移都是如此。

51.(2013·天津卷)质量为 m=4kg 的小物块静止于水平地面上的 A 点，现用 F=10N 的水平恒力拉动物块一段时间后撤去，物块继续滑动一段位移停在 B 点，A、B 两点相距 x=20m，物块与地面间的动摩擦因数 μ=0.2，g 取 10m/s²，求：

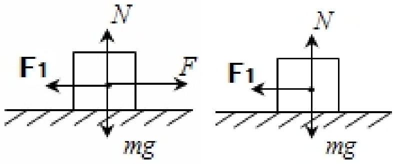


(1)物块在力 F 作用过程发生位移 x_1 的大小；

(2)撤去力 F 后物块继续滑动的时间 t。

【答案】(1)16m，(2)2s

【解析】(1)整个运动过程的示意图如图所示



取小物块为研究对象，从 A 到 B 过程，根据动能定理，有：$Fx_1-fx=0$

其中：$f=\mu mg$

联立解得 $x_1=16m$；

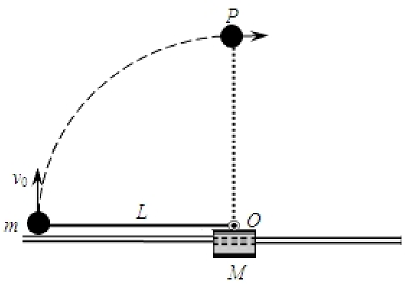
(2)对 A 到 C 过程运用动能定理，有：$Fx_1-\mu mgx_1=\frac{1}{2}mv^2$，解得：v=4m/s

C 到 B 过程，根据牛顿第二定律，有：$\mu mg=ma'$，解得 $a'=\mu g=2m/s^2$；

根据平均速度公式，有：$x_{CB}=\frac{v}{2}\times t_{CB}$，解得 $t_{CB}=\frac{2x_{CB}}{v}=\frac{2\times4}{4}s=2s$；；

【考点定位】匀变速直线运动、牛顿第二定律、动能定理、动量定理。

52.(2011·安徽卷·T24)如图所示，质量 M=2kg 的滑块套在光滑的水平轨道上，质量 m=1kg 的小球通过长 L=0.5m 的轻质细杆与滑块上的光滑轴 O 连接，小球和轻杆可在竖直平面内绕 O 轴自由转动，开始轻杆处于水平状态，现给小球一个竖直向上的初速度 $v_0=4$ m/s，g 取 $10m/s^2$。



(1)若锁定滑块，试求小球通过最高点 P 时对轻杆的作用力大小和方向。

(2)若解除对滑块的锁定，试求小球通过最高点时的速度大小。

(3)在满足(2)的条件下，试求小球击中滑块右侧轨道位置点与小球起始位置点间的距离。

【答案】(1)2N，方向竖直向上(2) $v_2=2m/s$ (3) $s_1=\frac{2}{3}m$

【解析】(1)设小球能通过最高点，且此时的速度为 v_1.在上升过程中，因只有重力做功，小球的机械能守恒.则 $\frac{1}{2}mv_1^2+mgL=\frac{1}{2}mv_0^2$ …①， $v_1=\sqrt{6}m/s$ …②

设小球到达最高点时，轻杆对小球的作用力为 F，方向向下，则 $F+mg=m\frac{v_1^2}{L}$ …③

由②③式，得 F=2N…④

由牛顿第三定律可知，小球对轻杆的作用力大小为 2N，方向竖直向上.

(2)解除锁定后，设小球通过最高点时的速度为 v_2，此时滑块的速度为 V.在上升过程中，因系统在水平方向上不受外力作用，水平方向的动量守恒.以水平向右的方向为正方向，有 $mv_2-MV=0$ …⑤

在上升过程中，因只有重力做功，系统的机械能守恒，则

$\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}MV^2+mgL=\frac{1}{2}mv_0^2$ …⑥

由⑤⑥式，得 $v_2=2m/s$

(3)设小球击中滑块右侧轨道的位置点与小球起始点的距离为 s_1，滑块向左移动的距离为 s_2，任意时刻小球的水平速度大小为 v_3，滑块的速度大小为 V'。由系统水平方向的动量守恒，得 $mv_3-MV'=0$ ⑦

将⑧式两边同乘以 Δt，得 $mv_3\Delta t-MV'\Delta t=0$ ⑧

因⑧式对任意时刻附近的微小间隔△t 都成立, 累积相加后, 有 $ms_1 - Ms_2 = 0$…⑨

又 $s_1 + s_2 = 2L$ …⑩

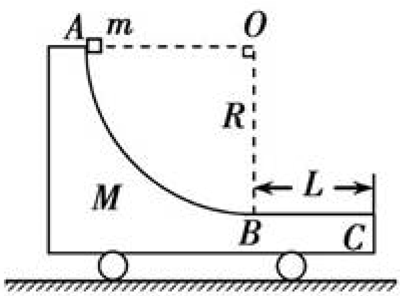
由⑨⑩式得 $s_1 = \frac{2}{3}m$

【考点定位】机械能守恒，牛顿运动定律，动量守恒定律

53.(2015·福建卷·T21)如图，质量为 M 的小车静止在光滑的水平面上，小车 AB 段是半径为 R 的四分之一圆弧光滑轨道，BC 段是长为 L 的水平粗糙轨道，两段轨道相切于 B 点，一质量为 m 的滑块在小车上从 A 点静止开始沿轨道滑下，重力加速度为 g。

(1)若固定小车，求滑块运动过程中对小车的最大压力；

(2)若不固定小车，滑块仍从 A 点由静止下滑，然后滑入 BC 轨道，最后从 C 点滑出小车，已知滑块质量 $m = \frac{M}{2}$，在任一时刻滑块相对地面速度的水平分量是小车速度大小的 2 倍，滑块与轨道 BC 间的动摩擦因数为 μ，求：



① 滑块运动过程中，小车的最大速度 v_m；

② 滑块从 B 到 C 运动过程中，小车的位移大小 s。

【答案】(1)3mg (2)① $v_m = \sqrt{\frac{1}{3}gR}$ ②s=L/3

【解析】(1)由图知，滑块运动到 B 点时对小车的压力最大

从 A 到 B，根据动能定理：$mgR=\frac{1}{2}mv_B^2-0$

在 B 点：$F_N-mg=m\frac{v_B^2}{R}$

联立解得：F_N=3mg，根据牛顿第三定律得，滑块对小车的最大压力为 3mg

(2)①若不固定小车，滑块到达 B 点时，小车的速度最大

根据动量守恒可得：$mv'=Mv_m$

从 A 到 B，根据能量守恒：$mgR=\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}Mv_m^2$

联立解得：$v_m=\sqrt{\frac{1}{3}gR}$

②设滑块到 C 处时小车的速度为 v，则滑块的速度为 2v，根据能量守恒：

$$mgR=\frac{1}{2}m(2v)^2+\frac{1}{2}Mv^2+\mu mgL$$

解得：$v=\sqrt{\frac{1}{3}gR-\frac{1}{3}\mu gL}$

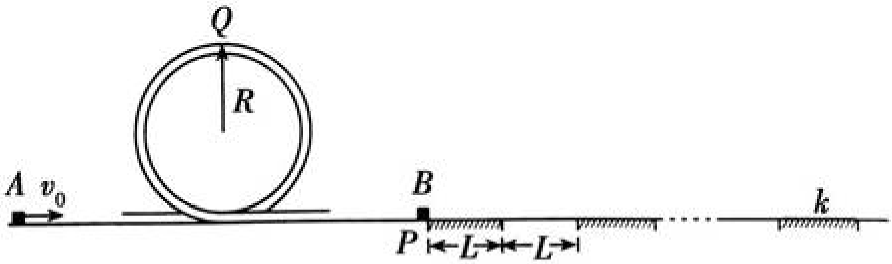
小车的加速度：$a=\frac{\mu mg}{M}=\frac{1}{2}\mu g$

根据 $v_m^2-v^2=2as$

解得：s=L/3

【考点定位】动能定理、能量守恒

54.(2015·广东卷·T36)如图所示，一条带有圆轨道的长轨道水平固定，圆轨道竖直，底端分别与两侧的直轨道相切，半径 R＝0.5m，物块 A 以 v_0＝6m/s 的速度滑入圆轨道，滑过最高点 Q，再沿圆轨道滑出后，与直轨道上 P 处静止的物块 B 碰撞，碰后粘在一起运动，P 点左侧轨道光滑，右侧轨道呈粗糙段、光滑段交替排列，每段长度都为 L＝0.1m，物块与各粗糙段间的动摩擦因数都为 μ＝0.1，A、B 的质量均为 m＝1kg(重力加速度 g 取 10m/s²；A、B 视为质点，碰撞时间极短)。



(1)求 A 滑过 Q 点时的速度大小 v 和受到的弹力大小 F；

(2)若碰后 AB 最终停止在第 k 个粗糙段上，求 k 的数值；

(3)求碰后 AB 滑至第 n 个(n＜k)光滑段上的速度 v_n 与 n 的关系式。

【答案】(1)v＝4m/s，F＝22N；(2)k＝45；(3)v_n＝ $\sqrt{9-0.2n}$ m/s(其中 n＝1、2、3、…、44)

【解析】(1)物块 A 从开始运动到运动至 Q 点的过程中，受重力和轨道的弹力作用，但弹力始终不做功，只有重力做功，根据动能定理有：$-2mgR=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

解得：v＝ $\sqrt{v_0^2-4gR}$ ＝4m/s

在 Q 点，不妨假设轨道对物块 A 的弹力 F 方向竖直向下，根据向心力公式有：mg＋F＝ $m\frac{v^2}{R}$

解得：F＝$m\frac{v^2}{R}$－mg＝22N，为正值，说明方向与假设方向相同。

(2)根据机械能守恒定律可知，物块 A 与物块 B 碰撞前瞬间的速度为 v_0，设碰后 A、B 瞬间一起运动的速度为 v_0'，根据动量守恒定律有：$mv_0=2mv_0'$

解得：$v_0'=\frac{v_0}{2}=3m/s$

设物块 A 与物块 B 整体在粗糙段上滑行的总路程为 s, 根据动能定理有：$-2\mu mgs=0-\frac{1}{2}(2m)v_0'^2$

解得：$s=\frac{v_0'^2}{2\mu g}=4.5m$

所以物块 A 与物块 B 整体在粗糙段上滑行的总路程为每段粗糙直轨道长度的$\frac{s}{L}=45$倍，即 k＝45

(3)物块 A 与物块 B 整体在每段粗糙直轨道上做匀减速直线运动，根据牛顿第二定律可知，其加速度为：$a=\frac{-2\mu mg}{2m}=-\mu g=-1m/s^2$

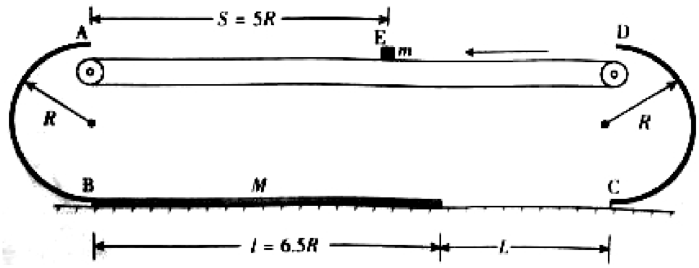
由题意可知 AB 滑至第 n 个(n＜k)光滑段时，先前已经滑过 n 个粗糙段，根据匀变速直线运动速度-位移关系式有：$2naL=v_n^2-v_0'^2$

解得：$v_n=\sqrt{v_0'^2+2naL}=\sqrt{9-0.2n}$ m/s(其中 n＝1、2、3、…、44)

【考点定位】动能定理(机械能守恒定律)、牛顿第二定律、匀变速直线运动速度-位移式关系、向心力公式、动量守恒定律的应用，以及运用数学知识分析物理问题的能力。

55.(2011·广东卷·T36)如图所示，以 A、B 和 C、D 为端点的两半圆形光滑轨道固定于竖直平面内，一滑板静止在光滑水平地面上，左端紧靠 B 点，上表面所在

平面与两半圆分别相切于 B、C。一物块被轻放在水平匀速运动的传送带上 E 点，运动到 A 时刚好与传送带速度相同，然后经 A 沿半圆轨道滑下，再经 B 滑上滑板。滑板运动到 C 时被牢固粘连。物块可视为质点，质量为 m，滑板质量 M=2m，两半圆半径均为 R，板长 l =6.5R，板右端到 C 的距离 L 在 R＜L＜5R 范围内取值。E 距 A 为 S=5R，物块与传送带、物块与滑板间的动摩擦因素均为 μ=0.5，重力加速度取 g.



(1)求物块滑到 B 点的速度大小；

(2)试讨论物块从滑上滑板到离开滑板右端的过程中，克服摩擦力做的功 W_f 与 L 的关系，并判断物块能否滑到 CD 轨道的中点。

【答案】(1) $v_2=3\sqrt{gR}$ (2)不能

【解析】(1)设物块到达 *B* 点的速度为 v_B，对物块从 *E* 到 *B* 由动能定理得

$$\mu mg\cdot 5R+mg\cdot 2R=\frac{1}{2}mv_B^2-0 \quad ①$$

解得 $v_B=3\sqrt{gR}$ ②

(2)假设物块与滑板达到共同速度 *v* 时，物块还没有离开滑板，对物块与滑板，

由动量守恒，有 $mv_B=(m+M)v$ ③

设物块在滑板上运动的距离为 s_1，由能量守恒得 $\mu mg\cdot s_1=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}(m+M)v^2$

④

由③④，得 $s_1=6R<l=6.5R$　⑤

即达到共同速度 v 时，物块不会脱离滑板滑下。

设此过程滑板向右运动的距离为 s_2，对滑板由动能定理得 $\mu mg\cdot s_2=\frac{1}{2}Mv^2$ ⑥

由③⑥，得 $s_2=2R$

讨论：①当 $R<L<2R$ 时，滑块在滑板上一直减速到右端，设此时的速度为 v_C，对物块由动能定理得

$$-\mu mg(l+L)=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_B^2$$ ⑦

解得 $v_C=\sqrt{(2.5R-L)}>0$

所以克服摩擦力所做的功 $W_f=\mu mg(l+L)=3.25mgR+0.5mgL$

设物块离开滑板沿圆轨道上升的高度为 H，由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}mv_C^2=mgH$$ ⑧

解得 $H<\frac{3}{4}R$，故物块不能滑到 CD 轨道中点。

②当 $2R\le L<5R$ 时，滑块与滑板最终一起运动至滑板与 C 相碰，碰后滑块在滑板上继续做减速运动到右端，设此时的速度为 v_{C1}，对物块由动能定理得

$$-\mu mg(l+s_2)=\frac{1}{2}mv_{C1}^2-\frac{1}{2}mv_B^2 \quad ⑨$$

解得 $v_{C1}=\frac{\sqrt{gR}}{2}>0$

所以克服摩擦力所做的功 $W_f=\mu mg(l+s_2)=4.25mgR$

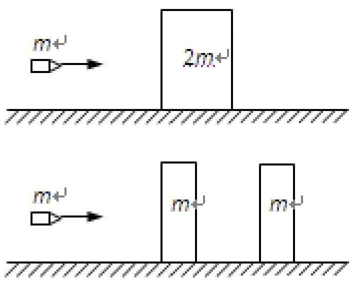
设物块离开滑板沿圆轨道上升的高度为 h，由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}mv_{C1}^2=mgh \quad ⑩$$

解得 $h=\frac{R}{4}<R$，故物块不能滑到 CD 轨道中点。

【考点定位】动量守恒定律；动能定理的应用；机械能守恒定律

56.(2011·全国卷)装甲车和战舰采用多层钢板比采用同样质量的单层钢板更能抵御穿甲弹的射击。通过对一下简化模型的计算可以粗略说明其原因。质量为 2m、厚度为 2d 的钢板静止在水平光滑桌面上。质量为 m 的子弹以某一速度垂直射向该钢板，刚好能将钢板射穿。现把钢板分成厚度均为 d、质量均为 m 的相同两块，间隔一段距离水平放置，如图所示。若子弹以相同的速度垂直射向第一块钢板，穿出后再射向第二块钢板，求子弹射入第二块钢板的深度。设子弹在钢板中受到的阻力为恒力，且两块钢板不会发生碰撞。不计重力影响。



(1)子弹射穿质量为2m、厚度为2d的钢板后钢板的速度和此过程系统损失的机械能；

(2)子弹射穿质量为m、厚度为d的第一块钢板后的速度；

(3)子弹射入第二块钢板的深度

【答案】(1) $\Delta E=\frac{1}{3}mv_0^3$ (2) $v_1=\frac{3-\sqrt{3}}{6}v_0$ (3) $x=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)d$

【解析】(1)设子弹初速度为 v_0，射入厚度为2d的钢板后，最终钢板和子弹的共同速度为V。由动量守恒得 $(2m+m)V=mv_0$　①

解得 $V=\frac{1}{3}v_0$

此过程中动能的损失为 $\Delta E=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}\times 3mV^2$　②

解得 $\Delta E=\frac{1}{3}mv_0^3$

(2)分成两块钢板后，设子弹穿过第一块钢板时两者的速度为别为 v_1 和 V_1，由动量守恒得

$mv_1+mV_1=mv_0$　③

根据能量守恒得：$fd=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_2^2\ldots$④

联立①②③④解得：$v_1=\frac{3-\sqrt{3}}{6}v_0$

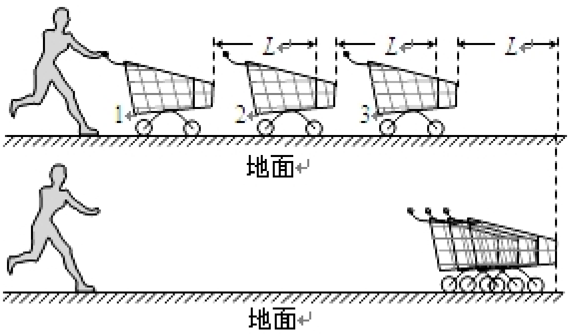
(3)子弹以速度 v_1 垂直射向第二块钢板在第二块钢板中进入深度 d_0，公共速度 v_3，则由系统动量守恒和摩擦力做功等于系统动能的减少，有：$mv_1=2mv_3\ldots$⑤

$f\times d_0=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}\times 2mv_3^3\ldots$⑥

联立以上六式化简得：$d_0=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}+1)\ d$

【考点定位】动量守恒，机械能守恒定律

57.(2011·重庆卷)如图所示，静置于水平地面的三辆手推车沿一直线排列，质量均为 m，人在极短时间内给第一辆车一水平冲量使其运动，当车运动了距离 L 时与第二辆车相碰，两车以共同速度继续运动了距离 L 时与第三车相碰，三车以共同速度又运动了距离 L 时停止。车运动时受到的摩擦阻力恒为车所受重力的 k 倍，重力加速度为 g，若车与车之间仅在碰撞时发生相互作用，碰撞时间很短，忽略空气阻力，求：



(1)整个过程中摩擦阻力所做的总功；

(2)人给第一辆车水平冲量的大小；

(3)第一次与第二次碰撞系统功能损失之比。

【答案】(1)－6kmgL(2)2m$\sqrt{7kgL}$ (3)13/3

【解析】(1)设运动过程中摩擦阻力做的总功为 W，则 W＝－kmgL－2kmgL－3kmgL＝－6kmgL

(2)设第一车初速度为 u_0，第一次碰前速度为 v_1，碰后共同速度为 u_1；第二次碰前速度为 v_2，碰后共同速度为 u_2；人给第一车的水平冲量大小为 I。

由：$-kmgL=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mu_0^2$

$-2kmgL=\frac{1}{2}(2m)v_2^2-\frac{1}{2}(2m)u_1^2$

$-3kmgL=0-\frac{1}{2}(3m)u_2^2$

$mv_1=2mu_1$

$2mv_2=3mu_2$

得：$I=mu_0-0=2m\sqrt{7kgL}$

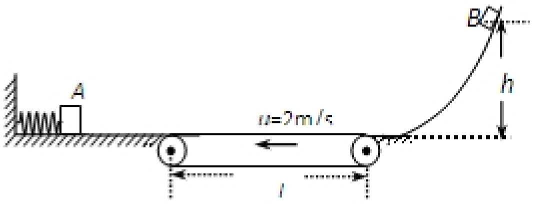
(3)设两次碰撞中系统动能损失分别为$\triangle E_{k1}$和$\triangle E_{k2}$

由$\triangle E_{k1}=\frac{13}{2}kmgL$，$\triangle E_{k2}=\frac{3}{2}kmgL$

得：$\triangle E_{k1}/\triangle E_{k2}=13/3$

【考点定位】动量守恒定律，能量守恒定律

58.(2012·安徽卷·T24)如图所示，装置的左边是足够长的光滑水平面，一轻质弹簧左端固定，右端连接着质量 M=2kg 的小物块 A。装置的中间是水平传送带，它与左右两边的台面等高，并能平滑对接。传送带始终以 n=2m/s 的速度逆时针转动。装置的右边是一光滑的曲面，质量 m=1kg 的小物块 B 从其上距水平台面 h=1.0m 处由静止释放。已知物块 B 与传送带之间的摩擦因数 n=0.2, f=1.0m。设物块 A、B 中间发生的是对心弹性碰撞，第一次碰撞前物块 A 静止且处于平衡状态。取 $g=10m/s^2$。



(1)求物块 B 与物块 A 第一次碰撞前的速度大小；

(2)通过计算说明物块 B 与物块 A 第一次碰撞后能否运动到右边曲面上？

(3)如果物块 A、B 每次碰撞后，物块 A 再回到平衡位置时都会立即被锁定，而当他们再次碰撞前锁定被解除， 试求出物块 B 第 n 次碰撞后运动的速度大小。

【答案】(1) $4m/s$

(2)物块 B 与物块 A 第一次碰撞后不能运动到右边曲面上

(3)物块 B 第 n 次碰撞后的运动速度大小是 $\left(\frac{1}{3}\right)^{n}v$

【解析】(1)设物块 B 沿光滑曲面下滑到水平位置时的速度大小为 v_0， 由机械能守恒知 $mgh=\frac{1}{2}mv_0^2$， $v_0=\sqrt{2gh}$ 。

设物块 B 在传送带上滑动过程中因受摩擦力所产生的加速度大小为 $\mu mg=ma$，

设物块 B 通过传送带后运动速度大小为 v， 有 $v^2-v_0^2=-2al$， 解得 $v=4m/s$ 。

由于 $v>u=2m/s$，所以 $v=4m/s$ 即为物块 B 与物块 A 第一次碰撞前的速度大小。

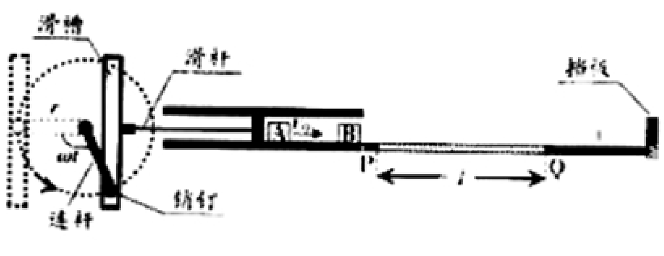
(2)设物块 A、B 第一次碰撞后的速度分别为 V、v_1，取向右为正方向，由弹性碰撞，运用动量守恒，能量守恒得 $\begin{aligned}&-mv=mv_1+MV\\&\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}MV^2\end{aligned}$ 解得 $v_1=\frac{1}{3}v=\frac{4}{3}m/s$， 即碰撞后物块 B 在水平台面向右匀速运动；

设物块 B 在传送带上向右运动的最大位移为l'，则 $0-v_1^2=-2al'$， $l'=\frac{4}{9}m<1m$，所以物块 B 不能通过传送带运动到右边的曲面上。

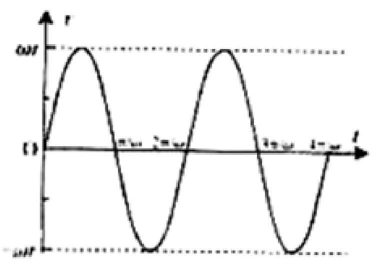
(3)当物块 B 在传送带上向右运动的速度为零时，将会沿传送带向左加速。可以判断，物块 B 运动到左边台面是的速度大小为 v_1，继而与物块 A 发生第二欠碰撞，设第二次碰撞后物块 B 速度大小为 v_2， 同上计算可知 $v_2=\frac{1}{3}v_1=\left(\frac{1}{3}\right)^2 v$， 物块 B 与物块 A 第三次碰撞、第四次碰撞…，碰撞后物块 B 的速度大小 $v_3=\frac{1}{3}v_2=\left(\frac{1}{3}\right)^3 v$，$v_4=\frac{1}{3}v_3=\left(\frac{1}{3}\right)^4 v$ 则第 n 次碰撞后物块 B 的速度大小为 $v_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n v$。

【考点定位】此题考查弹性碰撞的相关知识

59.(2012·广东卷)图 18(a)所示的装置中，小物块 A、B 质量均为 m，水平面上 PQ 段长为 l，与物块间的动摩擦因数为 μ，其余段光滑。初始时，挡板上的轻质弹簧处于原长；长为 r 的连杆位于图中虚线位置；A 紧靠滑杆(A、B 间距大于 2r)。随后，连杆以角速度 ω 匀速转动，带动滑杆作水平运动，滑杆的速度-时间图像如图 18(b)所示。A 在滑杆推动下运动，并在脱离滑杆后与静止的 B 发生完全非弹性碰撞。



(a)



(b)

(1)求 A 脱离滑杆时的速度 v_0，及 A 与 B 碰撞过程的机械能损失 ΔE。

(2)如果 AB 不能与弹簧相碰，设 AB 从 P 点到运动停止所用的时间为 t_1，求 ω 的取值范围，及 t_1 与 ω 的关系式。

(3)如果 AB 能与弹簧相碰，但不能返回到 P 点左侧，设每次压缩弹簧过程中弹簧的最大弹性势能为 E_p，求 ω 的取值范围，及 E_p 与 ω 的关系式(弹簧始终在弹性限度内)。

【答案】见解析

【解析】(1)滑杆达到最大速度时 A 与其脱离.由题意，得：$v_0=\omega r$

设 AB 碰撞后的共同速度为 v_1，由动量守恒定律 $mv_0=2mv_1$

碰撞过程中的机械能损失为 $\Delta E=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(2m)v_1^2$

$\Delta E=\frac{1}{4}m\omega^2r^2$

(2)AB 不能与弹簧相碰，设 AB 在 PQ 上运动的加速度大小为 a,由牛顿第二定律及运动学规律得

$\mu\cdot 2mg=2ma$ $\quad v_1=at_1$ $\quad x=\frac{1}{2}v_1t_1$

由题知 $x\le l$

联立解得 $0<\omega\le\frac{2\sqrt{2\mu gl}}{r}$ $\quad t_1=\frac{\omega r}{2\mu g}$

(3)AB 能与弹簧相碰，则 $\frac{1}{2}\times 2mv_1^2>\mu\cdot 2mgl$

不能返回道 P 点左侧 $\frac{1}{2}\times 2mv_1^2\le\mu\cdot 2mg\cdot 2l$

解得 $\frac{2\sqrt{2\mu gl}}{r}<\omega\le\frac{4\sqrt{\mu gl}}{r}$

AB 在的 Q 点速度为 v_2，AB 碰后到达 Q 点过程，由动能定理

$$-\mu\cdot 2mgl=\frac{1}{2}\times 2mv_2^2-\frac{1}{2}\times 2mv_1^2$$

AB 与弹簧接触到压缩最短过程，由能量守恒

$$E_p=\frac{1}{2}\times 2mv_2^2$$

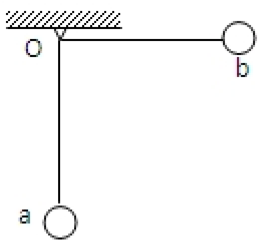
整理可以得到：$E_p=\dfrac{m(\omega^2r^2-8\mu gl)}{4}$

【考点定位】本题考查了动量和能量的相关知识。

60.(2012·新课标卷)如图，小球 a、b 用等长细线悬挂于同一固定点 O。让球 a 静止下垂，将球 b 向右拉起，使细线水平。从静止释放球 b，两球碰后粘在一起向左摆动，此后细线与竖直方向之间的最大偏角为 60°。忽略空气阻力，求

(i)两球 a、b 的质量之比；

(ii)两球在碰撞过程中损失的机械能与球 b 在碰前的最大动能之比。



【答案】$\dfrac{m_1}{m_2}=\sqrt{2}-1$，$\dfrac{Q}{E_k}=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】(i)设球 b 的质量为 m_2，细线长为 L，球 b 下落至最低点，但未与球 a 相碰时的速度为 v，由机械能守恒定律得 $m_2gL=\dfrac{1}{2}m_2v^2$ ①

式中 g 是重力加速度的大小。设球 a 的质量为 m_1；在两球碰后的瞬间，两球共同速度为 v'，以向左为正。有动量守恒定律得 $m_2v=(m_1+m_2)v'$ ②

设两球共同向左运动到最高处，细线与竖直方向的夹角为 θ，由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}(m_1+m_2)v'^2=(m_1+m_2)gL(1-\cos\theta)$ ③

联立①②③式得 $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{\sqrt{1-\cos\theta}}-1$

代入数据得 $\frac{m_1}{m_2}=\sqrt{2}-1$

(ii)两球在碰撞过程中的机械能损失是 $Q=m_2gL-(m_1+m_2)gL(1-\cos\theta)$

联立①⑥式，Q 与碰前球 b 的最大动能 E_k（$E_k=\frac{1}{2}m_2v^2$）之比为

$\frac{Q}{E_k}=1-\frac{m_1+m_2}{m_2}(1-\cos\theta)$ ⑦

联立⑤⑦式，并代入题给数据得 $\frac{Q}{E_k}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑧

【考点定位】本题考查动量守恒、机械能守恒、能量守恒及其相关知识

61.(2013·新课标全国卷I)在粗糙的水平桌面上有两个静止的木块 A 和 B，两者相距为 d。现给 A 一初速度，使 A 与 B 发生弹性正碰，碰撞时间极短：当两木块都停止运动后，相距仍然为 d。已知两木块与桌面之间的动摩擦因数均为 μ，B 的质量为 A 的 2 倍，重力加速度大小为 g。求 A 的初速度的大小。

【答案】$v_0=\sqrt{5.6\mu gd}$

【解析】设在发生碰撞前的瞬间，木块 A 的速度大小为 v；在碰撞后的瞬间，A 和 B 的速度分别为 v_1 和 v_2.在碰撞过程中，由能量守恒定律和动量守恒定律.得

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2,$$

$mv=mv_1+2mv_2$，式中，以碰撞前木块 A 的速度方向为正.

联立解得：$v_1=-\frac{1}{2}v_2$.

设碰撞后 A 和 B 运动的距离分别为 d_1 和 d_2，由动能定理得 $\mu mgd_1=\frac{1}{2}mv_1^2$.

$\mu(2m)gd_2=\frac{1}{2}2mv_2^2$.

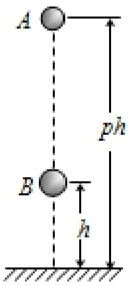
按题意有：$d=d_2+d_1$.

设 A 的初速度大小为 v_0，由动能定理得$-\mu mgd=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

联立解得：$v_0=\sqrt{\frac{28}{5}\mu gd}=\sqrt{5.6\mu gd}$

【考点定位】动量守恒定律、弹性正碰、匀减速直线运动规律、动能定理、牛顿第二定律。

62.(2013·重庆卷)在一种新的“子母球”表演中，让同一竖直线上的小球 A 和小球 B，从距水平地面高度为 ph(p＞1)和 h 的地方同时由静止释放，如题 9 图所示。球 A 的质量为 m，球 B 的质量为 3m。设所有碰撞都是弹性碰撞，重力加速度大小为 g，忽略球的直径、空气阻力及碰撞时间。



(1)求球 B 第一次落地时球 A 的速度大小；

(2)若球 B 在第一次上升过程中就能与球 A 相碰，求 p 的取值范围；

(3)在(2)情形下，要使球 A 第一次碰后能到达比其释放点更高的位置，求 p 应满足的条件。

【答案】(1)A 球速率 $v_0=\sqrt{2gh}$　(2)1＜p＜5　(3)1＜p＜3

【解析】(1)由于两球同时释放，所以球 B 第一次落地时 A 球下落的高度为 h，设此

时 A 球速度大小 v_0，由 $v^2=2gh$，解得 $v_0=\sqrt{2gh}$

(2)球 B 第一次落地并与地发生弹性碰撞后做竖直上抛运动；若球 B 上升到最大高度 h 时刚好与球 A 发生碰撞，设此时球 A 自由下落的时间为 t_A，则 $\frac{1}{2}g(\frac{t_A}{2})^2=h$，此时球 A 自由下落的高度 $h_A=\frac{1}{2}gt_A^2$；联立以上各式，可得 $h_A=4h$，则 $ph=h_A+h=5h$。所以 p=5

若 B 球在第一次上升过程中就能与球 A 相碰，则 p 的取值范围应为 1＜p＜5

(3)设球 B 第一次落地并与地发生弹性碰撞后又上升了时间 t 与 A 相碰，则球 AB 在空中碰前的速度大小分别为有：$v_1=v_0+gt$ 和 $v_2=v_0-gt$，设它们碰后的速度分别为 v_1' 和 v_2'，选竖直向上为正方向，两球发生弹性碰撞，根据动量守恒和能量守恒，$3mv_2-mv_1=3mv_2'+mv_1'$；$\frac{1}{2}3mv_2^2+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}3mv_2'^2+\frac{1}{2}mv_1'^2$

联立解得，$t<\frac{v_0}{2g}$。

碰撞时，A 球自由下落的高度 $h_A'=h+v_0t+\frac{1}{2}gt^2$，B 球竖直上升的高度

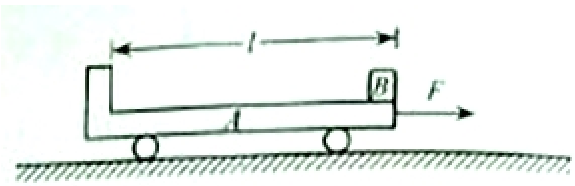
$h_B'=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

则 $ph=h'_A+h'_B=2v_0t$

联立解得 $p<3$，即要使球 A 第一次碰后能到达比其释放点更高的位置 $1<p<3$。

【考点定位】自由落体运动、竖直上抛运动、弹性碰撞。

63.(2014·天津卷)如图所示，水平地面上静止放置一辆小车 A，质量 $m_A=4\text{kg}$，上表面光滑，小车与地面间的摩擦力极小，可以忽略不计。可视为质点的物块 B 置于 A 的最右端，B 的质量 $m_B=2\text{kg}$。现对 A 施加一个水平向右的恒力 F＝10N，A 运动一段时间后，小车左端固定的挡板 B 发生碰撞，碰撞时间极短，碰后 A、B 粘合在一起，共同在 F 的作用下继续运动，碰撞后经时间 t＝0.6s，二者的速度达到 $v_1=2\text{m/s}$。求



(1)A 开始运动时加速度 a 的大小；

(2)A、B 碰撞后瞬间的共同速度 v 的大小；

(3)A 的上表面长度 l；

【答案】(1)2.5m/s^2；(2)1m/s；(3)0.45m；

【解析】(1)以 A 为研究对象，由牛顿第二定律得 $F=m_Aa$ ①

代入数据解得：$a=2.5\text{m/s}^2$ ②

(2)对 A、B 碰撞后共同运动 $t=0.6\text{s}$ 的过程中，由动量定理得

$$Ft=(m_A+m_B)v_t-(m_A+m_B)v \quad ③$$

代入数据解得：$v = 1\text{m}/\text{s}$ ④

(3)设 A、B 发生碰撞前，A 的速度为 v_A，对 A、B 发生碰撞的过程，由动量守恒定律有：

$$m_A v_A = (m_A + m_B)v \quad ⑤$$

A 从开始运动到与 B 发生碰撞前，由动能定理得：$Fl = \frac{1}{2} m_A v_A^2$ ⑥

联立④⑤⑥式，代入数据解得：$l = 0.45\text{m}$ ⑦

【考点定位】牛顿第二定律、动量定理、动量守恒定律、动能定理

64.(2014·海南卷)一静止原子核发生α衰变，生成一α粒子及一新核。α粒子垂直进入磁感应强度大小为 B 的匀强磁场，其运动轨迹是半径为 R 的圆。已知α粒子的质量为 m，电荷量为 q；新核的质量为 M；光在真空中的速度大小为 c。求衰变前原子核的质量。

【答案】$M_0 = (M + m)\left[1 + \frac{(qBR)^2}{2Mmc^2}\right]$

【解析】设衰变产生的α粒子的速度大小为 v，有洛伦兹力公式和牛顿第二定律得

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

设衰变后新核的速度大小为 V，衰变前后动量守恒，有

$$0 = MV - mv$$

设衰变前原子核质量为 M_0.衰变前后能量守恒，由

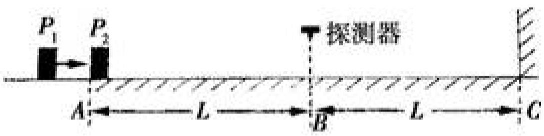
$$M_0c^2 = Mc^2 + \frac{1}{2}MV^2 + mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

联立上式可得

$$M_0 = (M+m)\left[1+\frac{(qBR)^2}{2Mmc^2}\right]$$

【考点定位】动量守恒定律、能量守恒定律、带电粒子在磁场中的运动

65.(2014·广东卷·T35)如图所示的水平轨道中, AC 段的中点 B 的正上方有一探测器，C 处有一竖直挡板。物体 P_1 沿轨道向右以速度 v_1 与静止在 A 点的物体 P_2 碰撞，并接合成复合体 P。以此碰撞时刻为计时零点，探测器只在 $t_1 = 2s$ 至 $t_2 = 4s$ 内工作。已知 P_1、P_2 的质量都为 $m = 1kg$，P 与 AC 间的动摩擦因数为 $\mu = 0.1$，AB 段长 $L = 4m$，g 取 $10m/s^2$。P_1、P_2 和 P 均视为质点，P 与挡板的碰撞为弹性碰撞。



(1)若 $v_1 = 6m/s$，求 P_1、P_2 碰后瞬间的速度大小 v 和碰撞损失的动能 ΔE；

(2)若 P 与挡板碰后，能在探测器的工作时间内通过 B 点，求 v_1 的取值范围和 P 向左经过 A 点时的最大动能 E。

【答案】(1)9J　(2)$10m/s < v_1 < 14m/s$　17J

【解析】(1)由于 P_1 和 P_2 发生弹性碰撞，据动量守恒定律有：

$$mv_1 = 2mv_2$$

$$v_2 = 3m/s$$

碰撞过程中损失的动能为：$\Delta E_{k}=\frac{1}{2}mv_{1}^{2}-\frac{1}{2}2mv_{2}^{2}=9\text{J}$

(2)从 A 点滑动到 C 点，再从 C 点滑动到 A 点的整个过程，P 做的是匀减速直线

。

设加速度大小为 a，则 a=μg=1m/s^2

设经过时间 t，P 与挡板碰撞后经过 B 点，[则：

v_B=v-at，$v_{B}^{2}-v^{2}=-2a\cdot 3L$，v=$v_1$/2

若 t=2s 时经过 B 点，可得 v_1=14m/s

若 t=4s 时经过 B 点，可得 v_1=10m/s

则 v_1 的取值范围为：10m/s＜v_1＜14m/s

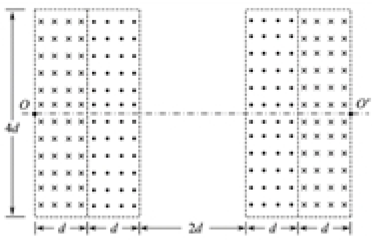
v_1=14m/s 时，碰撞后的结合体 P 的最大速度为：$v_{2\text{m}}=\frac{v_{1\text{m}}}{2}$=7m/s

根据动能定理，$-\mu\cdot 2mg\cdot 4L=E_{\text{km}}-\frac{1}{2}\cdot 2mv_{2\text{m}}^{2}$

代入数据，可得通过 A 点时的最大动能为：$E_{\text{km}}=17\text{J}$

【考点定位】本题考查动量守恒定律、运动学关系和能量守恒定律

66.(2018·江苏卷·T23)如图所示，真空中四个相同的矩形匀强磁场区域，高为 4d，宽为 d，中间两个磁场区域间隔为 2d，中轴线与磁场区域两侧相交于 O、O′点，各区域磁感应强度大小相等.某粒子质量为 m、电荷量为+q，从 O 沿轴线射入磁场.当入射速度为 v_0 时，粒子从 O 上方 $\frac{d}{2}$ 处射出磁场.取 sin53°=0.8，cos53°=0.6.



(1)求磁感应强度大小 B；

(2)入射速度为 $5v_0$ 时，求粒子从 O 运动到 O′的时间 t；

(3)入射速度仍为 $5v_0$，通过沿轴线 OO′平移中间两个磁场(磁场不重叠)，可使粒子从 O 运动到 O′的时间增加 Δt，求 Δt 的最大值.

【答案】(1) $B=\dfrac{4mv_0}{qd}$ (2) $t=(\dfrac{53\pi+72}{180})\dfrac{d}{v_0}$ (3) $\Delta t_{\mathrm{m}}=\dfrac{d}{5v_0}$

【解析】(1)粒子圆周运动的半径 $r_0=\dfrac{mv_0}{qB}$ 由题意知 $r_0=\dfrac{d}{4}$，解得 $B=\dfrac{4mv_0}{qd}$

(2)设粒子在矩形磁场中的偏转角为 α

由 d=rsinα，得 sinα=$\dfrac{4}{5}$，即 α=53°

在一个矩形磁场中的运动时间 $t_1=\dfrac{\alpha}{360^\circ}\dfrac{2\pi m}{qB}$，解得 $t_1=\dfrac{53\pi d}{720v_0}$

直线运动的时间 $t_2=\dfrac{2d}{v}$，解得 $t_2=\dfrac{2d}{5v_0}$

则 $t=4t_1+t_2=(\dfrac{53\pi+72}{180})\dfrac{d}{v_0}$

(3)将中间两磁场分别向中央移动距离 x

粒子向上的偏移量 $y=2r(1-\cos\alpha)+x\tan\alpha$

由 $y\le 2d$，解得 $x\le\dfrac{3}{4}d$

则当 x_m=时，Δt 有最大值

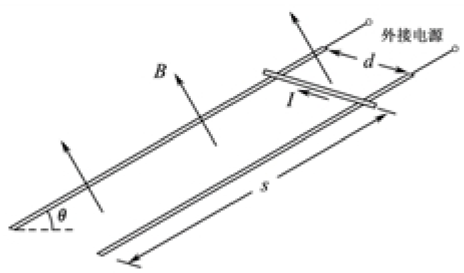
粒子直线运动路程的最大值$s_m=\dfrac{2x_m}{\cos\alpha}+(2d-2x_m)=3d$

增加路程的最大值$\Delta s_m=s_m-2d=d$

增加时间的最大值$\Delta t_m=\dfrac{\Delta s_m}{v}=\dfrac{d}{5v_0}$

点睛：本题考查带电粒子在组合磁场中的运动，第(1)小题先确定粒子圆周运动的半径，再根据洛伦兹力提供向心力列式求解；第(2)小题解答关键是定圆心、画轨迹，分段分析和计算；第(3)小题求 Δt 的最大值，关键是要注意带电粒子在磁场中运动的时间不变和速度大小不变, 所以中间磁场移动后改变的是粒子在无磁场区域运动的倾斜轨迹的长度，要使 Δt 最大，则要倾斜轨迹最长，所以粒子轨迹跟中间磁场的上边相切时运动时间最长，再根据运动的对称性列式求解。

67.(2018·江苏卷)如图所示，两条平行的光滑金属导轨所在平面与水平面的夹角为θ，间距为 d.导轨处于匀强磁场中，磁感应强度大小为 B，方向与导轨平面垂直.质量为 m 的金属棒被固定在导轨上，距底端的距离为 s，导轨与外接电源相连，使金属棒通有电流.金属棒被松开后，以加速度 a 沿导轨匀加速下滑，金属棒中的电流始终保持恒定，重力加速度为 g.求下滑到底端的过程中，金属棒



(1)末速度的大小 v；

(2)通过的电流大小 I；

(3)通过的电荷量 Q.

【答案】(1) $v=\sqrt{2as}$　(2) $I=\frac{m(gsin\theta-a)}{dB}$ (3) $Q=\frac{\sqrt{2as}m(g\sin\theta-a)}{dBa}$

【解析】(1)匀加速直线运动 $v^2=2as$　解得 $v=\sqrt{2as}$

(2)安培力 $F_{安}=IdB$　金属棒所受合力 $F=mgsin\theta-F_{安}$

牛顿运动定律 F=ma

解得 $I=\frac{m(gsin\theta-a)}{dB}$

(3)运动时间 $t=\frac{v}{a}$　电荷量 Q=It

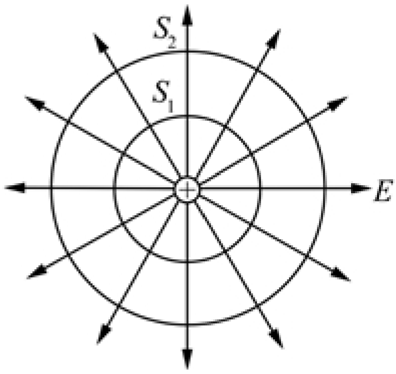
解得 $Q=\frac{\sqrt{2as}m(g\sin\theta-a)}{dBa}$

点睛：本题是通电金属棒在磁场中匀加速运动的问题，考生易误认为是电磁感应问题而用电磁感应规律求解。

68.(2018·北京卷·T12) (1)静电场可以用电场线和等势面形象描述。

a.请根据电场强度的定义和库仑定律推导出点电荷 Q 的场强表达式；

b.点电荷的电场线和等势面分布如图所示，等势面 S_1、S_2到点电荷的距离分别为 r_1、r_2。我们知道，电场线的疏密反映了空间区域电场强度的大小。请计算 S_1、S_2上单位面积通过的电场线条数之比 N_1/N_2。



(2)观测宇宙中辐射电磁波的天体，距离越远单位面积接收的电磁波功率越小，观测越困难。为了收集足够强的来自天体的电磁波，增大望远镜口径是提高天文观测能力的一条重要路径。2016 年 9 月 25 日，世界上最大的单口径球面射电望远镜 FAST 在我国贵州落成启用，被誉为"中国天眼"。FAST 直径为 500 m，有效提高了人类观测宇宙的精度和范围。

a.设直径为 100 m 的望远镜能够接收到的来自某天体的电磁波功率为 P_1，计算 FAST 能够接收到的来自该天体的电磁波功率 P_2；

b.在宇宙大尺度上，天体的空间分布是均匀的，仅以辐射功率为 P 的同类天体为观测对象，设直径为 100 m 望远镜能够观测到的此类天体数目是 N_0，计算 FAST 能够观测到的此类天体数目 N。

【答案】(1)a.$k\frac{Q}{r^2}$ b.$\frac{r_2^2}{r_1^2}$(2)a.$25P_1$ b.$125N_0$

【解析】(1)a.在距 Q 为 r 的位置放一电荷量为 q 的检验电荷

根据库仑定律检验电荷受到的电场力$F=k\frac{Qq}{r^2}$

根据电场强度的定义$E=\frac{F}{q}$，得$E=k\frac{Q}{r^2}$

b.穿过每个面的电场线的总条数是相等的，若面积大，则单位面积上分担的条数就少，

故穿过两等势面单位面积上的电场线条数之比$\frac{N_1}{N_2}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$

(2)a.地球上不同望远镜观测同一天体，单位面积上接收的功率应该相同，因此

$$P_2=\frac{500^2}{100^2}P_1=25P_1$$

b.在宇宙大尺度上，天体的空间分布是均匀的。因此一个望远镜能观测到的此类天体数目正比于以望远镜为球心、以最远观测距离为半径的球体体积。

设地面上望远镜能观测到此类天体需收集到的电磁波的总功率的最小值为P_0,直径为100 m望远镜和FAST能观测到的最远距离分别为L_0和L，则

$$P_0=\pi(\frac{500}{2})^2\frac{P}{4\pi L^2}=\pi(\frac{100}{2})^2\frac{P}{4\pi L_0^2}$$

可得 $L=5L_0$

则$N=\frac{L^3}{L_0^3}N_0=125N_0$

69.(2018·北京卷)如图1所示，用电动势为E、内阻为r的电源，向滑动变阻器R供电。改变变阻器R的阻值，路端电压U与电流I均随之变化。

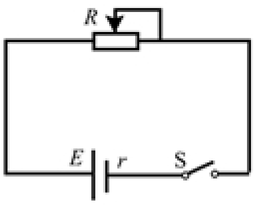


图1

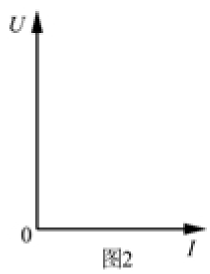


图2

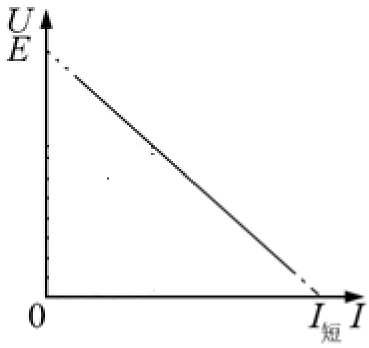
(1)以U为纵坐标，I为横坐标，在图2中画出变阻器阻值R变化过程中U-I图像的示意图，并说明U-I图像与两坐标轴交点的物理意义。

(2)a.请在图 2 画好的 U-I 关系图线上任取一点，画出带网格的图形，以其面积表示此时电源的输出功率；

b.请推导该电源对外电路能够输出的最大电功率及条件。

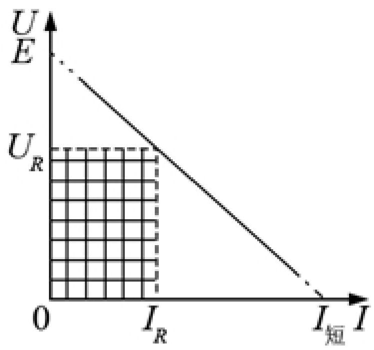
(3)请写出电源电动势定义式，并结合能量守恒定律证明：电源电动势在数值上等于内、外电路电势降落之和。

【答案】(1)U–I 图象如图所示：



图象与纵轴交点的坐标值为电源电动势，与横轴交点的坐标值为短路电流

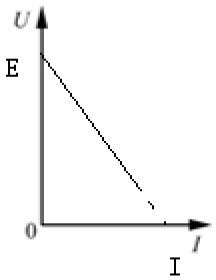
(2)a 如图所示：



b.$\frac{E^2}{4r}$

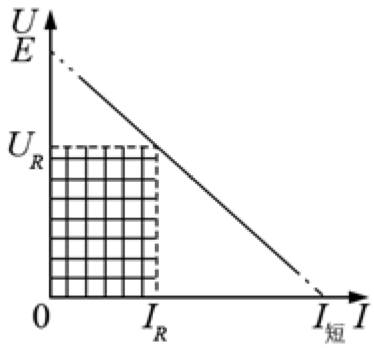
(3)见解析

【解析】(1)U–I 图像如图所示,



其中图像与纵轴交点的坐标值为电源电动势，与横轴交点的坐标值为短路电流

(2)a.如图所示



b.电源输出的电功率：$P=I^2R=(\frac{E}{R+r})^2R=\frac{E^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$

当外电路电阻 R=r 时，电源输出的电功率最大，为$P_{\max}=\frac{E^2}{4r}$

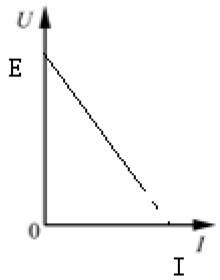
(3)电动势定义式：$E=\frac{W_{非静电力}}{q}$

根据能量守恒定律，在图 1 所示电路中，非静电力做功 W 产生的电能等于在外电路和内电路产生的电热，即

$$W=I^2rt\ +I^2Rt=Irq+IRq$$

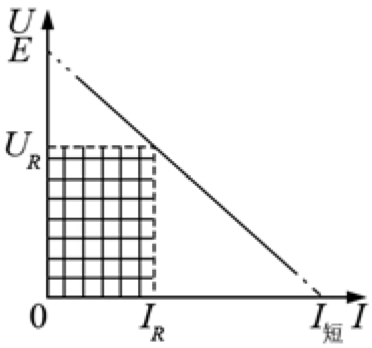
$$E=Ir+IR=U_{内}+U_{外}$$

本题答案是：(1)U–I 图像如图所示,



其中图像与纵轴交点的坐标值为电源电动势，与横轴交点的坐标值为短路电流

(2)a.如图所示



当外电路电阻 R=r 时，电源输出的电功率最大，为$P_{\max}=\frac{E^2}{4r}$

(3)$E=U_{内}+U_{外}$

点睛：运用数学知识结合电路求出回路中最大输出功率的表达式，并求出当 R=r 时，输出功率最大。

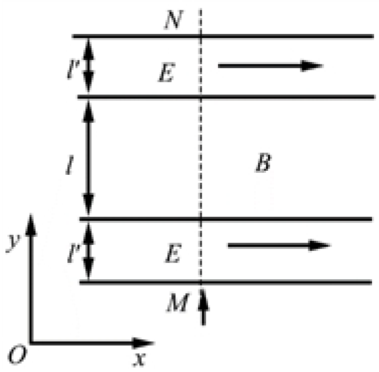
70.(2018·全国 II 卷)一足够长的条状区域内存在匀强电场和匀强磁场，其在 xoy 平面内的截面如图所示：中间是磁场区域，其边界与 y 轴垂直，宽度为 l，磁感应强度的大小为 B，方向垂直于 xoy 平面；磁场的上、下两侧为电场区域，宽度均为l'，电场强度的大小均为 E，方向均沿 x 轴正方向；M、N 为条形区域边界上的两点，它们的连线与 y 轴平行。一带正电的粒子以某一速度从 M 点沿 y 轴正方

向射入电场，经过一段时间后恰好以从 M 点入射的速度从 N 点沿 y 轴正方向射出。不计重力。

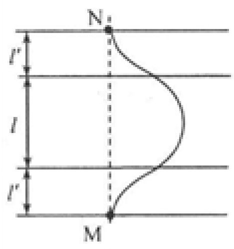
(1)定性画出该粒子在电磁场中运动的轨迹；

(2)求该粒子从 M 点射入时速度的大小；

(3)若该粒子进入磁场时的速度方向恰好与 x 轴正方向的夹角为$\frac{\pi}{6}$，求该粒子的比荷及其从 M 点运动到 N 点的时间。



【答案】(1)轨迹图如图所示：



图（a）

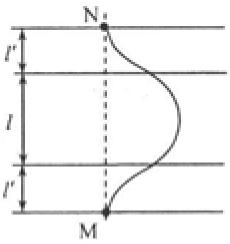
(2)$v_0=\frac{2El'}{Bl}$　　(3)$\frac{q}{m}=\frac{4\sqrt{3}El'}{B^2l^2}$　；　$t'=\frac{Bl}{E}(1+\frac{\sqrt{3}\pi\ l}{18l'})$

【解析】试题分析：(1)粒子在电场中做类平抛，然后进入磁场做圆周运动，再次进入电场做类平抛运动，结合相应的计算即可画出轨迹图。

(2)在电场中要分两个方向处理问题，一个方向做匀速运动，一个方向做匀加速运动。

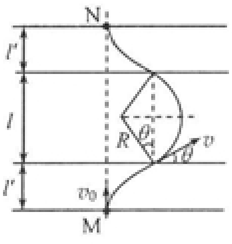
(3)在磁场中的运动关键是找到圆心，求出半径，结合向心力公式求解。

(1)粒子运动的轨迹如图(a)所示。(粒子在电场中的轨迹为抛物线，在磁场中为圆弧，上下对称)



图（a）

(2)粒子从电场下边界入射后在电场中做类平抛运动。设粒子从 M 点射入时速度的大小为 v_0, 在下侧电场中运动的时间为 t, 加速度的大小为 a；粒子进入磁场的速度大小为 v, 方向与电场方向的夹角为 θ(见图(b)), 速度沿电场方向的分量为 v_1, 根据牛顿第二定律有



图(b)

$qE=ma$ ①

式中 q 和 m 分别为粒子的电荷量和质量,

由运动学公式有 $v_1=at$ ② $l'=v_0t$ ③ $v_1=v\cos\theta$ ④

粒子在磁场中做匀速圆周运动, 设其运动轨道半径为 R,

由洛伦兹力公式和牛顿第二定律得$qvB=\frac{mv^2}{R}$ ⑤

由几何关系得$l=2R\cos\theta$ ⑥

联立①②③④⑤⑥式得$v_0=\frac{2El'}{Bl}$ ⑦

(3)由运动学公式和题给数据得$v_1 = v_0\cot\frac{\pi}{6}$ ⑧

联立①②③⑦⑧式得$\frac{q}{m} = \frac{4\sqrt{3}El'}{B^2l^2}$ ⑨

设粒子由 M 点运动到 N 点所用的时间为t'，则$t' = 2t + \frac{2(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6})}{2\pi}T$ ⑩

式中 T 是粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期，$T = \frac{2\pi m}{qB}$ ⑪

由③⑦⑨⑩⑪式得$t' = \frac{Bl}{E}(1 + \frac{\sqrt{3}\pi l}{18l'})$ ⑫

71.(2018·天津卷)真空管道超高速列车的动力系统是一种将电能直接转换成平动动能的装置。图 1 是某种动力系统的简化模型，图中粗实线表示固定在水平面上间距为 l 的两条平行光滑金属导轨，电阻忽略不计，ab 和 cd 是两根与导轨垂直，长度均为 l，电阻均为 R 的金属棒，通过绝缘材料固定在列车底部，并与导轨良好接触，其间距也为 l，列车的总质量为 m。列车启动前，ab、cd 处于磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直于导轨平面向下，如图 1 所示，为使列车启动，需在 M、N 间连接电动势为 E 的直流电源，电源内阻及导线电阻忽略不计，列车启动后电源自动关闭。

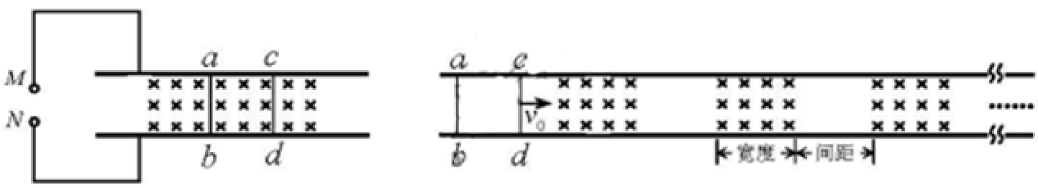


图 1　　图 2

(1)要使列车向右运行，启动时图 1 中 M、N 哪个接电源正极，并简要说明理由；

(2)求刚接通电源时列车加速度 a 的大小；

(3)列车减速时，需在前方设置如图 2 所示的一系列磁感应强度为 B 的匀强磁场区域，磁场宽度和相邻磁场间距均大于 l。若某时刻列车的速度为v_0，此时 ab、cd 均在无磁场区域，试讨论：要使列车停下来，前方至少需要多少块这样的有界磁场？

【答案】(1)M 接电源正极，理由见解析(2)$a=\frac{2BEl}{mR}$(3)若$\frac{I_{总}}{I_0}$恰好为整数，设其为 n，则需设置 n 块有界磁场，若$\frac{I_{总}}{I_0}$不是整数，设$\frac{I_{总}}{I_0}$的整数部分为 N，则需设置 N+1 块有界磁场。

【解析】试题分析：结合列车的运动方向，应用左手定则判断电流方向，从而判断哪一个接电源正极；对导体棒受力分析，根据闭合回路欧姆定律以及牛顿第二定律求解加速度；根据动量定理分析列车进入和穿出磁场时动量变化，据此分析；

(1)M 接电源正极，列车要向右运动，安培力方向应向右，根据左手定则，接通电源后，金属棒中电流方向由 a 到 b，由 c 到 d，故 M 接电源正极。

(2)由题意，启动时 ab、cd 并联，设回路总电阻为$R_{总}$，由电阻的串并联知识得$R_{总}=\frac{R}{2}$①；

设回路总电阻为 I，根据闭合电路欧姆定律有$I=\frac{E}{R_{总}}$②

设两根金属棒所受安培力之和为 F，有 F=BIl③

根据牛顿第二定律有 F=ma④，联立①②③④式得$a=\frac{2BEl}{mR}$⑤

(3)设列车减速时，cd 进入磁场后经Δt时间 ab 恰好进入磁场，此过程中穿过两金属棒与导轨所围回路的磁通量的变化为$\Delta\Phi$，平均感应电动势为E_1，由法拉第电磁感应定律有$E_1=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$⑥，其中$\Delta\Phi=Bl^2$⑦；

设回路中平均电流为I'，由闭合电路欧姆定律有$I'=\frac{E_1}{2R}$⑧

设 cd 受到的平均安培力为F'，有$F'=I'lB$⑨

以向右为正方向，设Δt时间内 cd 受安培力冲量为$I_{冲}$，有$I_{冲}=-F'\Delta t$⑩

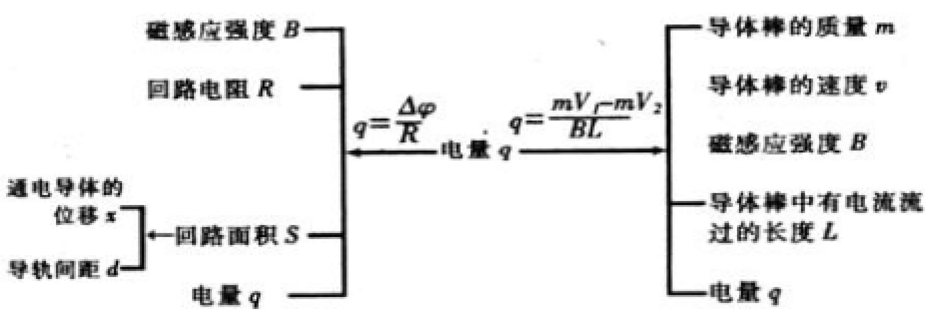
同理可知，回路出磁场时 ab 受安培力冲量仍为上述值，设回路进出一块有界磁场区域安培力冲量为I_0，有$I_0=2I_{冲}$⑪

设列车停下来受到的总冲量为$I_{总}$，由动量定理有$I_{总}=0-mv_0$⑫

联立⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫式得$\frac{I_{总}}{I_0}=\frac{mv_0R}{B^2l^2}$⑬

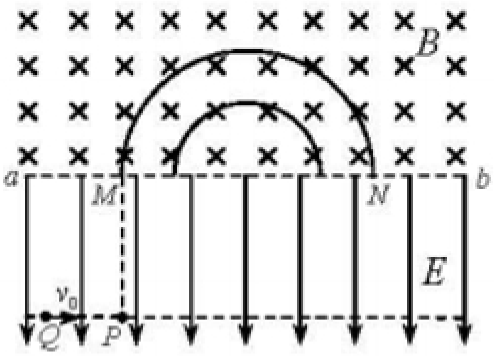
讨论：若$\frac{I_{总}}{I_0}$恰好为整数，设其为 n，则需设置 n 块有界磁场，若$\frac{I_{总}}{I_0}$不是整数，设$\frac{I_{总}}{I_0}$的整数部分为 N，则需设置 N+1 块有界磁场。⑭.

【点睛】如图所示，在电磁感应中，电量 q 与安培力的冲量之间的关系，如图所示，以电量为桥梁，直接把图中左右两边的物理量联系起来，如把导体棒的位移和速度联系起来，但由于这类问题导体棒的运动一般都不是匀变速直线运动，无法直接使用匀变速直线运动的运动学公式进行求解，所以这种方法就显得十分巧妙，这种题型难度最大。



72.(2018·天津卷)如图所示，在水平线 ab 下方有一匀强电场，电场强度为 E，方向竖直向下，ab 的上方存在匀强磁场，磁感应强度为 B，方向垂直纸面向里，磁场中有一内、外半径分别为 R、$\sqrt{3}R$的半圆环形区域，外圆与 ab 的交点分别为

M、N。一质量为 m、电荷量为 q 的带负电粒子在电场中 P 点静止释放, 由 M 进入磁场，从 N 射出，不计粒子重力。



(1)求粒子从 P 到 M 所用的时间 t；

(2)若粒子从与 P 同一水平线上的 Q 点水平射出，同样能由 M 进入磁场，从 N 射出，粒子从 M 到 N 的过程中，始终在环形区域中运动，且所用的时间最少，求粒子在 Q 时速度 v_0 的大小。

【答案】(1) $t=\dfrac{\sqrt{3}RB}{E}$ (2) $v_0=\dfrac{qBR}{m}$

【解析】试题分析: 粒子在磁场中以洛伦兹力为向心力做圆周运动，在电场中做初速度为零的匀加速直线运动，据此分析运动时间; 粒子进入匀强磁场后做匀速圆周运动，当轨迹与内圆相切时，所有的时间最短，粒子从 Q 射出后在电场中做类平抛运动，在电场方向上的分运动和从 P 释放后的运动情况相同，所以粒子进入磁场时沿竖直方向的速度同样为 v，结合几何知识求解.

(1)设粒子在磁场中运动的速度大小为 v，所受洛伦兹力提供向心力，有

$qvB=m\dfrac{v^2}{\sqrt{3}R}$ ①

设粒子在电场中运动所受电场力为 F，有 F=qE②；

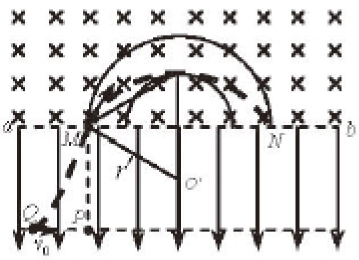
设粒子在电场中运动的加速度为 a，根据牛顿第二定律有 F=ma③；

粒子在电场中做初速度为零的匀加速直线运动，有 v=at④；联立①②③④式得

$t=\dfrac{\sqrt{3}RB}{E}$⑤；

(2)粒子进入匀强磁场后做匀速圆周运动，其周期和速度、半径无关，运动时间只由粒子所通过的圆弧所对的圆心角的大小决定，故当轨迹与内圆相切时，所有的时间最短，设粒子在磁场中的轨迹半径为r'，由几何关系可知

$(r'-R)^2+\left(\sqrt{3}R\right)^2=r'^2$⑥



设粒子进入磁场时速度方向与 ab 的夹角为 θ，即圆弧所对圆心角的一半，由几何关系可知 $\tan\theta=\dfrac{\sqrt{3}R}{r'-R}$⑦；

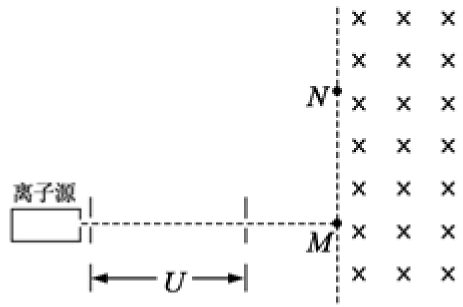
粒子从 Q 射出后在电场中做类平抛运动，在电场方向上的分运动和从 P 释放后的运动情况相同，所以粒子进入磁场时沿竖直方向的速度同样为 v，在垂直于电场方向的分速度始终为v_0，由运动的合成和分解可知 $\tan\theta=\dfrac{v}{v_0}$⑧

联立①⑥⑦⑧式得 $v_0=\dfrac{qBR}{m}$⑨.

【点睛】带电粒子在组合场中的运动问题，首先要运用动力学方法分析清楚粒子的运动情况，再选择合适方法处理.对于匀变速曲线运动，常常运用运动的分解法，

将其分解为两个直线的合成，由牛顿第二定律和运动学公式结合求解；对于磁场中圆周运动，要正确画出轨迹，由几何知识求解半径。

73.(2018·全国 III 卷)如图，从离子源产生的甲、乙两种离子，由静止经加速电压 U 加速后在纸面内水平向右运动，自 M 点垂直于磁场边界射入匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁场左边界竖直。已知甲种离子射入磁场的速度大小为 v_1，并在磁场边界的 N 点射出；乙种离子在 MN 的中点射出；MN 长为 l。不计重力影响和离子间的相互作用。求：



(1)磁场的磁感应强度大小；

(2)甲、乙两种离子的比荷之比。

【答案】(1)$B=\frac{4U}{lv_1}$(2)1:4

【解析】试题分析 本题主要考查带电粒子在电场中的加速、在匀强磁场中的匀速圆周运动及其相关的知识点，意在考查考生灵活运用相关知识解决实际问题的的能力。

解析(1)设甲种离子所带电荷量为 q_1、质量为 m_1，在磁场中做匀速圆周运动的半径为 R_1，磁场的磁感应强度大小为 B，由动能定理有$q_1U=\frac{1}{2}m_1v_1^2$①

由洛伦兹力公式和牛顿第二定律有$q_1v_1B=m_1\frac{v_1^2}{R_1}$②

由几何关系知$2R_1=l$③

由①②③式得$B=\frac{4U}{lv_1}$④

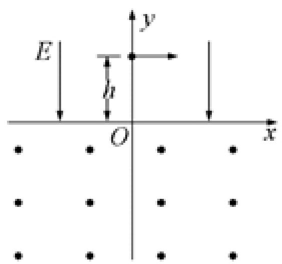
(2)设乙种离子所带电荷量为q_2、质量为m_2，射入磁场的速度为v_2，在磁场中做匀速圆周运动的半径为R_2。同理有$q_2U=\frac{1}{2}m_2v_2^2$⑤　　$q_2v_2B=m_2\frac{v_2^2}{R_2}$⑥

由题给条件有$2R_2=\frac{l}{2}$⑦

由①②③⑤⑥⑦式得，甲、乙两种离子的比荷之比为$\frac{q_1}{m_1}:\frac{q_2}{m_2}=1:4$⑧

点睛　此题与 2013 年北京理综卷第 23 题情景类似，都可以看作是质谱仪模型。解答所用的知识点和方法类似。

74.(2018·新课标 I 卷)如图，在 y>0 的区域存在方向沿 y 轴负方向的匀强电场，场强大小为 E，在 y<0 的区域存在方向垂直于 xOy 平面向外的匀强磁场。一个氕核 $_1^1H$ 和一个氘核 $_1^2H$ 先后从 y 轴上 y=h 点以相同的动能射出，速度方向沿 x 轴正方向。已知 $_1^1H$ 进入磁场时，速度方向与 x 轴正方向的夹角为 60°，并从坐标原点 O 处第一次射出磁场。$_1^1H$ 的质量为 m，电荷量为 q 不计重力。求



(1)$_1^1H$ 第一次进入磁场的位置到原点 O 的距离

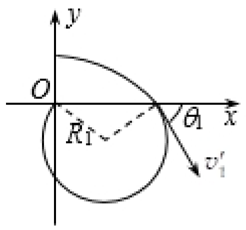
(2)磁场的磁感应强度大小

(3)$_1^2$H 第一次离开磁场的位置到原点 O 的距离

【答案】(1)$s_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}h$；(2)$B = \sqrt{\frac{6mE}{qh}}$；(3)$s'_2 - s_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$（$\sqrt{2} -$1）$h$

【解析】本题考查带电粒子在电场中的类平抛运动、在匀强磁场中的匀速圆周运动及其相关的知识点，意在考查考生灵活运用相关知识解决问题的的能力。

(1)$_1^1$H在电场中做类平抛运动，在磁场中做圆周运动，运动轨迹如图所示。



设$_1^1$H在电场中的加速度大小为a_1，初速度大小为v_1，它在电场中的运动时间为t_1，第一次进入磁场的位置到原点O的距离为s_1。由运动学公式有$s_1 = v_1 t_1$　①

$h = \frac{1}{2}a_1 t_1^2$　②

由题给条件，$_1^1$H进入磁场时速度的方向与 x 轴正方向夹角$\theta_1 = 60°$。$_1^1$H进入磁场时速度的 y 分量的大小为$a_1 t_1 = v_1 \tan\theta_1$　③

联立以上各式得$s_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}h$　④

(2)$_1^1$H在电场中运动时，由牛顿第二定律有$qE = ma_1$　⑤

设$_1^1$H进入磁场时速度的大小为v'_1，由速度合成法则有$'_1 = \sqrt{v_1^2 + (a_1 t_1)^2}$

⑥

设磁感应强度大小为 B，${}_{1}^{1}$H在磁场中运动的圆轨道半径为R_1, 由洛伦兹力公式和牛顿第二定律有$qv'_1B=\frac{m'^2_1}{R_1}$ ⑦

由几何关系得$s_1=2R_1\sin\theta_1$ ⑧

联立以上各式得$B=\sqrt{\frac{6mE}{qh}}$ ⑨

(3)设${}_{1}^{2}$H在电场中沿 x 轴正方向射出的速度大小为v_2, 在电场中的加速度大小为a_2，由题给条件得$\frac{1}{2}(2m)v_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2$ ⑩

由牛顿第二定律有$qE=2ma_2$ ⑪

设${}_{1}^{2}$H第一次射入磁场时的速度大小为v'_2，速度的方向与 x 轴正方向夹角为θ_2，入射点到原点的距离为s_2，在电场中运动的时间为t_2。

由运动学公式有$s_2=v_2t_2$ ⑫ $h=\frac{1}{2}a_2t_2^2$ ⑬ $'_2=\sqrt{v_2^2+(a_2t_2)^2}$ ⑭ $\sin\theta_2=\frac{a_2t_2}{v'_2}$ ⑮

联立以上各式得$s_2=s_1$，$\theta_2=\theta_1$，$v'_2=\frac{\sqrt{2}}{2}v'_1$ ⑯

设${}_{1}^{2}$H在磁场中做圆周运动的半径为R_2，由⑦⑯式及粒子在匀强磁场中做圆周运动的半径公式得$R_2=\frac{(2m)v'_2}{qB}=\sqrt{2}R_1$ ⑰

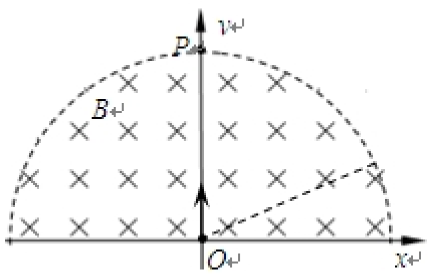
所以出射点在原点左侧。设${}_{1}^{2}$H进入磁场的入射点到第一次离开磁场的出射点的距离为s'_2，由几何关系有$s'_2=2R_2\sin\theta_2$ ⑱

联立④⑧⑯⑰⑱式得，${}_{1}^{2}$H第一次离开磁场时的位置到原点 O 的距离为

$s'_2-s_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}-1)h$ ⑲

【点睛】此题与 2004 年全国理综卷第 25 题情景类似，都是带电粒子在匀强电场中类平抛运动后进入匀强磁场中做匀速圆周运动，且都是在第一象限和第二象限设置了竖直向下的匀强电场，在第三象限和第四象限设置了方向垂直纸面向外的匀强磁场，解答需要的知识都是带电粒子在匀强电场中的类平抛运动规律和洛伦兹力等于向心力、几何关系等知识点。带电粒子在匀强电场中的类平抛运动和在匀强磁场中的匀速圆周运动是教材例题和练习中的常见试题，此题可认为是由两个课本例题或习题组合而成。

75.(2011·安徽卷)如图所示，在以坐标原点 O 为圆心、半径为 R 的半圆形区域内，有相互垂直的匀强电场和匀强磁场，磁感应强度为 B，磁场方向垂直于 xOy 平面向里。一带正电的粒子(不计重力)从 O 点沿 y 轴正方向以某一速度射入，带电粒子恰好做匀速直线运动，经 t_0 时间从 P 点射出。



(1)求电场强度的大小和方向。

(2)若仅撤去磁场，带电粒子仍从 O 点以相同的速度射入，经 $\frac{t_0}{2}$ 时间恰从半圆形区域的边界射出。求粒子运动加速度的大小。

(3)若仅撤去电场，带电粒子仍从 O 点射入，且速度为原来的 4 倍，求粒子在磁场中运动的时间。

【答案】(1) $E=\dfrac{BR}{t_0}$，x 轴正方向(2) $a=\dfrac{4\sqrt{3}R}{t_0^2}$ (3) $t_B=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{18}t_0$

【解析】(1)设带电粒子的质量为 m，电荷量为 q，初速度为 v，电场强度为 E.可判断出粒子受到的洛伦磁力沿 x 轴负方向，于是可知电场强度沿 x 轴正方向，且有

$qE=qvB$ ①

又 $R=vt_0$ ②

则 $E=\dfrac{BR}{t_0}$ ③

(2)仅有电场时，带电粒子在匀强电场中作类平抛运动

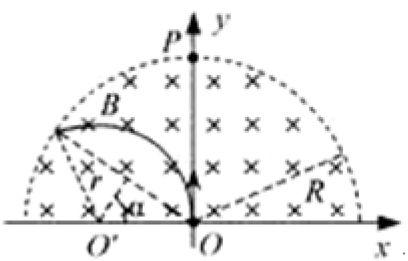
在 y 方向位移 $y=v\dfrac{t_0}{2}$ ④

由②④式得 $y=\dfrac{R}{2}$ ⑤

设在水平方向位移为 x，因射出位置在半圆形区域边界上，于是 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$

又有 $x=\dfrac{1}{2}a(\dfrac{t_0}{2})^2$ ⑥得 $a=\dfrac{4\sqrt{3}R}{t_0^2}$ ⑦

(3)仅有磁场时，入射速度 $v'=4v$，带电粒子在匀强磁场中作匀速圆周运动，设轨道半径为 r，由牛顿第二定律有 $qv'B=m\dfrac{v'^2}{r}$ ⑧



又 $qE=ma$ ⑨

由③⑦⑧⑨式得 $r=\frac{\sqrt{3}}{3}R$ ⑩

由几何关系 $sin\alpha=\frac{R}{2r}$ (11)

即 $sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ (12)

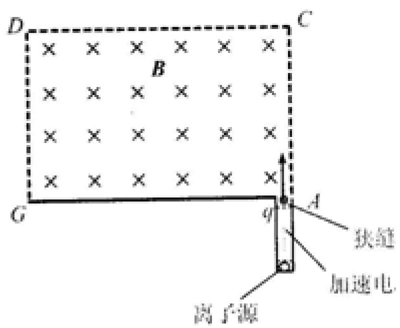
带电粒子在磁场中运动周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$

则带电粒子在磁场中运动时间 $t_B=\frac{2\alpha}{2\pi}T$

所以 $t_B=\frac{\sqrt{3}\pi}{18}t_0$ (13)

【考点定位】带电粒子在匀强磁场中的运动

76.(2011·北京卷·T23)利用电场和磁场，可以将比荷不同的离子分开，这种方法在化学分析和原子核技术等领域有重要的应用。如图所示的矩形区域ACDG(AC边足够长)中存在垂直于纸面的匀强磁场，A处有一狭缝。离子源产生的离子，经静电场加速后穿过狭缝沿垂直于GA边且垂直于磁场的方向射入磁场，运动到GA边，被相应的收集器收集。整个装置内部为真空。已知被加速的两种正离子的质量分别是 m_1 和 m_2($m_1>m_2$)，电荷量均为q。加速电场的电势差为U，离子进入电场时的初速度可以忽略。不计重力，也不考虑离子间的相互作用。



(1)求质量为m_1的离子进入磁场时的速率v_1；

(2)当磁感应强度的大小为B时，求两种离子在GA边落点的间距s；

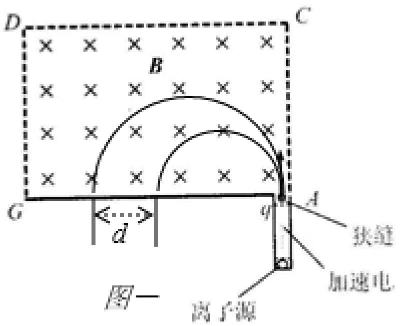
(3)在前面的讨论中忽略了狭缝宽度的影响，实际装置中狭缝具有一定宽度。若狭缝过宽，

可能使两束离子在GA边上的落点区域交叠，导致两种离子无法完全分离。设磁感应强度大小可调，GA边长为定值L，狭缝宽度为d，狭缝右边缘在A处。离子可以从狭缝各处射入磁场，入射方向仍垂直于GA边且垂直于磁场。为保证上述两种离子能落在GA边上并被完全分离，求狭缝的最大宽度。

【答案】(1) $v_1=\sqrt{\dfrac{2qU}{m_1}}$ (2) $s=\sqrt{\dfrac{8U}{qB^2}}(\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2})$ (3) $d_m=\dfrac{\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2}}{2\left(\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2}\right)}L$

【解析】(1)动能定理 $Uq=\dfrac{1}{2}m_1v_1^2$ 得 $v_1=\sqrt{\dfrac{2qU}{m_1}}$

(2)由牛顿第二定律和轨道半径有：$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$，$R=\dfrac{mv}{qB}$



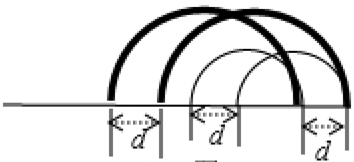
图一

利用①式得离子在磁场中的轨道半径为别为(如图一所示)：

$$R_1=\sqrt{\frac{2m_1U}{qB^2}},\ R_2=\sqrt{\frac{2m_2U}{qB^2}}\ ②$$

两种离子在 GA 上落点的间距 $s=2(R_1-R_2)=\sqrt{\frac{8U}{qB^2}}(\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2})$ …③

(3)质量为 m_1 的离子，在 GA 边上的落点都在其入射点左侧 $2R_1$ 处，由于狭缝的宽度为 d，因此落点区域的宽度也是 d(如图二中的粗线所示)。同理，质量为 m_2 的离子在 GA 边上落点区域的宽度也是 d(如图二中的细线所示)。为保证两种离子能完全分离，两个区域应无交叠，条件为 $2(R_1-R_2)>d$　④



图二

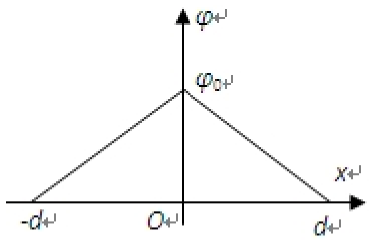
利用②式，代入④式得：$2R_1(1-\sqrt{\frac{m_2}{m_1}})>d$

R_1 的最大值满足：$2R_{1m}=L-d$ 得：$(L-d)(1-\sqrt{\frac{m_2}{m_1}})>d$

求得最大值：$d_m=\frac{\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2}}{2\left(\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2}\right)}L$

【考点定位】带电粒子在混合场中的运动；牛顿第二定律；动能定理的应用.

77.(2011·北京卷)静电场方向平行于x轴，其电势φ随x的分布可简化为如图所示的折线，图中φ_0和d为已知量。一个带负电的粒子在电场中以x=0为中心，沿x轴方向做周期性运动。已知该粒子质量为m、电量为-q，其动能与电势能之和为－A(0<A<$q\varphi_0$)。忽略重力。求：



(1)粒子所受电场力的大小；

(2)粒子的运动区间；

(3)粒子的运动周期。

【答案】(1) $F=\dfrac{q\varphi_0}{d}$ (2) $-d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})\le x\le d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})$ (3) $\dfrac{4d}{q\varphi_0}\sqrt{2m(q\varphi_0-A)}$

【解析】(1)由图可知，0与d(或-d)两点间的电势差为φ_0

电场强度的大小　　$E=\dfrac{\varphi_0}{d}$

电场力的大小　　$F=qE=\dfrac{q\varphi_0}{d}$

(2)设粒子在$[-x，x]$区间内运动，速率为v，由题意得 $\dfrac{1}{2}mv^2-q\varphi=-A$

由图可知 $\varphi=\varphi_0(1-\dfrac{|x|}{d})$ 由①②得 $\dfrac{1}{2}mv^2=q\varphi_0(1-\dfrac{|x|}{d})-A$

因动能非负，有 q $q\varphi_0(1-\dfrac{|x|}{d})-A\ge 0$

得 $|x|\le d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})$ 即 $x=d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})$

粒子运动区间 $-d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})\le x\le d(1-\dfrac{A}{q\varphi_0})$.

(3)考虑粒子从-x_0处开始运动的四分之一周期，根据牛顿第二定律，

根据牛顿第二定律，粒子的加速度 $a=\frac{F}{m}=\frac{Eq}{m}=\frac{q\varphi_0}{md}$

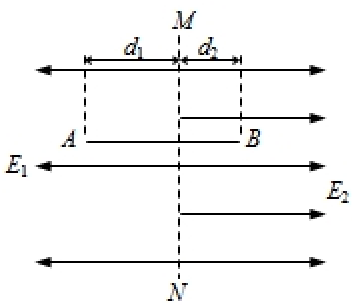
由匀加速直线运动 $t=\sqrt{\frac{2x_0}{a}}$

将45代入，得 $t=\sqrt{\frac{2md^2}{q\varphi_0}(1-\frac{A}{q\varphi_0})}$

粒子运动周期 $T=4t=\frac{4d}{q\varphi_0}\sqrt{2m(q\varphi_0-A)}$

【考点定位】电势差与电场强度的关系；牛顿第二定律；动能定理的应用；匀强电场.

78.(2011·福建卷)反射式速调管是常用的微波器械之一，它利用电子团在电场中的振荡来产生微波，其振荡原理与下述过程类似。如图所示，在虚线 MN 两侧分别存在着方向相反的两个匀强电场，一带电微粒从 A 点由静止开始，在电场力作用下沿直线在 A、B 两点间往返运动。已知电场强度的大小分别是 $E_1=2.0\times10^3$ N/C 和 $E_2=4.0\times10^3$ N/C，方向如图所示，带电微粒质量 $m=1.0\times10^{-20}kg$，带电量 $q=-1.0\times10^{-9}C$，A 点距虚线 MN 的距离 $d_1=1.0cm$，不计带电微粒的重力，忽略相对论效应。求：



(1)B 点到虚线 MN 的距离 d_2；

(2)带电微粒从 A 点运动到 B 点所经历的时间 t。

【答案】(1) $d_2 = 0.50cm$ (2) $t = 1.5\times10^{-8}s$

【解析】(1)带电微粒由 A 运动到 B 的过程中，由动能定理有：

$|q|E_1d_1 - |q|E_2d_2 = 0-0=0$ ①由①式解得 $d_2 = \frac{E_1d_1}{E_2} = 0.50cm$

②

(2)设微粒在虚线 MN 两侧的加速度大小分别为 a_1、a_2，由牛顿第二定律有：

$|q|E_1 = ma_1$ ③

$|q|E_2 = ma_2$ ④

设微粒在虚线 MN 两侧运动的时间分别为 t_1、t_2，由运动学公式有：$d_1 = \frac{a_1t_1^2}{2}$

⑤

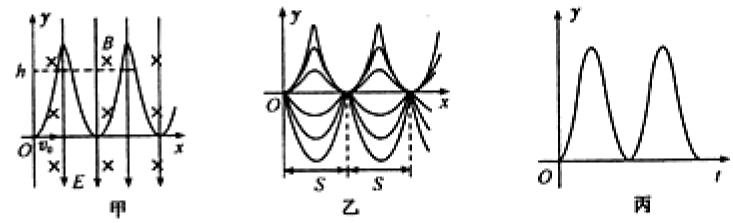
$d_2 = \frac{a_2t_2^2}{2}$ ⑥

又 $t = t_1 + t_2$ ⑦

由②③④⑤⑥⑦式解得：$t = 1.5\times10^{-8}s$

【考点定位】电场力、动能定理、牛顿运动定律、匀变速直线运动规律

79.(2011·福建卷)如图甲，在 x＜0 的空间中存在沿 y 轴负方向的匀强电场和垂直于 xoy 平面向里的匀强磁场，电场强度大小为 E，磁感应强度大小为 B.一质量为 m、电荷量为 q(q＞0)的粒子从坐标原点 O 处, 以初速度 v_0 沿 x 轴正方向射人, 粒子的运动轨迹见图甲，不计粒子的重力。



(1)求该粒子运动到 y=h 时的速度大小 v；

(2)现只改变人射粒子初速度的大小，发现初速度大小不同的粒子虽然运动轨迹(y-x 曲线)不同，但具有相同的空间周期性，如图乙所示；同时，这些粒子在 y 轴方向上的运动(y-t 关系)是简谐运动，且都有相同的周期 T=$\frac{2\pi m}{qB}$。

I.求粒子在一个周期 T 内，沿 x 轴方向前进的距离 s；

II.当入射粒子的初速度大小为 v_0 时，其 y-t 图像如图丙所示，求该粒子在 y 轴方向上做简谐运动的振幅 A，并写出 y-t 的函数表达式。

【答案】(1) $v=\sqrt{v_0^2-\frac{2qEh}{m}}$ (2)I. $S=\frac{2\pi mE}{qB^2}$ II. y=$\frac{m}{qB}$(v_0-E/B) (1-cos$\frac{qB}{m}$t)

【解析】(1)由于洛伦兹力不做功，只有电场力做功，

由动能定理有 $-qEh=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ ①

由①式解 $v=\sqrt{v_0^2-\frac{2qEh}{m}}$ ②

(2)I.由图乙可知，所有粒子在一个周期 T 内沿 x 轴方向前进的距离相同，即都等于恰好沿 x 轴方向匀速运动的粒子在 T 时间内前进的距离.设粒子恰好沿 x 轴方向匀速运动的速度大小为 v_1，则

$qv_1B=qE$ ③

又 $S = v_1 T$ ④

式中 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$

由③④式解得 $S=\dfrac{2\pi mE}{qB^2}$ ⑤

II.设粒子在 y 方向上的最大位移为 y_m(图丙曲线的最高点处)，对应的粒子运动速度大小为 v_2(方向沿 x 轴)，因为粒子在 y 方向上的运动为简谐运动，因而在 y=0 和 $y=y_m$ 处粒子所受的合外力大小相等，方向相反，则 $qv_0B-qE=-(qv_2B-qE)$,

由动能定理有 $-qEy_m=\frac{1}{2}m{v_2}^2-\frac{1}{2}m{v_0}^2$,

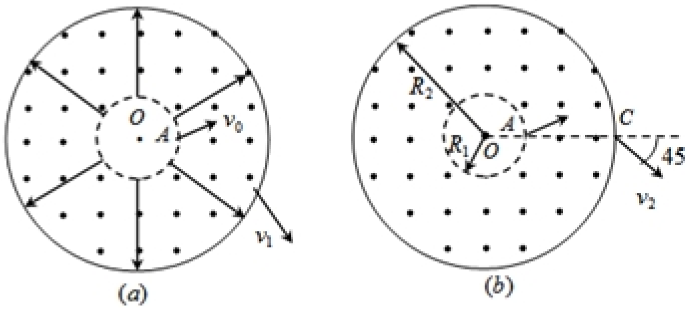
又 $A_y=\frac{1}{2}y_m$

由⑥⑦⑧式解得 $A_y=\dfrac{m}{qB}(v_0-E/B)$。

可写出图丙曲线满足的简谐运动 y-t 的函数表达式为 $y=\dfrac{m}{qB}(v_0-E/B)(1-\cos\dfrac{qB}{m}t)$

【考点定位】带电粒子在复合场中的运动

80.(2011·广东卷)如图 19(a)所示，在以 O 为圆心，内外半径分别为 R_1 和 R_2 的圆环区域内，存在辐射状电场和垂直纸面的匀强磁场，内外圆间的电势差 U 为常量，$R_1=R_0, R_2=3R_0$，一电荷量为+q，质量为 m 的粒子从内圆上的 A 点进入该区域，不计重力。



(1)已知粒子从外圆上以速度 v_1 射出，求粒子在 A 点的初速度 v_0 的大小

(2)若撤去电场，如图 19(b)，已知粒子从 OA 延长线与外圆的交点 C 以速度 v_2 射出，方向与 OA 延长线成 45°角，求磁感应强度的大小及粒子在磁场中运动的时间

(3)在图 19(b)中，若粒子从 A 点进入磁场，速度大小为 v_3，方向不确定，要使粒子一定能够从外圆射出，磁感应强度应小于多少？

【答案】(1) $v_0=\sqrt{{v_1}^2-\dfrac{2Uq}{m}}$ (2) $B_1=\dfrac{\sqrt{2}mv_2}{q(R_2-R_1)}$ $t=\dfrac{\pi}{2v_2}r$ (3) $B_2<\dfrac{2mv_3}{q(R_2+R_1)}$

【解析】(1)电、磁场都存在时，只有电场力对带电粒子做功，由动能定理

$qU=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ ①

得 $v_0=\sqrt{v_1^2-\dfrac{2qU}{m}}$ ②

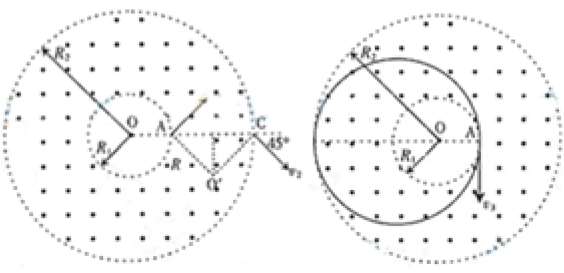


图 1　　　　图 2

(2)由牛顿第二定律 $qBv = m\frac{v^2}{R}$ ③

如图 1，由几何关系粒子运动轨迹的圆心 O′ 和半径 R

则有：$R^2 + R^2 = (R_2 - R_1)^2$ ④

联立③④得磁感应强度大小 $B = \frac{\sqrt{2}mv_2}{2qR_0}$ ⑤

粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期 $T = \frac{2\pi R}{v_2}$ ⑥

由几何关系确定粒子在磁场中运动的时间 $t = \frac{1}{4}T$ ⑦

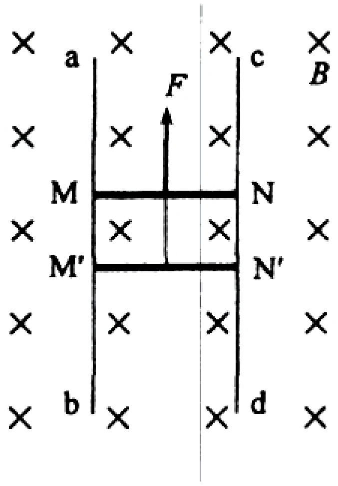
由④⑥⑦式，得 $t = \frac{\sqrt{2}\pi R_0}{2v_2}$ ⑧

(3)如图 2，为使粒子射出，则粒子在磁场内的运动半径应大于过 A 点的最大内切圆半径，该半径为 $R_C = \frac{R_2 + R_1}{2}$ ⑨

由③⑨，得磁感应强度应小于 $B_c = \frac{mv_3}{2qR_0}$

【考点定位】带电粒子在有界磁场中的运动

81.(2011·海南卷)如图，ab 和 cd 是两条竖直放置的长直光滑金属导轨，MN 和 $M'N'$ 是两根用细线连接的金属杆，其质量分别为 m 和 2m。竖直向上的外力 F 作用在杆 MN 上，使两杆水平静止，并刚好与导轨接触；两杆的总电阻为 R，导轨间距为 l。整个装置处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向与导轨所在平面垂直。导轨电阻可忽略，重力加速度为 g。在 t=0 时刻将细线烧断，保持 F 不变，金属杆和导轨始终接触良好。求



(1)细线烧断后，任意时刻两杆运动的速度之比；

(2)两杆分别达到的最大速度。

【答案】(1)2∶1　(2) $v_1=\dfrac{2mgR}{3B^2l^2}$　$v_2=\dfrac{mgR}{3B^2l^2}$

【解析】(1)细线烧断后，两根金属杆组成的系统动量守恒，设 MN 的速度为 v_1,

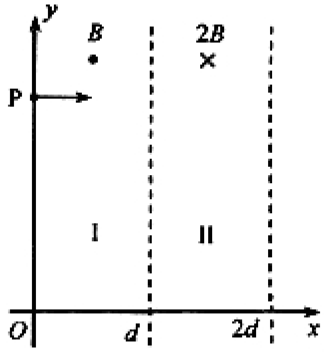
M'N'的速度为v_2，则$0=mv_1-2mv_2$，解得$v_1:v_2=2:1$①

(2)当 MN 和$M'N'$的加速度为零时，速度最大

对$M'N'$受力平衡：$BIl=mg$ ② $I=\dfrac{E}{R}$③ $E=Blv_1+blv_2$④

由①～④得：$v_1=\dfrac{2mgR}{3B^2l^2}$、$v_2=\dfrac{mgR}{3B^2l^2}$

82.(2011·辽宁卷)如图，在区域 I($0\le x\le d$)和区域 II($d\le x\le 2d$)内分别存在匀强磁场，在磁感应强度大小封闭为 B 和 2B，方向相反，垂直于 Oxy 平面，一质量为 m、带电荷量 q($q>0$)的粒子 a 于某时刻 y 轴上的 P 点射入区域 I, 其速度方向垂直 x 轴正向，已知 a 在离开区域 I 时，速度方向与 x 轴放方向的夹角为 30°；因此，另一质量和电荷量均与 a 相同的粒子 b 也从 P 点沿 x 轴正方向的射入区域 I，其速度是 a 的$\dfrac{1}{3}$，不计重力和两粒子之间的相互作用力，求



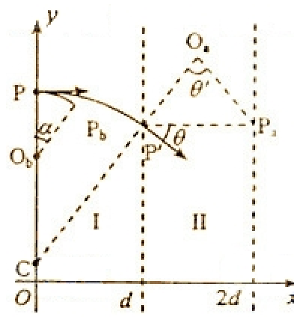
(1)粒子 a 射入区域 I 的速度的大小。

(2)当 a 离开区域 II 时，a、b 两粒子的 y 坐标之差。

【答案】(1) $v_a=\dfrac{2dqB}{m}$ (2) $y_{pa}-y_{pb}=\dfrac{2}{3}(\sqrt{3}-2)d$

【解析】(1)设粒子 a 在 I 内做匀速圆周运动的圆心为 C(在 y 轴上)，半径为 R_{a1}，粒子速率为 v_a，运动轨迹与两磁场区域边界的交点为 P'，如图.由洛仑兹力公式和牛顿第二定律得：$qv_aB=m\dfrac{v_a^2}{R_{a1}}$ …①由几何关系得：$\angle PCP'=\theta$ …② $R_{a1}=\dfrac{d}{sin\theta}$ …③

式中，θ=30°由①②③式得：$v_a=\dfrac{2dqB}{m}$ …④



(2)设粒子 a 在 II 内做圆周运动的圆心为 O_n，半径为 R_{a2}，射出点为 P_a(图中末画出轨迹)，

$\angle P'O_aP_a=\theta'$.由沦仑兹力公式和牛顿第二定律得：$qv_a(2B)=m\frac{v_a^2}{R_{a2}}$…⑤

由①⑤式得：$R_{a2}=\frac{R_{a1}}{2}$…⑥

C0P′和 O_a 三点共线，且由⑥式知 On 点必位于 $x=\frac{3d}{2}$ ⑦的平面上.由对称性知,P_a

点与 P′点纵坐标相同，即 $y_{P1}=R_{a1}cos\theta+h$ ⑧式中，h 是 C 点的 y 坐标.

设 b 在I中运动的轨道半径为 R_b，由洛仑兹力公式和牛顿第二定律得

$$q\ (\frac{v}{3})^2B=\frac{m}{R_b}(\frac{v}{3})^2 \qquad ⑨$$

设 a 到达 P_a 点时，b 位于 P_b 点，转过的角度为 a。如果 b 没有飞出I，则

$$\frac{t}{T_{a2}}=\frac{\theta'}{2\pi} \qquad ⑩$$

$$\frac{t}{T_{b1}}=\frac{a}{2\pi} \qquad (11)$$

式中，t 是 a 在区域II中运动的时间，而

$$T_{a2}=\frac{2\pi R_{a2}}{v} \qquad (12)$$

$$T_{b1}=\frac{2\pi R_{b1}}{v/3} \qquad (13)$$

由⑤⑥⑦⑧⑨⑩(11)(12)(13)式得 $a=30^0$ (14)

由①③⑨(14)式可见，b 没有飞出I。P_b 点的 y 坐标为

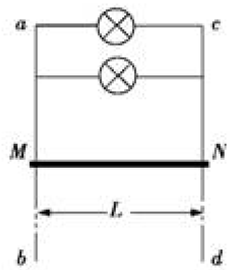
$y_{Pb}=R_b(2+cos\theta)+h$ (15)

由①③⑧⑨(14)(15)式及题给条件得，a、b 两粒子的 y 坐标之差为

$$y_{pa}-y_{pb}=\frac{2}{3}(\sqrt{3}-2)d \qquad ⒃$$

【考点定位】带电粒子在电磁场中的运动

83.(2011·全国卷)如图，两根足够长的金属导轨 ab、cd 竖直放置，导轨间距离为 L，电阻不计。在导轨上端并接两个额定功率均为 P、电阻均为 R 的小灯泡。整个系统置于匀强磁场中，磁感应强度方向与导轨所在平面垂直。现将一质量为 m、电阻可以忽略的金属棒 MN 从图示位置由静止开始释放。金属棒下落过程中保持水平，且与导轨接触良好。已知某时刻后两灯泡保持正常发光。重力加速度为 g。求：



(1)磁感应强度的大小。

(2)灯泡正常发光时导体棒的运动速率。

【答案】(1) $B=\frac{mg}{2L}\sqrt{\frac{R}{P}}$ (2) $v=\frac{2P}{mg}$

【解析】(1)设小灯泡的额定电流为 I_0，有 $P=I_0{}^2R$ ①

由题意，在金属棒沿导轨竖直下落的某时刻，小灯泡保持正常发光，流经 MN 电流为 $I=2I_0$ ②

此时金属棒 MN 所受的重力和安培力相等，下落的速度达到最大值，有 $mg=BIL$ ③

联立①②③式得 $B=\dfrac{mg}{2L}\sqrt{\dfrac{R}{P}}$ ④

(2)设灯泡正常发光时，导体棒的速率为 v，由电磁感应定律和欧姆定律得

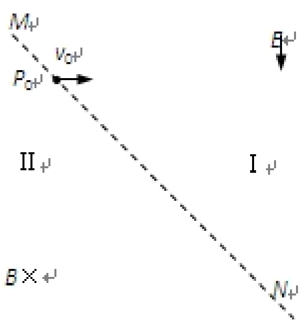
$E=BLv$ ⑤

$E=RI_0$ ⑥

联立①②④⑤⑥式得 $v=\dfrac{2P}{mg}$ ⑦

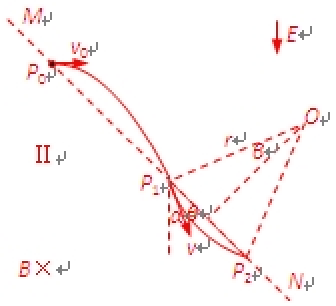
【考点定位】导体切割磁感线运动

84.(2011·全国卷)如图，与水平面成 45°角的平面 MN 将空间分成 I 和 II 两个区域。一质量为 m、电荷量为 q(q>0)的粒子以速度 v_0 从平面 MN 上的 P_0 点水平向右射入 I 区。粒子在 I 区运动时，只受到大小不变、方向竖直向下的电场作用，电场强度大小为 E；在 II 区运动时，只受到匀强磁场的作用，磁感应强度大小为 B，方向垂直于纸面向里。求粒子首次从 II 区离开时到出发点 P_0 的距离。粒子的重力可以忽略。



【答案】$l=\dfrac{\sqrt{2}mv_0}{q}\left(\dfrac{2v_0}{E}+\dfrac{1}{B}\right)$

【解析】带电粒子进入电场后，在电场力的作用下沿抛物线远的，其加速度方向竖直向下，设其大小为 a 由牛顿定律得 qE=ma ①



设经过时间t_0，粒子从平面 MN 是上的点 P_1 进入磁场，由运动学公式和几何关系得

$v_0t_0=\frac{1}{2}at_0^2$ ②

粒子速度大小 V_1 为$V_1=\sqrt{v_0^2+(at_0)^2}$ ③

设速度方向与竖直方向的夹角为 α，则

$\tan\alpha=\frac{v_0}{at_0}$ ④

此时粒子到出发点 P_0 的距离为$s_0=\sqrt{2}v_0t_0$ ⑤

此后，粒子进入磁场，在洛伦磁力作用下做匀速圆周运动，圆周半径为$r_1=\frac{mV_1}{qB}$ ⑥

速度与水平方向的夹角 θ：$tan\theta=2tan45°=2sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$ ⑦

连立①②③④⑤⑥化简得 $v=\sqrt{5}v_0$ ⑧ $S=2\sqrt{2}\frac{mv_0^2}{Eq}$

进入磁场时与边界 MN 的夹角为$\theta-45°$做匀速圆周运动，

根据牛顿第二定律得$m\frac{v^2}{R}=Bqv$ ⑨

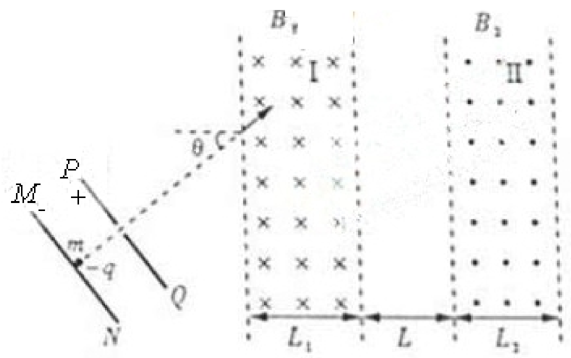
作出原轨迹，则弦长和半径满足关系 $sin(\theta-45°)=\frac{L}{2R}$ ⑩

连立⑨⑩得 $L=\sqrt{2}\frac{mv_0}{Bq}$

所以粒子首次从 II 区离开时到出发点 P_0 的距离为 $d=s+L=\frac{\sqrt{2}mv_0}{q}(\frac{2v_0}{E}+\frac{1}{B})$

【考点定位】带电粒子在电磁场中的运动

85.(2011·山东卷)扭摆器是同步辐射装置中的插入件，能使粒子的运动轨迹发生扭摆。其简化模型如图I、II两处的条形均强磁场区边界竖直，相距为 L，磁场方向相反且垂直纸面。一质量为 m、电量为-q、重力不计的粒子，从靠近平行板电容器 MN 板处由静止释放，极板间电压为 U，粒子经电场加速后平行于纸面射入I区，射入时速度与水平和方向夹角 $\theta=30°$



(1)当I区宽度 $L_1=L$、磁感应强度大小 $B_1=B_0$ 时，粒子从I区右边界射出时速度与水平方向夹角也为30°，求 B_0 及粒子在I区运动的时间 t_0

(2)若II区宽度 $L_2=L_1=L$ 磁感应强度大小 $B_2=B_1=B_0$，求粒子在I区的最高点与II区的最低点之间的高度差 h

(3)若 $L_2=L_1=L$、$B_1=B_0$，为使粒子能返回I区，求 B_2 应满足的条件

(4)若 $B_1 \neq B_2, L_1 \neq L_2$，且已保证了粒子能从II区右边界射出。为使粒子从II区右边界射出的方向与从I区左边界射入的方向总相同，求 B_1、B_2、L_1、、L_2、之间应满足的关系式。

【答案】(1) $t_0 = \frac{\pi L}{3}\sqrt{\frac{m}{2qU}}$ (2)$h=(2-\frac{2}{3}\sqrt{3})L(3)B_2 > \frac{3}{L}\sqrt{\frac{mU}{2q}}$ (4)$B_1L_1= B_2L_2$

【解析】(1)如图所示，设粒子射入磁场区域I时的速度为 v，匀速圆周运动的半径为 R_1.根据动能定理，得 $qU = \frac{1}{2}mv^2$ ①

由牛顿定律，得 $qvB_0 = m\frac{v^2}{R_1}$ ②

由几何知识，得 $L = 2R_1 sin\theta = R_1$ ③

联立代入数据解得 $B_0 = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$ ④

粒子在磁场I区域中运动的时间为 $t_0 = \frac{2\theta R_1}{v}$ ⑤

联立上述①②③④⑤解得 $t_0 = \frac{\pi L}{3}\sqrt{\frac{m}{2qU}}$

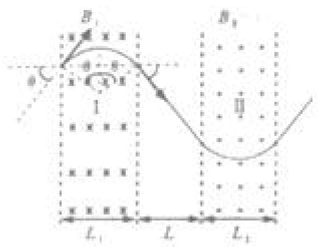


图 1

(2)设粒子在磁场II区中做匀速圆周运动的半径为 R_2，由牛顿第二定律得 $qvB_2=m\frac{v^2}{R_2}$， ⑧

公众号"真题备考"，专注研究高考真题，获取历年真题，真题分类，真题探究！

由几何知识可得 $h=(R_1+R_2)(1-\cos\theta)+L\tan\theta$⑨

联立②③⑧⑨式，代入数据得 $h=(2-\frac{2}{3}\sqrt{3})L$ ⑩

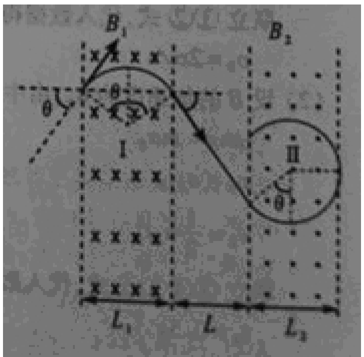


图 2

(3)如图 2 所示，为使粒子能再次回到 I 区，应满足

$R_2(1+\sin\theta)<L$ [或 $R_2(1+\sin\theta)\leq L$] ⑪

联立①⑧⑪式，代入数据得

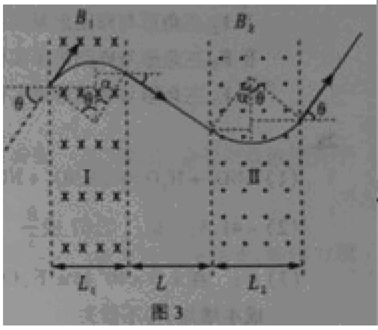
$B_2>\frac{3}{L}\sqrt{\frac{mU}{2q}}$ (或 $B_2\geq\frac{3}{L}\sqrt{\frac{mU}{2q}}$) ⑫

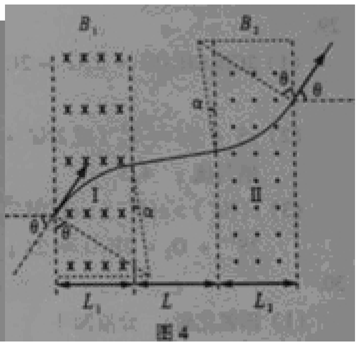
(4)如图 3(或图 4)所示，设粒子射出磁场 I 区时速度与水平方向的夹角为 α，由几何知识可得 $L_1=R_1(\sin\theta+\sin\alpha)$， [或 $L_1=R_1(\sin\theta-\sin\alpha)$]， ⑬

$L_2=R_2(\sin\theta+\sin\alpha)$， [或 $L_2=R_2(\sin\theta-\sin\alpha)$]， ⑭

联立②⑧式解得 $B_1R_1=B_2R_2$⑮

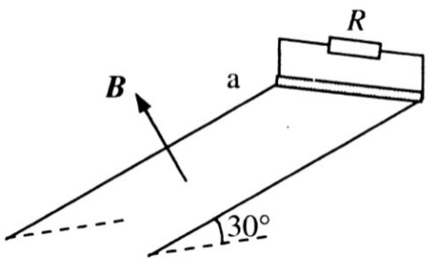
联立⑬⑭⑮式解得 $B_1L_1=B_2L_2$。





【考点定位】带电粒子在有界磁场中的运动

86.(2011·上海卷)电阻可忽略的光滑平行金属导轨长S=1.15m，两导轨间距L=0.75 m， 导轨倾角为30°， 导轨上端ab接一阻值R=1.5Ω的电阻， 磁感应强度B=0.8T的匀强磁场垂直轨道平面向上。阻值r=0.5Ω， 质量m=0.2kg的金属棒与轨道垂直且接触良好，从轨道上端ab处由静止开始下滑至底端，在此过程中金属棒产生的焦耳热$Q_r=0.1J$。(取$g=10m/s^2$)求：



(1)金属棒在此过程中克服安培力的功$W_{安}$；

(2)金属棒下滑速度$v=2m/s$时的加速度a.

(3)为求金属棒下滑的最大速度v_m，有同学解答如下：由动能定理$W_{重}$-$W_{安}=\frac{1}{2}mv_m{}^2$，……。由此所得结果是否正确？若正确， 说明理由并完成本小题；若不正确， 给出正确的解答。

【答案】(1) $0.4J$ (2) $3.2m/s^2$ (3)正确， $27.4m/s$

【解析】(1)下滑过程中安培力的功即为在金属棒和电阻上产生的焦耳热，由于

$R=3r$，

因此 $Q_R=3Q_r=0.3J$，故 $W_{安}=Q=Q_R+Q_r=0.4J$，

(2)金属棒下滑时受重力和安培力 $F_{安}=BIL=\dfrac{B^2L^2}{R+r}v$

由牛顿第二定律 $mgsin30°-\dfrac{B^2L^2}{R+r}v=ma$

故 $a=g\sin30°-\dfrac{B^2L^2}{m(R+r)}v=10\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{0.8^2\times0.75^2\times2}{0.2\times(1.5+0.5)}=3.2(m/s^2)$

(3)此解法正确.金属棒下滑时重力、支持力和安培力作用，根据牛顿第二定律

$mgsin30°-\dfrac{B^2L^2}{R+r}v=ma$

上式表明，加速度随速度增加而减小，棒作加速度减小的加速运动.无论最终是否达到匀速，当棒到达斜面底端时速度一定为最大.由动能定理可以得到棒的末速度，因此上述解法正确.

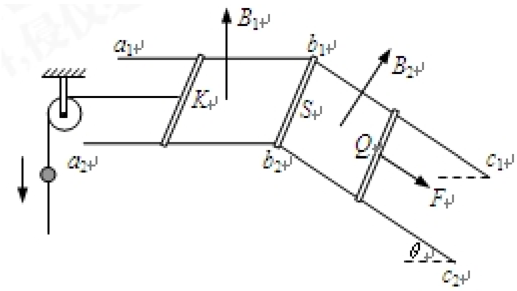
$mgS\sin30°-Q=\dfrac{1}{2}mv_m{}^2$

故 $v_m=\sqrt{2gS\sin30°-\dfrac{2Q}{m}}=\sqrt{2\times10\times1.15\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{2\times0.4}{0.2}}=2.74(m/s)$

【考点定位】电磁感应中的能量转化；牛顿第二定律；动能定理的应用；焦耳定律

87.(2011·四川卷)如图所示，间距 l=0.3m 的平行金属导轨 $a_1b_1c_1$ 和 $a_2b_2c_2$ 分别固定在两个竖直面内，在水平面 $a_1b_1b_2a_2$ 区域内和倾角 θ=37° 的斜面 $c_1b_1b_2c_2$ 区域内分别有磁感应强度 B_1=0.4T、方向竖直向上和 B_2=1T、方向垂直于斜面向上的匀强磁场。电阻 R=0.3Ω、质量 m_1=0.1kg、长为 l 的相同导体杆 K、S、Q 分别放置

在导轨上，S 杆的两端固定在 b_1、b_2 点，K、Q 杆可沿导轨无摩擦滑动且始终接触良好。一端系于 K 杆中点的轻绳平行于导轨绕过轻质滑轮自然下垂，绳上穿有质量 m_2=0.05kg 的小环。已知小环以 a=6m/s^2 的加速度沿绳下滑，K 杆保持静止，Q 杆在垂直于杆且沿斜面向下的拉力 F 作用下匀速运动。不计导轨电阻和滑轮摩擦，绳不可伸长。取 g=10 m/s^2，sin37º=0.6，cos37º=0.8。求



(1)小环所受摩擦力的大小；

(2)Q 杆所受拉力的瞬时功率。

【答案】(1) $F_f=0.2N$ (2) $P=2W$

【解析】(1)设小环受到的摩擦力大小为 F_f，由牛顿第二定律，有 $m_2g-F_f=m_2a$

代入数据得 $F_f=0.2N$ ；

(2)设通过 K 杆的电流为 I_1，K 杆受力平衡，有 $F_f=B_1I_1l$

设回路中电流为 I，总电阻为 $R_{总}$，有：$I=2I_1$，$R_{总}=\dfrac{3}{2}R$

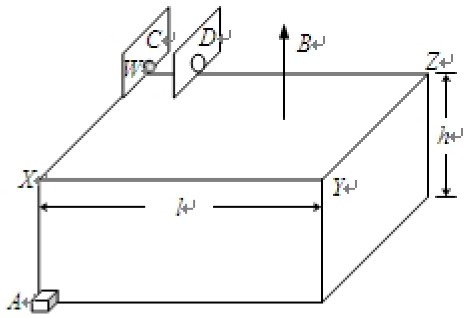
设 Q 杆下滑速度大小为 v，产生的感应电动势为 E，有 $I=\dfrac{E}{R_{总}}$

$E=B_2lv$，$F+m_1g\sin\theta=B_2Il$，拉力的瞬时功率为 $P=Fv$

联立以上方程，代入数据解得 Q 杆受拉力的功率 $P=2W$

【考点定位】导体切割磁感线运动

88.(2011·四川卷)如图所示，正方形绝缘光滑水平台面 WXYZ 边长 l=1.8m，距地面 h=0.8m。平行板电容器的极板 CD 间距 d=0.1m 且垂直放置于台面。C 板位于边界 WX 上，D 板与边界 WZ 相交处有一小孔。电容器外的台面区域内有磁感应强度 B=1T，方向竖直向上的匀强磁场。电荷量 $q=5\times10^{-13}$C 的微粒静止于 W 处，在 CD 间加上恒定电压 U=2.5V，板间微粒经电场加速后由 D 板所开小孔进入磁场(微粒始终不与极板接触)，然后由 XY 边界离开台面。在微粒离开台面瞬时，静止于 X 正下方水平地面上 A 点的滑块获得一水平速度，在微粒落地时恰好与之相遇。假定微粒在真空中运动、极板间电场视为匀强电场，滑块视为质点。滑块与地面间的动摩擦因数 μ=0.2，取 $g=10m/s^2$。



(1)求微粒在极板间所受电场力的大小并说明两板的极性；

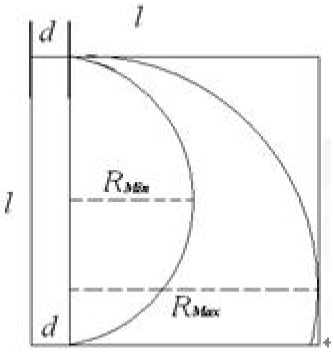
(2)求由 XY 边界离开台面的微粒的质量范围；

(3)若微粒质量 $m_0=1\times10^{-13}$kg，求滑块开始运动所获得的速度。

【答案】(1)1.25×10^{-11}N　C 板为正，D 板为负　(2)$8.1\times10^{-14}kg < m \le 2.89\times10^{-13}kg$

(3) $v_0=4.15m/s$

【解析】(1)由左手定则及微粒的偏转方向可知，该微粒带正电，即 C 板为正，D 板为负；电场力的大小为：$F=qE=q\dfrac{U}{d}=1.25\times10^{-11}$N…①



(2)由题意知两个轨迹边界如图所示，由此边界结合勾股定理得：$\dfrac{l}{2}<R\le l-d$ …②

再由向心力公式 $qvB=m\dfrac{v^2}{R}$ 得 $R=\dfrac{mv}{qB}$…③

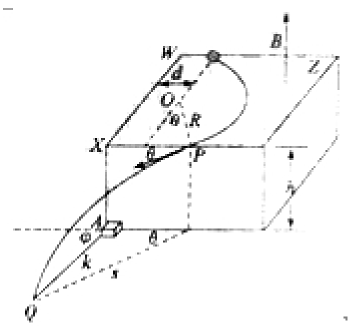
且 $qU=\dfrac{1}{2}mv^2$…④

联立②③④式，得该微粒的质量范围：$8.1\times10^{-14}kg<m\le2.89\times10^{-13}kg$

(3)将质量 $m_0=1\times10^{-13}kg$ 代入③④可得：$v=5m/s$ 以及 R=1m，其轨迹如图所示

.

由图可知 $cos\theta=\dfrac{l-R}{R}=0.8$，也即是 θ=37°…⑤



设微粒在空中的飞行时间为 t，则由运动学公式有：$h=\dfrac{1}{2}gt^2$…⑥

则滑块滑至与微粒相碰过程中微粒的水平位移为：$s = vt$⑦

微粒滑出点距左边距离：$x=d+R\sin\theta$…⑧

由⑤⑥⑦⑧可得：$s = 2m$， $x = 0.7m$

由余弦定理，知滑块的位移 $S_0 = \sqrt{S^2 + \pi^2 - 2Sx\cos\theta} = 1.5m$

由位移公式 $S_0 = v_0 t - \frac{1}{2}\mu g t^2$

解得 $v_0 = 4.15m/s$

由正弦定理有：$\frac{S}{sin\alpha} = \frac{S_0}{sin\theta}$，$\frac{S}{sin\varphi} = \frac{S_0}{sin\theta}$

得：$sin\varphi = 0.8$， $\varphi = arcsin0.8$（或 $\varphi = 53°$）

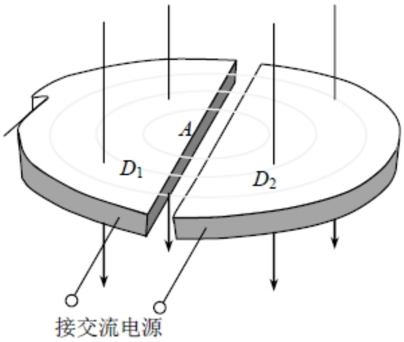
【考点定位】带电粒子在电磁场中的运动规律

89.(2011·天津卷)回旋加速器在核科学、核技术、核医学等高新技术领域得到了广泛应用，有力地推动了现代科学技术的发展。

(1)当今医学成像诊断设备 PET/CT 堪称“现代医学高科技之冠”，它在医疗诊断中，常利用能放射电子的同位素碳 11 为示踪原子，碳 11 是由小型回旋加速器输出的高速质子轰击氮 14 获得，同时还产生另一粒子，试写出核反应方程。若碳 11 的半衰期 τ 为 20min，经 2.0h 剩余碳 11 的质量占原来的百分之几？(结果取 2 位有效数字)

(2)回旋加速器的原理如图，D_1 和 D_2 是两个中空的半径为 R 的半圆金属盒，它们接在电压一定、频率为 f 的交流电源上，位于 D_1 圆心处的质子源 A 能不断产生质子(初速度可以忽略，重力不计)，它们在两盒之间被电场加速，D_1、D_2 置于与

盒面垂直的磁感应强度为B的匀强磁场中。若质子束从回旋加速器输出时的平均功率为P，求输出时质子束的等效电流I与P、B、R、f的关系式(忽略质子在电场中运动的时间，其最大速度远小于光速)



(3)试推理说明：质子在回旋加速器中运动时，随轨道半径r的增大，同一盒中相邻轨道的半径之差Δr是增大、减小还是不变？

【答案】(1)${}_7^{14}N+{}_1^1H\rightarrow{}_6^{11}C+{}_2^4He$、1.6% (2)$I=\dfrac{P}{\pi BR^2 f}$ (3)减小

【解析】(1)核反应方程为${}_7^{14}N+{}_1^1H\rightarrow{}_6^{11}C+{}_2^4He$…①

设碳11原有质量为m_0，经过$t=2.0h$剩余的质量为m_t，根据半衰期定义，有：

$$\frac{m_t}{m_0}=(\frac{1}{2})^{\frac{t}{\tau}}=(\frac{1}{2})^{\frac{120}{20}}=1.6\%\ldots②$$

(2)设质子质量为m，电荷量为q，质子离开加速器时速度大小为v，由牛顿第二定律知：$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$③

质子运动的回旋周期为：$T=\dfrac{2\pi R}{v}=\dfrac{2\pi m}{qB}$…④

由回旋加速器工作原理可知，交变电源的频率与质子回旋频率相同，由周期T与频率f的关系可得：$f=\dfrac{1}{T}$…⑤

设在 t 时间内离开加速器的质子数为 N，则质子束从回旋加速器输出时的平均功率 $P=\dfrac{N\cdot\frac{1}{2}mv^2}{t}$…⑥

输出时质子束的等效电流为：$I=\dfrac{Nq}{t}$…⑦

由上述各式得 $I=\dfrac{P}{\pi BR^2 f}$

(3)方法一：

设 k(k∈N*)为同一盒子中质子运动轨道半径的序数，相邻的轨道半径分别为 r_k，r_{k+1}(r_k>r_{k+1})，

$\Delta r_k=r_{k+1}-r_k$，在相应轨道上质子对应的速度大小分别为 v_k，v_{k+1}，D_1、D_2 之间的电压为 U，由动能定理知 $2qU=\frac{1}{2}mv_{k+1}^2-\frac{1}{2}mv_k^2$ ⑧

由洛伦兹力充当质子做圆周运动的向心力，知 $r_k=\dfrac{mv_k}{qB}$，则 $2qU=\dfrac{q^2B^2}{2m}(r_{k+1}^2-r_k^2)$ ⑨

整理得 $\Delta r_k=\dfrac{4mU}{qB^2(r_{k+1}-r_k)}$ ⑩

因 U、q、m、B 均为定值，令 $C=\dfrac{4mU}{qB^2}$，由上式得 $\Delta r_k=\dfrac{C}{r_k+r_{k+1}}$ ⑪

相邻轨道半径 r_{k+1}，r_{k+2} 之差 $\Delta r_{k+1}=r_{k+2}-r_{k+1}$

同理 $\Delta r_k=\dfrac{C}{r_{k+1}+r_{k+2}}$

因为 r_{k+2}> r_k，比较 Δr_k，Δr_{k+1} 得 $\Delta r_{k+1}<\Delta r_k$

说明随轨道半径 r 的增大，同一盒中相邻轨道的半径之差 Δr 减小

方法二：

设 k(k∈N*)为同一盒子中质子运动轨道半径的序数，相邻的轨道半径分别为 r_k，r_{k+1}($r_k>r_{k+1}$)，

$\Delta r_k=r_{k+1}-r_k$，在相应轨道上质子对应的速度大小分别为 v_k，v_{k+1}，D_1、D_2 之间的电压为 U

由洛伦兹力充当质子做圆周运动的向心力，知 $r_k=\frac{mv_k}{qB}$，故 $\frac{r_k}{r_{k+1}}=\frac{v_k}{v_{k+1}}$ ⑿

由动能定理知，质子每加速一次，其动能增量 $\Delta E_k=qU$ ⒀

以质子在 D_2 盒中运动为例，第 k 次进入 D_2 时，被电场加速(2k－1)次

速度大小为 $v_k=\sqrt{\frac{(2k-1)2qU}{m}}$ ⒁

同理，质子第(k+1)次进入 D_2 时，速度大小为 $v_{k+1}=\sqrt{\frac{(2k+1)2qU}{m}}$

综合上述各式可得 $\frac{r_k}{r_{k+1}}=\frac{v_k}{v_{k+1}}=\sqrt{\frac{2k-1}{2k+1}}$

整理得 $\frac{r_k^2}{r_{k+1}^2}=\frac{2k-1}{2k+1}$，$\frac{r_{k+1}^2-r_k^2}{r_{k+1}^2}=\frac{2}{2k+1}$

$$\Delta r_k=\frac{2r_{k+1}^2}{(2k+1)(r_k+r_{k+1})}$$

同理，对于相邻轨道半径 r_{k+1}，r_{k+2}，$\Delta r_{k+1}=r_{k+2}-r_{k+1}$，整理后有

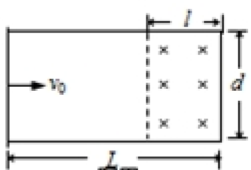
$$\Delta r_{k+1}=\frac{2r_{k+1}^2}{(2k+1)(r_{k+1}+r_{k+2})}$$

由于 $r_{k+2}>r_k$，比较 Δr_k，Δr_{k+1} 得 $\Delta r_{k+1}<\Delta r_k$

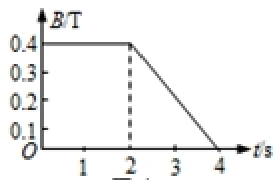
说明随轨道半径 r 的增大，同一盒中相邻轨道的半径之差 Δr 减小，用同样的方法也可得到质子在 D_1 盒中运动时具有相同的结论。

【考点定位】回旋加速器

90.(2011·浙江卷)如图甲所示，在水平面上固定有长为 L=2m、宽为 d=1m 的金属“U”型轨导，在“U”型导轨右侧 l=0.5m 范围内存在垂直纸面向里的匀强磁场，且磁感应强度随时间变化规律如图乙所示。在 t=0 时刻，质量为 m=0.1kg 的导体棒以 v_0=1m/s 的初速度从导轨的左端开始向右运动，导体棒与导轨之间的动摩擦因数为 μ=0.1，导轨与导体棒单位长度的电阻均为 $\lambda=0.1\Omega/m$，不计导体棒与导轨之间的接触电阻及地球磁场的影响(取 $g=10m/s^2$)。



图甲



图乙

(1)通过计算分析 4s 内导体棒的运动情况；

(2)计算 4s 内回路中电流的大小，并判断电流方向；

(3)计算 4s 内回路产生的焦耳热。

【答案】(1)导体棒在 $1s$ 前做匀减速运动，在 $1s$ 后以后一直保持静止(2) $0.2A$，电流方向是顺时针方向。(3) $0.04J$

【解析】(1)导体棒先在无磁场区域做匀减速运动，有 $-\mu mg=ma$， $v_t=v_0+at$，

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

代入数据解得：$t=1s$，$x=0.5m$， 导体棒没有进入磁场区域.导体棒在 1s 末已经停止运动，以后一直保持静止，离左端位置仍为 x=0.5m

(2)前 2s 磁通量不变，回路电动势和电流分别为 E=0，I=0，后 2s 回路产生的电动势为 $E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Delta B}{\Delta t}ld=\frac{0.4}{2}\times 0.5\times 1=0.1\text{V}$；

回路的总长度为 5m，因此回路的总电阻为 $R=5\lambda=0.5\Omega$

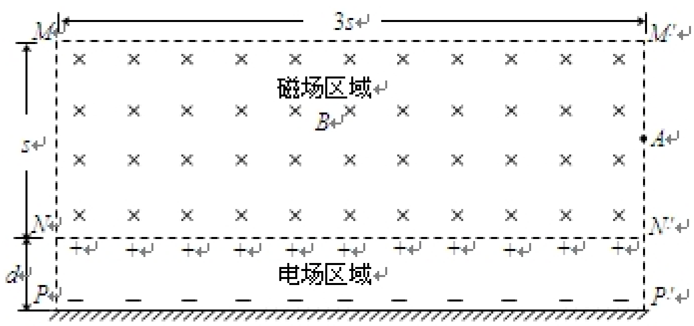
电流为 $I=\frac{E}{R}=\frac{0.1}{0.5}=0.2A$；

根据楞次定律，在回路中的电流方向是顺时针方向

(3)前 2s 电流为零，后 2s 有恒定电流，焦耳热为 $Q=I^2Rt=0.2^2\times 0.5\times 2=0.04J$.

【考点定位】电磁感应磁变类问题

91.(2011·重庆卷)某仪器用电场和磁场来控制电子在材料表面上方的运动。如图所示，材料表面上方矩形区域 PP'N'N 充满竖直向下的匀强电场，宽为 d；矩形区域 NN'M'M 充满垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度为 B，长为 3s，宽为 s；NN'为磁场与电场之间的薄隔离层。一个电荷量为 e、质量为 m、初速为零的电子，从 P 点开始被电场加速经隔离层垂直进入磁场，电子每次穿越隔离层，运动方向不变，其动能损失是每次穿越前动能的 10%，最后电子仅能从磁场边界 M'N' 飞出。不计电子所受重力。



(1)求电子第二次与第一次圆周运动半径之比；

(2)求电场强度的取值范围；

(3)A 是 M′N′的中点，若要使电子在 A、M ′间垂直于 AM ′飞出，求电子在磁场区域中运动的时间。

【答案】(1) $R_2 : R_1 = 0.9 : 1$ (2) $\frac{B^2es^2}{80md} < E \leq \frac{5B^2es^2}{9md}$ (3) $\frac{5\pi m}{2eB}$

【解析】(1)设圆周运动的半径分别为 R_1、R_2、…R_n、R_{n+1}…，第一和第二次圆周运动速率分别为 v_1 和 v_2，动能分别为 E_{k1} 和 E_{k2}，由：$E_{k2} = 0.81E_{k1}$，

$R_1 = \frac{mv_1}{Be}$，$R_2 = \frac{mv_2}{Be}$

$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1{}^2$，$E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2{}^2$，得：$R_2 : R_1 = 0.9 : 1$

(2)设电场强度为 E，第一次到达隔离层前的速率为 v'，根据能量关系有：

$eEd = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow 0.9 \times \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$，$R_1 \leq s$ 得：$E \leq \frac{5B^2es^2}{9md}$

又由：$R_n = 0.9^{n-1}R_1$，$2R_1(1+0.9+0.9^2+\ldots+0.9^n+\ldots) = 3s$，得：$E > \frac{B^2es^2}{80md}$

电场强度的取值范围为 $\frac{B^2es^2}{80md} < E \leq \frac{5B^2es^2}{9md}$

(3)设电子在匀强磁场中，圆周运动的周期为 T，运动的半圆周个数为 n，运动总时间为 t

由题意，有：$\frac{2R_1\left(1-0.9^n\right)}{1-0.9} + R_{n+1} = 3s$，$R_1 \leq s$，$R_{n+1} = 0.9^nR_1$，$R_{n+1} \geq \frac{s}{2}$，得：n=2

由题意知，电子在磁场中做了 2 个半圆和一个 $\frac{1}{4}$ 圆，由：$T=\frac{2\pi m}{eB}$，得：

$t=2\times\frac{1}{2}T+\frac{1}{4}T=\frac{5\pi m}{2eB}$

【考点定位】带电粒子在电磁场中的运动

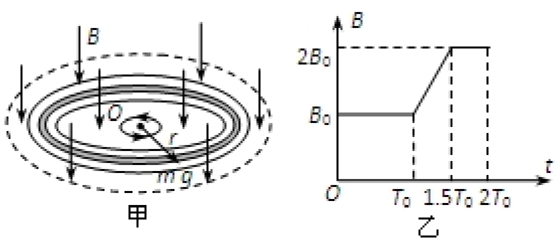
92.(2012·福建卷)如图甲，在圆柱形区域内存在一方向竖直向下、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场，在此区域内，沿水平面固定一半径为 r 的圆环形光滑细玻璃管，环心 0 在区域中心。一质量为 m、带电量为 q(q>0)的小球，在管内沿逆时针方向(从上向下看)做圆周运动。已知磁感应强度大小 B 随时间 t 的变化关系如图乙所示，其中 $T_0=\frac{2\pi \mathrm{m}}{qB_0}$。设小球在运动过程中电量保持不变，对原磁场的影响可忽略。

(1)在 t=0 到 t=T_0 这段时间内，小球不受细管侧壁的作用力，求小球的速度大小 v_0；

(2)在竖直向下的磁感应强度增大过程中，将产生涡旋电场，其电场线是在水平面内一系列沿逆时针方向的同心圆，同一条电场线上各点的场强大小相等。试求 t=T_0 到 t=1.5T_0 这段时间内：

①细管内涡旋电场的场强大小 E；

②电场力对小球做的功 W。



甲　乙

【答案】$v=\frac{qB_0r}{m}$ ；$E=\frac{qB_0^2r}{2\pi m}$ ；$W=\frac{5q^2B_0^2r^2}{8m}$

【解析】(1)小球做圆周运动向心力由洛伦磁力提供：设速度为 v，有：$qvB=m\frac{v^2}{r}$

解得：$v=\frac{qB_0r}{m}$。

(2)①在磁场变化过程中，圆管所在的位置会产生电场，根据法拉第感应定律可知，电势差$U=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=\frac{(2B_0-B_0)\times\pi r^2}{(1.5T_0-T_0)}=\frac{2B_0\pi r^2}{T_0}$，电场处处相同，认为是匀强电场

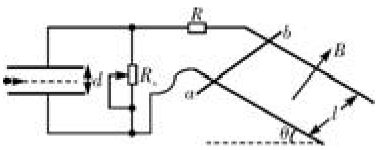
则有：$E=\frac{U}{d}=\frac{B_0r}{T_0}$ 又因为$T_0=\frac{2\pi m}{qB_0}$，得到场强$E=\frac{qB_0^2r}{2\pi m}$

②电场力为：$F=Eq=\frac{rB_0q}{T_0}$。根据牛顿第二定律，有$F=ma$，解得$a=\frac{rB_0q}{mT_0}$，物体的末速度为：$v=v_0+at=\frac{qB_0r}{m}+\frac{rB_0q}{mT_0}\cdot\frac{T_0}{2}=\frac{3qB_0r}{2m}$，根据动能定理，电场力做的功为：

$W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{5q^2B_0^2r^2}{8m}$。

【考点定位】本题考查带电粒子在电场和磁场中的运动相关知识

93.(2012·广东卷)如图所示，质量为 M 的导体棒 ab，垂直放在相距为 l的平行光滑金属轨道上。导轨平面与水平面的夹角为 θ，并处于磁感应强度大小为 B、方向垂直于导轨平面向上的匀强磁场中，左侧是水平放置、间距为 d 的平行金属板。R 和 R_x 分别表示定值电阻和滑动变阻器的阻值，不计其他电阻。



(1)调节 R_x=R，释放导体棒，当棒沿导轨匀速下滑时，求通过棒的电流 I 及棒的速率 v。

(2)改变 R_x，待棒沿导轨再次匀速下滑后，将质量为 m、带电量为+q 的微粒水平射入金属板间，若它能匀速通过，求此时的 R_x。

【答案】(1) $v=\dfrac{2MgR\sin\theta}{B^2l^2}$　(2) $R_x=\dfrac{mldB}{Mq\sin\theta}$

【解析】(1)导体棒匀速下滑时，$Mgsin\theta=BIl$　①

$I=\dfrac{Mgsin\theta}{Bl}$　②

设导体棒产生的感应电动势为 E_0，　$E_0=BLv$　③

由闭合电路欧姆定律得：　$I=\dfrac{E_0}{R+Rx}$　④

联立②③④，得 $v=\dfrac{2MgRsin\theta}{B^2l^2}$　⑤

(2)改变 R_x 由②式可知电流不变.设带电微粒在金属板间匀速通过时，板间电压为 U，电场强度大小为 E，$U=IR_x$　⑥

$E=\dfrac{U}{d}$　⑦

$mg=qE$　⑧

联立②⑥⑦⑧，得 $R_x=\dfrac{mBld}{qMsin\theta}$　。

【考点定位】本题考查了电磁感应中的力电综合问题

94.(2012·江苏卷·T15)如图所示，待测区域中存在匀强电场和匀强磁场，根据带电粒子射入时的受力情况可推测其电场和磁场. 图中装置由加速器和平移器组成，平移器由两对水平放置、相距为l的相同平行金属板构成，极板长度为l、间距为d，两对极板间偏转电压大小相

等、电场方向相反. 质量为m、电荷量为+q 的粒子经加速电压U0 加速后，水平射入偏转电压为U1 的平移器，最终从A 点水平射入待测区域. 不考虑粒子受到的重力.

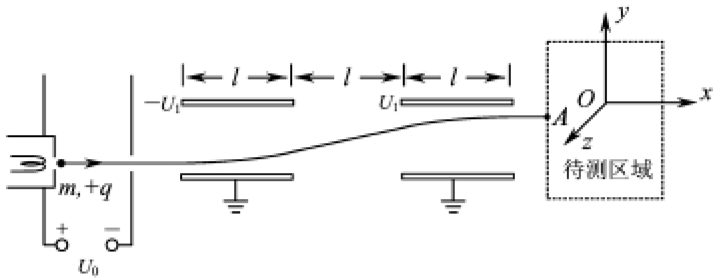
(1)求粒子射出平移器时的速度大小v1;

(2)当加速电压变为4U0 时，欲使粒子仍从A 点射入待测区域，求此时的偏转电压U;

(3)已知粒子以不同速度水平向右射入待测区域，刚进入时的受力大小均为F. 现取水平向右为x 轴正方向，建立如图所示的直角坐标系Oxyz. 保持加速电压为U0 不变，移动装置使粒子沿不同的坐标轴方向射入待测区域，粒子刚射入时的受力大小如下表所示.

射入方向	y	$-y$	z	$-z$
受力大小	$\sqrt{5}F$	$\sqrt{5}F$	$\sqrt{7}F$	$\sqrt{3}F$

请推测该区域中电场强度和磁感应强度的大小及可能的方向.



【答案】(1) $v_1=\sqrt{\dfrac{2qU_0}{m}}$ (2) $U=4U_1$

(3)E 与 Oxy 平面平行且与 x 轴方向的夹角为 30°或 150°,

若 B 沿-x 轴方向, E 与 Oxy 平面平行且与 x 轴方向的夹角为-30°或-150°。

【解析】(1)设粒子射出加速器的速度为 v_0

动能定理 $qU_0=\dfrac{1}{2}mv_0^2$

由题意得 $v_1=v_0$，即 $v_1=\sqrt{\dfrac{2qU_0}{m}}$

(2)在第一个偏转电场中,设粒子的运动时间为 t

加速度的大小 $a=\frac{qU_1}{md}$

在离开时,竖直分速度 $v_y=at$

竖直位移 $y_1=\frac{1}{2}at^2$

水平位移 $l=v_1t$

粒子在两偏转电场间做匀速直线运动,经历时间也为 t

竖直位移 $y_2=v_yt$

由题意知，粒子竖直总位移 $y=2y_1+y_2$

解得 $y=\frac{U_1l^2}{U_0d}$

则当加速电压为 $4U_0$ 时， $U=4U_1$

(3)(a)由沿 x 轴方向射入时的受力情况可知:B 平行于 x 轴.且 $E=\frac{F}{q}$

(b)由沿 $\pm$y 轴方向射入时的受力情况可知:E 与 Oxy 平面平行.

$F^2+f^2=(5F)^2$， 则 $f=2F$ 且 $f=qv_1B$

解得 $B=\frac{F}{B}\sqrt{\frac{2m}{qU_0}}$

(c)设电场方向与 x 轴方向夹角为 α .

若 B 沿 x 轴方向，由沿 z 轴方向射入时的受力情况得

$(f+F\sin\alpha)^2+(F\cos\alpha)^2=(\sqrt{7}F)^2$

解得 $\alpha=30°$， 或 $\alpha=150°$

即 E 与 Oxy 平面平行且与 x 轴方向的夹角为 30°或 150°.

同理，若 B 沿-x 轴方向

E 与 Oxy 平面平行且与 x 轴方向的夹角为-30°或-150°.

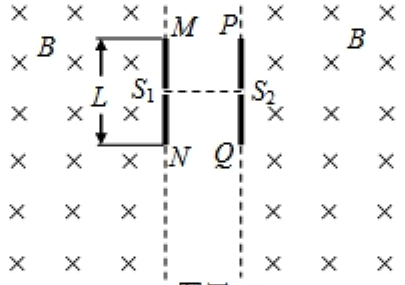
【考点定位】本题考查带电粒子在电场中的运动及其相关知识

95.(2012·山东卷)如图甲所示，相隔一定距离的竖直边界两侧为相同的匀强磁场区，磁场方向垂直纸面向里，在边界上固定两长为 L 的平行金属极板 MN 和 PQ，两极板中心各有一小孔 S_1、S_2，两极板间电压的变化规律如图乙所示，正反向电压的大小均为 U_0, 周期为 T_0。在 t=0 时刻将一个质量为 m、电量为-q(q >0)的粒子由 S_1 静止释放，粒子在电场力的作用下向右运动，在 $t= T_0/2$ 时刻通过 S_2 垂直于边界进入右侧磁场区。(不计粒子重力，不考虑极板外的电场)

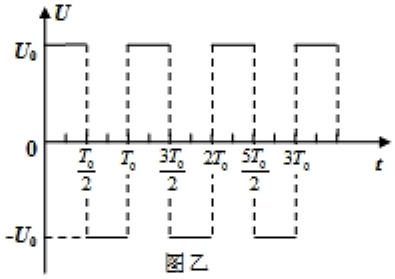
(1)求粒子到达 S_2 时的速度大小 v 和极板距离 d。

(2)为使粒子不与极板相撞，求磁感应强度的大小应满足的条件。

(3)若已保证了粒子未与极板相撞，为使粒子在 t=3T_0 时刻再次到达 S_2，且速度恰好为零，求该过程中粒子在磁场内运动的时间和磁感强度的大小



图甲



图乙

【答案】(1) $d=\frac{T_0}{4}\sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$ ；(2) $B\le\frac{4}{L}\sqrt{\frac{2mU_0}{q}}$ ；(3) $B=\frac{8\pi m}{7qT_0}$

【解析】(1)粒子在匀强电场中电场力做功等于粒子动能的增加，得： $qU_0=\frac{1}{2}mv^2$

代入数据，得：$v=\sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$，又：$d=\frac{1}{2}v(\frac{T_0}{2})$，联立以上两式，得：$d=\frac{T_0}{4}\sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$。

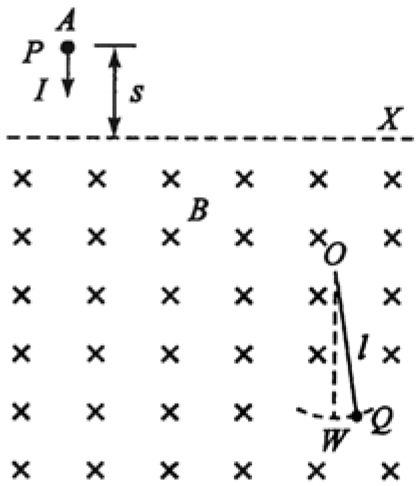
(2)粒子在磁场中做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，即：$qvB=\frac{mv^2}{r}$，得：$r=\frac{mv}{Bq}$，使粒子不与极板相撞，则运动的半径 $r\ge\frac{L}{4}$，联立以上两式，得：$B\le\frac{4}{L}\sqrt{\frac{2mU_0}{q}}$。

(3)粒子在 $t=3T_0$ 时刻再次到达 S_2，且速度恰好为零，根据运动的对称性，则从 s_1 再次进入电场时的时刻是 $\frac{5T_0}{2}$ ；粒子从左向右应是水平匀速穿过无场区，距离为 d，时间为：$t_1=\frac{d}{v}=\frac{T_0}{4}$，粒子在左右磁场中的时间是相等的，粒子在磁场中运动的总时间：$t'=\frac{5T_0}{2}-\frac{T_0}{2}-\frac{T_0}{4}=\frac{7T_0}{4}$，粒子在左右磁场中的时间是相等的且都是半个周期，所以粒子运动的总时间是一个周期，即 $t'=T$ ；粒子在磁场中做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，得：$qvB=\frac{m4\pi^2r}{T^2}$，$vT=2\pi r$，联立以上公式得：$B=\frac{8\pi m}{7qT_0}$。

【考点定位】本题考查带电粒子在电场与磁场中的运动及其相关知识

96.(2012·四川卷·T25)如图所示，水平虚线 X 下方区域分布着方向水平、垂直纸面向里、磁感应强度为 B 的匀强磁场，整个空间存在匀强电场(图中未画出)。质量为 m，电荷量为+q 的小球 P 静止于虚线 X 上方 A 点，在某一瞬间受到方向竖直向下、大小为 I 的冲量作用而做匀速直线运动。在 A 点右下方的磁场中有定点 O,

长为 l 的绝缘轻绳一端固定于 O 点，另一端连接不带电的质量同为 m 的小球 Q，自然下垂。保持轻绳伸直，向右拉起 Q，直到绳与竖直方向有一小于 5^0 的夹角，在 P 开始运动的同时自由释放 Q，Q 到达 O 点正下方 W 点时速度为 v_0。P、Q 两小球在 W 点发生正碰，碰后电场、磁场消失，两小球粘在一起运动。P、Q 两小球均视为质点，P 小球的电荷量保持不变，绳不可伸长，不计空气阻力，重力加速度为 g。



(1)求匀强电场场强 E 的大小和 P 进入磁场时的速率 v；

(2)若绳能承受的最大拉力为 F，要使绳不断，F 至少为多大？

(3)求 A 点距虚线 X 的距离 s。

【答案】见解析

【解析】(1)小球 P 所受重力和电场力平衡：$mg = qE$

电场场强：$E = \frac{mg}{q}$

由动量定理得：$I = mv$

得 v＝I/m

(2)设 P、Q 同向相碰后在 W 点的最大速度为 v_m，由动量守恒定律得：

$mv+mv_0=(m+m)v_m$

此刻轻绳的张力也为最大，由牛顿运动定律得：

$F-(m+m)g=\frac{(m+m)}{l}{v_m}^2$ 联立相关方程，得：$F=\frac{(I+mv_0)^2}{2mI}+2mg$

(3)设 P 在磁场上方做匀速直线运动的时间为 t_{P1}，则 $t_{P1}=\frac{s}{v}$，设 P 在 X 下方做匀速圆周运动的时间为 t_{P2}，则 $t_{P2}=\frac{\pi m}{2Bq}$。

设小球 Q 从开始运动到与 P 球反向相碰的运动时间为 t_Q，由单摆周期性，有

$t_Q=(n+\frac{1}{2})2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，由题意，有 $t_Q=t_{P1}+t_{P2}$ 联立相关方程，得

$s=(n+\frac{1}{4})\frac{2\pi I}{m}\sqrt{\frac{l}{g}}-\frac{\pi I}{2Bq}$，$n$ 为大于 $(\frac{m}{4Bq}\sqrt{\frac{g}{l}}-\frac{1}{4})$ 的整数。

设小球 Q 从开始运动到与 P 球同向相碰的运动时间为 t_Q'，由单摆周期性，有

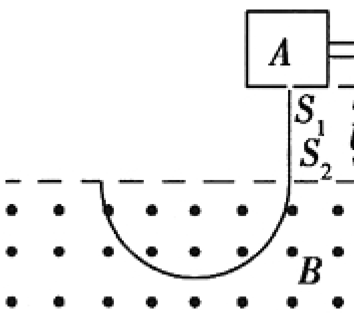
$t_Q'=(n+\frac{3}{4})2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

同理可得 $s=(n+\frac{3}{4})\frac{2\pi I}{m}\sqrt{\frac{l}{g}}-\frac{\pi I}{2Bq}$，其中 n 为大于 $(\frac{m}{4Bq}\sqrt{\frac{g}{l}}-\frac{3}{4})$ 的整数。

【考点定位】本题考查带电粒子在复合场中的运动及其相关知识

97.(2012·天津卷)对铀 235 的进一步研究在核能的开发和利用中具有重要意义。如图所示，质量为 m、电荷量为 q 的铀 235 离子，从容器 A 下方的小孔 S_1 不断飘入加速电场，其初速度可视为零，然后经过小孔 S_2 垂直于磁场方向进入磁感应

强度为 B 的匀强磁场中，做半径为 R 的匀速圆周运动。离子行进半个圆周后离开磁场并被收集，离开磁场时离子束的等效电流为 I。不考虑离子重力及离子间的相互作用。



(1)求加速电场的电压 U；

(2)求出在离子被收集的过程中任意时间 t 内收集到离子的质量 M；

(3)实际上加速电压的大小会在 U+ΔU 范围内微小变化。若容器 A 中有电荷量相同的铀 235 和铀 238 两种离子，如前述情况它们经电场加速后进入磁场中会发生分离，为使这两种离子在磁场中运动的轨迹不发生交叠，$\frac{\Delta U}{U}$ 应小于多少？(结果用百分数表示，保留两位有效数字)

【答案】(1) $\frac{qB^2R^2}{2m}$　(2) $\frac{mIt}{q}$　(3)0.63%

【解析】(1)设离子经电场加速后进入磁场时的速度为 v，由动能定理得：$qU=\frac{1}{2}mv^2$

离子在磁场中做匀速圆周运动，由牛顿第二定律得：$qvB=\frac{mv^2}{R}$

解得：$U=\frac{qB^2R^2}{2m}$

(2)设在 t 时间内收集到的离子个数为 N，总电荷量 Q = It

Q = Nq

M = Nm = $\dfrac{mIt}{q}$

(3)由以上分析可得：R = $\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}}$

设 m/为铀 238 离子质量，由于电压在 U±ΔU 之间有微小变化，铀 235 离子在磁场中最大半径为：$R_{max} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m(U+\Delta U)}{q}}$

铀 238 离子在磁场中最小半径为：$R_{min} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m(U-\Delta U)}{q}}$

这两种离子在磁场中运动的轨迹不发生交叠的条件为：$R_{max}<R_{min}$

即：$\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m(U+\Delta U)}{q}} < \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m(U-\Delta U)}{q}}$

得：$m(U+\Delta U)<m(U-\Delta U)$

$$\frac{\Delta U}{U} < \frac{m^{'}-m}{m^{'}+m}$$

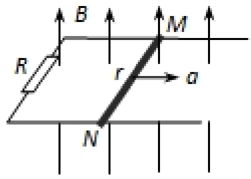
其中铀 235 离子的质量 m = 235u(u 为原子质量单位), 铀 238 离子的质量 m'= 238u

则：$\dfrac{\Delta U}{U} < \dfrac{238u-235u}{238u+235u}$

解得：$\dfrac{\Delta U}{U} < 0.63\%$

【考点定位】本题考查带电粒子在电场、磁场中运动及其相关知识

98.(2012·天津卷)如图所示，一对光滑的平行金属导轨固定在同一水平面内，导轨间距 $l = 0.5m$，左端接有阻值 $R = 0.3\Omega$ 的电阻。一质量 $m = 0.1kg$，电阻 $r = 0.1\Omega$ 的金属棒 MN 放置在导轨上，整个装置置于竖直向上的匀强磁场中，磁场的磁感应强度 $B = 0.4T$。棒在水平向右的外力作用下，由静止开始以 $a = 2m/s^2$ 的加速度做匀加速运动，当棒的位移 $x = 9m$ 时撤去外力，棒继续运动一段距离后停下来，已知撤去外力前后回路中产生的焦耳热之比 $Q_1:Q_2 = 2:1$。导轨足够长且电阻不计，棒在运动过程中始终与导轨垂直且两端与导轨保持良好接触。求



(1)棒在匀加速运动过程中，通过电阻 R 的电荷量 q；

(2)撤去外力后回路中产生的焦耳热 Q_2；

(3)外力做的功 W_F。

【答案】(1)4.5C　(2)1.8J　(3)5.4J

【解析】(1)设棒匀加速运动的时间为 Δt，回路的磁通量变化量为：$\Delta\Phi = BLx$，

由法拉第电磁感应定律得，回路中的平均感应电动势为：$E = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

由闭合电路欧姆定律得，回路中的平均电流为：$I = \dfrac{E}{R+r}$

通过电阻 R 的电荷量为：$q = I\Delta t$

联立以上各式，代入数据解得：$q = 4.5C$

(2)设撤去外力时棒的速度为 v，棒做匀加速运动过程中，由运动学公式得：$v^2=2ax$

设撤去外力后的运动过程中安培力做功为 W，由动能定理得：

$$W=0-\frac{1}{2}mv^2$$

撤去外力后回路中产生的焦耳热：$Q_2=-W$

联立以上各式，代入数据解得：$Q_2=1.8J$

(3)由题意各，撤去外力前后回路中产生的焦耳热之比 $Q_1:Q_2=2:1$

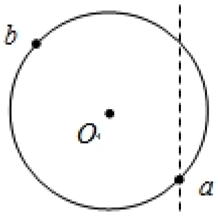
可得：$Q_1=3.6J$

在棒运动的整个过程中，由功能关系可得：$W_F=Q_1+Q_2$

联立以上各式，代入数据解得：$W_F=5.4J$

【考点定位】本题考查电磁感应综合应用及其相关知识

99.(2012·新课标卷)如图，一半径为 R 的圆表示一柱形区域的横截面(纸面)。在柱形区域内加一方向垂直于纸面的匀强磁场，一质量为 m、电荷量为 q 的粒子沿图中直线在圆上的 a 点射入柱形区域，在圆上的 b 点离开该区域，离开时速度方向与直线垂直。圆心 O 到直线的距离为 $\frac{3}{5}R$。现将磁场换为平等于纸面且垂直于直线的匀强电场，同一粒子以同样速度沿直线在 a 点射入柱形区域，也在 b 点离开该区域。若磁感应强度大小为 B，不计重力，求电场强度的大小。

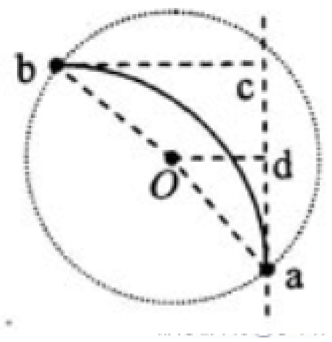


【答案】$E=\dfrac{14}{5}\dfrac{qRB^2}{m}$

【解析】解：粒子在磁场中做圆周运动。设圆周的半径为 r，由牛顿第二定律和洛仑兹力公式得：

$qvB=m\dfrac{v^2}{r}$ ①

式中 v 为粒子在 a 点的速度。



过 b 点和 O 点作直线的垂线，分别与直线交于 c 和 d 点。由几何关系知，线段 $\overline{ac}$、$\overline{bc}$ 和过 a、b 两点的轨迹圆弧的两条半径(未画出)围成一正方形。因此 $\overline{ac}=\overline{bc}=r$ ②

设 $\overline{cd}=x$，有几何关系得 $\overline{ac}=\dfrac{4}{5}R+x$ ③ $\overline{bc}=\dfrac{3}{5}R+\sqrt{R^2-x^2}$ ④

联立②③④式得 $r=\dfrac{7}{5}R$

再考虑粒子在电场中的运动。设电场强度的大小为 E，粒子在电场中做类平抛运动。设其加速度大小为 a，由牛顿第二定律和带电粒子在电场中的受力公式得

$qE = ma$ ⑥

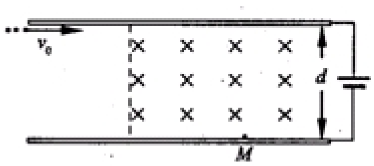
粒子在电场方向和直线方向所走的距离均为 r，有运动学公式得

$r = \frac{1}{2}at^2$ ⑦ $r = vt$ ⑧

式中 t 是粒子在电场中运动的时间。联立①⑤⑥⑦⑧式得 $E = \frac{14}{5}\frac{qRB^2}{m}$ ⑨

【考点定位】本题考查带电粒子在磁场中和电场中的运动及其相关知识

100.(2012·浙江卷)如图所示，二块水平放置、相距为 d 的长金属板接在电压可调的电源上。两板之间的右侧区域存在方向垂直纸面向里的匀强磁场。将喷墨打印机的喷口靠近上板下表面，从喷口连续不断喷出质量均为 m、水平速度均为 v_0、带相等电荷量的墨滴。调节电源电压至 U，墨滴在电场区域恰能沿水平向右做匀速直线运动，进入电场、磁场共存区域后，最终垂直打在下板的 M 点。



(1)判断墨滴所带电荷的种类，并求其电荷量；

(2)求磁感应强度 B 的值；

(3)现保持喷口方向不变，使其竖直下移到两板中间位置。为了使墨滴仍能到达下板 M 点应将磁感应强度调至 B'，则 B'的大小为多少？

(3)根据题设，墨滴圆周运动轨迹如图，设圆周运动半径为 R'，有

【答案】(1) $q=\dfrac{mgd}{U}$ ；(2) $B=\dfrac{v_0U}{gd^2}$ ；(3) $B'=\dfrac{4v_0U}{5gd^2}$

【解析】(1)墨滴在电场区域做匀速直线运动，有：$q\dfrac{U}{d}=mg$ ①

由①式得，$q=\dfrac{mgd}{U}$。 ②

由于电场方向向下，电荷所受的电场力方向向上，可知墨滴带负电荷。③

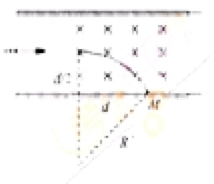
(2)墨滴垂直进入电磁场共存区域，重力仍与电场力平衡，合力等于洛伦兹力，

墨滴做匀速圆周运动，有：$qv_0B=m\dfrac{v_0^2}{R}$ ④

考虑墨滴进入磁场和撞板的几何关系，可知墨滴在该区域恰好完成四分之一圆周运动，则半径 $R=d$ ⑤

由②④⑤式得，$B=\dfrac{v_0U}{gd^2}$ ⑥

(3)根据题设，墨滴的运动轨迹如图，设圆周运动的半径为 R'，有：



$qv_0B'=m\dfrac{v_0^2}{R'}$ ⑦

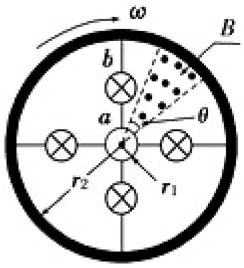
由图示可得，$R'^2=d^2+(R'-\dfrac{d}{2})^2$ ⑧

得，$R'=\dfrac{5}{4}d$ ⑨

联立②⑦⑨式可得，$B'=\dfrac{4v_0U}{5gd^2}$ 。

【考点定位】本题考查带电粒子在电场、磁场中的应用及其相关知识

101.(2012·浙江卷·T25)为了提高自行车夜间行驶的安全性，小明同学设计了一种“闪烁”装置，如图所示，自行车后轮由半径 $r_1=5.0\times10^{-2}$m 的金属内圈、半径 $r_2=0.40$m 的金属内圈和绝缘辐条构成。后轮的内、外圈之间等间隔地接有 4 根金属条，每根金属条的中间均串联有一电阻值为 R 的小灯泡。在支架上装有磁铁，形成了磁感应强度 B=0.10T、方向垂直纸面向外的“扇形”匀强磁场，其内半径为 r_1、外半径为 r_2、张角 $\theta=\pi/6$。后轮以角速度 $\omega=2\pi$ rad/s 相对于转轴转动。若不计其它电阻，忽略磁场的边缘效应。



(1)当金属条 ab 进入“扇形” 磁场时，求感应电动势 E，并指出 ab 上的电流方向；

(2)当金属条 ab 进入“扇形” 磁场时，画出“闪烁”装置的电路图；

(3)从金属条 ab 进入“扇形” 磁场开始，经计算画出轮子转一圈过程中，内圈与外圈之间电势差 Uab-t 图象；

(4)若选择的是“1.5V、0.3A”的小灯泡，该“闪烁”装置能否正常工作？有同学提出，通过改变磁感应强度 B、后轮外圈半径 r_2、角速度 ω 和张角 θ 等物理量的大小，优化前同学的设计方案，请给出你的评价。

【答案】见解析

【解析】(1).金属条 ab 在磁场中切割磁感线运动，所构成的回路磁通量变化，设经过时间 Δt，磁通量变化率为 $\Delta\varphi$，由法拉第电磁感应定律得：

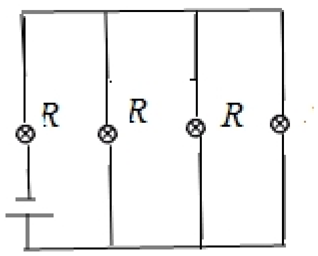
$E=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ ①

$\Delta\phi=B\Delta S=B(\frac{1}{2}r_2^2\Delta\theta-\frac{1}{2}r_1^2\Delta\theta)$ ②

由①②两式并代入数据得：$E=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=4.9\times10^{-2}V$ ③

根据右手定则(或楞次定律)，可知感应电流方向为$b\to a$。④

(2)ab 边切割充当电源，其余为外电路，且并联，其等效电路如图所示



(3)设电路的总电阻为$R_{总}$，根据电路图可知，$R_{总}=R+\frac{1}{3}R=\frac{4}{3}R$，ab 两端电势差：

$U_{ab}=E-IR=E-\frac{E}{R_{总}}R=\frac{1}{4}E=1.2\times10^{-2}V$， ①

设ab离开磁场区域的时刻t_1，下一根金属条进入磁场的时刻t_2，

$t_1=\frac{\theta}{\omega}=\frac{1}{12}s$ ②

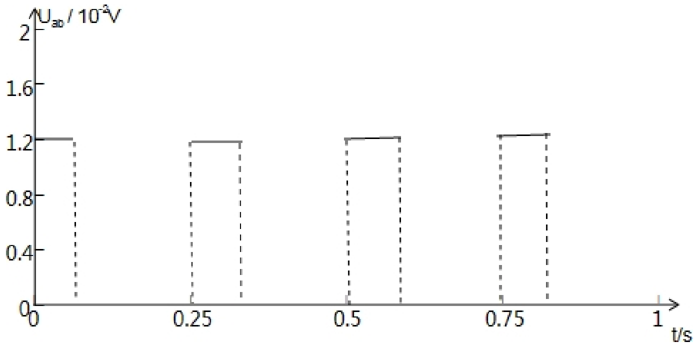
$t_2=\frac{\pi}{2}\omega=\frac{1}{4}s$ ③

设轮子转一圈的时间为 T,

$T=\frac{2\pi}{\omega}=1s$ ④

在 T=1s 内，金属条有四次进出，后三次与第一次相同。

由①→④可画出如下$U_{ab}-t$图象



(4).小灯泡不能正常工作，因为感应电动势为$E = 4.9\times10^{-2}V$小于灯泡的额定电压，因此闪烁装置不可能工作。

B 增大，E 增大，但有限度；

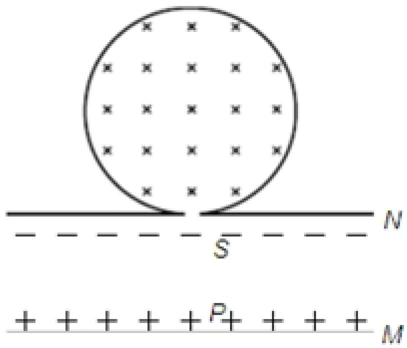
r_2 增大，E 增大，但有限度；

ω 增大，E 增大，但有限度；

θ 增大，E 不增大。

【考点定位】本题考查电磁感应、电路、此题最后一问为开放性试题及其相关知识

102.(2013·天津卷)一圆筒的横截面如图所示，其圆心为 O。筒内有垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度为 B。圆筒下面有相距为 d 的平行金属板 M、N，其中 M 板带正电荷，N 板带等量负电荷。质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子自 M 板边缘的 P 处由静止释放，经 N 板的小孔 S 以速度 v 沿半径 SO 方向射入磁场中。粒子与圆筒发生两次碰撞后仍从 S 孔射出，设粒子与圆筒碰撞过程中没有动能损失，且电荷量保持不变，在不计重力的情况下，求：



(1)M、N 间电场强度 E 的大小；

(2)圆筒的半径 R；

(3)保持 M、N 间电场强度 E 不变，仅将 M 板向上平移 2d/3，粒子仍从 M 板边缘的 P 处由静止释放，粒子自进入圆筒至从 S 孔射出期间，与圆筒的碰撞次数 n。

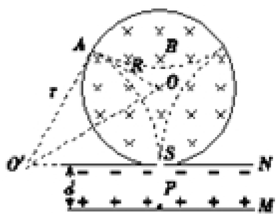
【答案】(1) $E=\dfrac{mv}{2qd}$　(2) $R=\dfrac{\sqrt{3}mv}{3qB}$　(3)n = 3

【解析】(1)粒子从开始运动到射入磁场的过程，电场力做功.由动能定理：qU = $\dfrac{1}{2}$ mv^2

匀强电场中有：U=Ed

联立上式，得：$E=\dfrac{mv^2}{2qd}$

(2)粒子进入磁场后又从 S 点射出，关键几何关系可知，两碰撞点和 S 将圆筒三等分.



设粒子在磁场中运动的轨道半径为 r，由洛伦兹力提供向心力，得：$qvB=\dfrac{mv^2}{r}$

根据几何关系：$r=\sqrt{3}R$

联立上式，解得：$R=\dfrac{\sqrt{3}mv}{3qB}$

(3)保持 MN 之间的电场强度不变，仅将 M 板向上平移 $\dfrac{2}{3}d$ 后，$U'=\dfrac{U}{3}$

$qU'=\dfrac{1}{2}mv'^2$

于是：$v'=\dfrac{\sqrt{3}}{3}v$，$r'=\dfrac{\sqrt{3}}{3}r=R$

此时粒子经过 $\dfrac{1}{4}$ 圆后与圆筒发生碰撞，所以粒子将在于圆筒壁发生三次碰撞后由 S 点射出.

【考点定位】带电粒子在电场和磁场中的运动。

103.(2013·天津卷)超导体现象是 20 世纪人类重大发现之一，目前我国已研制出世界传输电流最大的高温超导电缆并成功示范运行。

(1)超导体在温度特别低时电阻可以降到几乎为零，这种性质可以通过实验研究。将一个闭合超导金属圆环水平放置在匀强磁场中，磁感线垂直于圆环平面向上，逐渐降低温度使环发生由正常态到超导态的转变后突然撤去磁场，若此后环中的电流不随时间变化，则表明其电阻为零。请指出自上往下看环中电流方向，并说明理由。

(2)为探究该圆环在超导状态的电阻率上限 ρ，研究人员测得撤去磁场后环中电流为 I，并经一年以上的时间 t 未检测出电流变化。实际上仪器只能检测出大于 ΔI 的电流变化，其中 ΔI＜＜I，当电流的变化小于 ΔI 时，仪器检测不出电流的变化，研究人员便认为电流没有变化。设环的横截面积为 S，环中定向移动电子的

平均速率为 v，电子质量为 m、电荷量为 e。试用上述给出的各物理量，推导出 ρ 的表达式。

(3)若仍试用上述测量仪器，实验持续时间依旧为 t，为使实验获得的该圆环在超导状态的电阻率上限 ρ 的准确程度更高，请提出你的建议，并简要说明实现方法。

【答案】(1)见解析　(2) $\rho=\dfrac{mvS\Delta I}{etI^2}$　(3)见解析

【解析】(1)原磁场方向向上，故原磁通向上，减小，根据楞次定律，感应电流磁场方向也向上，故感应电流为逆时针；

(2)设超导圆环周长为 L，电阻为 R，有：$R=\dfrac{\rho L}{S}$；由电流的微观定义可知，超导圆滑中的电流 I=neSv，而 n、e、S 均由导体材料自身决定的，不会随环境变化而变化，故当环中电流发生变化时必定是电子的定向移动的速率发生了变化，于是有△I=neS•△v.

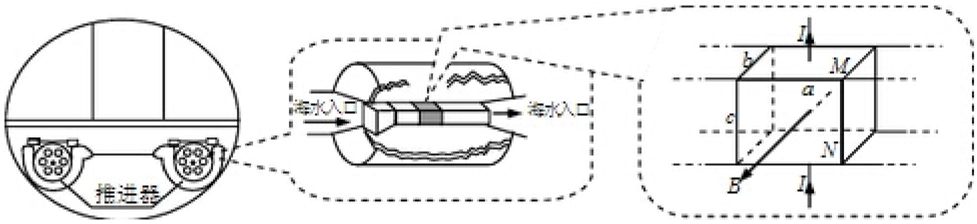
设能量的损失为△E，由能量守恒定律有：$\Delta E=I^2Rt=\Delta E_k=nsL[\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m(v-\Delta v)^2]$，代入数据，由于△I<<I，$\frac{1}{2}m(\Delta v)^2\to 0$，整理可得：$\vee E_k=\dfrac{Lmv}{e}\vee I$，$\rho=\dfrac{mvS\vee I}{etI^2}$；

(3)由 $\rho=\dfrac{mS\bullet\vee I}{ev^2}$ 知，为增加 ρ，可以适当增加 I；

【考点定位】楞次定律、电阻定律、电流强度和能量转换

104.(2013·浙江卷·T25)为了降低潜艇噪音，提高其前进速度，可用电磁推进器替代螺旋桨。潜艇下方有左、右两组推进器，每组由 6 个相同的用绝缘材料制成的

直线通道推进器构成，其原理示意图如下。在直线通道内充满电阻率 $\rho=0.2\Omega\cdot m$ 的海水，通道中 $a\times b\times c=0.3m\times0.4m\times0.3m$ 的空间内，存在由超导线圈产生的匀强磁场，其磁感应强度 $B=6.4T$、方向垂直通道侧面向外。磁场区域上、下方各有 $a\times b=0.3m\text{x}0.4m$ 的金属板 M、N，当其与推进器专用直流电源相连后，在两板之间的海水中产生了从 N 到 M，大小恒为 $I=1.0\times10^3A$ 的电流，设电流只存在于磁场区域。不计电源内阻及导线电阻，海水密度 $\rho=1.0\times103kg/m^3$。



(1)求一个直线通道推进器内磁场对通电海水的作用力大小，并判断其方向。

(2)在不改变潜艇结构的前提下，简述潜艇如何转弯？如何倒车？

(3)当潜艇以恒定速度 $v_0=30m/s$ 前进时，海水在出口处相对于推进器的速度 $v=34m/s$，思考专用直流电源所提供的电功率如何分配，求出相应功率的大小。

【答案】

【解析】(1)将通电海水看成导线，所受磁场力： F=IBL，代入数据得：F=IBc=

$1.0\times10^3\times6.4\times0.3N=1.92\times10^3N$

用左手定则判断磁场对海水作用力方向向右(或与海水出口方向相同)

(2)考虑到潜艇下方有左、右 2 组推进器，可以开启或关闭不同个数的左、右两侧的直线通道推进器，实施转弯。改变电流方向，或者磁场方向，可以改变海水所受磁场力的方向，根据牛顿第三定律，使潜艇“倒车”。

(3)电源提供的电功率中的第一部分：牵引功率 $P_1=F_{牵}v_0$，根据牛顿第三定律：

$F_{牵}=12IBL$

当 $v_0=30m/s$ 时，代入数据得：$P_1=F_{牵}v_0=12\times1.92\times10^3\times30W=6.9\times10^5W$

电源提供的电功率中的第二部分为单位时间内海水的焦耳热功率

推进器内海水的电阻 $R=\rho\dfrac{L}{S}=\dfrac{\rho c}{ab}=0.5\Omega$ $P_2=12I^2R=6\times10^6W$

电源提供的电功率中的第三部分为单位时间内海水动能的增加量

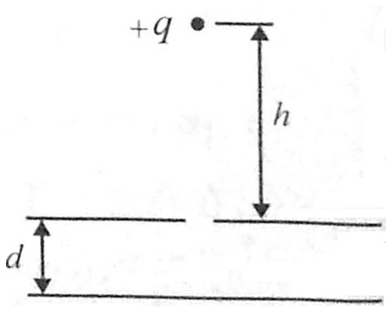
单位时间内通过推进器的水的质量为

$m=\rho_m bcv_{水对地}=480kg$

单位时间内其动能增加为 $P_3=12\cdot\dfrac{1}{2}mv^2_{水对地}=4.6\times10^4W$

【考点定位】带电粒子在磁场中的运动、电功率、热功率

105.(2014·安徽卷)如图所示，充电后的平行板电容器水平放置，电容为 C，极板间的距离为 d，上板正中有一小孔。质量为 m、电荷量为+q 的小球从小孔正上方高 h 处由静止开始下落，穿过小孔到达下极板处速度恰为零(空气阻力忽略不计，极板间电场可视为匀强电场，重力加速度为 g)。求：



(1)小球到达小孔处的速度；

(2)极板间电场强度的大小和电容器所带电荷量；

(3)小球从开始下落运动到下极板处的时间。

【答案】(1) $v=\sqrt{2gh}$ ；(2) $E=\frac{mg(h+d)}{qd}$， $Q=C\frac{mg(h+d)}{q}$ ；(3) $t=\frac{h+d}{h}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

【解析】

试题分析：(1)由 $v^2=2gh$ 可得 $v=\sqrt{2gh}$

(2)在极板间带电小球受重力和电场力，有

$mg-qE=ma$， $0-v^2=2ad$， 可得 $E=\frac{mg(h+d)}{qd}$

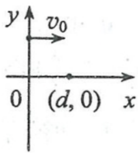
由 $U=Ed$ 、$Q=CU$ 可得 $Q=C\frac{mg(h+d)}{q}$

(3)由 $h=\frac{1}{2}gt_1^2$， $0=v+at_2$， $t=t_1+t_2$

综合可得：$t=\frac{h+d}{h}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

【考点定位】匀变速直线运动的规律、电容器的电容、匀强电场中电场强度与电势差的关系

106.(2014·全国大纲卷)如图，在第一象限存在匀强磁场，磁感应强度方向垂直于纸面(xy 平面)向外；在第四象限存在匀强电场，方向沿 x 轴负向。在 y 轴正半轴上某点以与 x 轴正向平行、大小为 v_0 的速度发射出一带正电荷的粒子，该粒子在(d, 0)点沿垂直于 x 轴的方向进人电场。不计重力。若该粒子离开电场时速度方向与 y 轴负方向的夹角为 θ，求：



(1)电场强度大小与磁感应强度大小的比值；

(2)该粒子在电场中运动的时间。

【答案】(1) $\frac{E}{B}=\frac{1}{2}v_0\tan^2\theta$ ；(2)t＝ $\frac{2d}{v_0\tan\theta}$

【解析】

试题分析：(1)设磁感应强度的大小为 B，粒子质量与所带电荷量分别为 m 和 q，粒子进入磁场后做匀速圆周运动，并设其圆周运动的半径为 r，根据牛顿第二定律和向心力公式有：$qv_0B=m\frac{v_0^2}{r}$　　①

由题设条件和图中几何关系可知：r＝d　　②

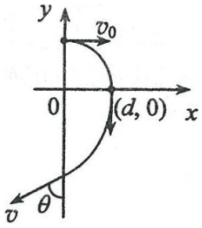
设电场强度大小为 E，粒子进入电场后沿 x 轴负方向运动的速度大小为 v_x，由牛顿第二定律有：$qE=ma_x$　③

根据运动学公式有：$v_x=a_xt$，$\frac{v_x}{2}\cdot t=d$

④

由于粒子在电场中做类平抛运动(如图)，有：$\tan\theta=\frac{v_x}{v_0}$

⑤

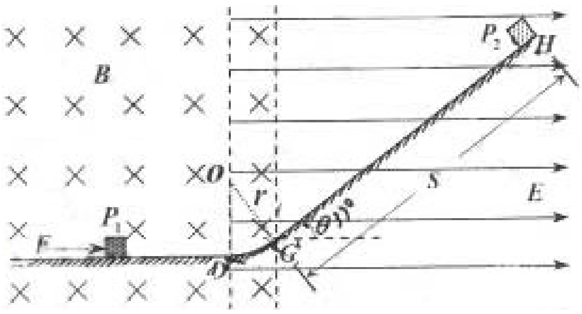


由①②③④⑤式联立解得：$\frac{E}{B}=\frac{1}{2}v_0\tan^2\theta$

(2)由④⑤式联立解得：$t=\frac{2d}{v_0\tan\theta}$

【考点定位】本题主要考查了带电粒子在交替复合场中的运动问题，属于中档题。

107.(2014·四川卷)在如图所示的竖直平面内。水平轨道 CD 和倾斜轨道 GH 与半径 $r=\frac{9}{44}$ m 的光滑圆弧轨道分别相切于 D 点和 G 点，GH 与水平面的夹角 θ = 37°。过 G 点、垂直于纸面的竖直平面左侧有匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁感应强度 B = 1.25T；过 D 点、垂直于纸面的竖直平面右侧有匀强电场，电场方向水平向右，电场强度 $E=1\times10^4$N/C。小物体 P_1 质量 $m=2\times10^{-3}$kg、电荷量 $q=+8\times10^{-6}$C，受到水平向右的推力 $F=9.98\times10^{-3}$N 的作用，沿 CD 向右做匀速直线运动，到达 D 点后撤去推力。当 P_1 到达倾斜轨道底端 G 点时，不带电的小物体 P_2 在 GH 顶端静止释放，经过时间 t = 0.1s 与 P_1 相遇。P_1 和 P_2 与轨道 CD、GH 间的动摩擦因数均为 $\mu=0.5$，取 $g=10\text{m/s}^2$，sin37° = 0.6，cos37°= 0.8，物体电荷量保持不变，不计空气阻力。求：



(1)小物体 P_1 在水平轨道 CD 上运动速度 v 的大小；

(2)倾斜轨道 GH 的长度 s。

【答案】(1)4m/s(2)0.56m

【解析】试题分析: (1)设小物体 P_1 在匀强磁场中运动的速度为 v，受到水平外力 F，重力 mg，支持力 N，竖直向上的洛伦兹力 F_1，滑动摩擦力 f

则 $F_1=qvB$①

$N=mg-qvB$， $f=\mu N$②

匀速直线运动，物体处于平衡状态；$F-f=0$③

解得 $v=4$ m/s④

说明：①③各 1 分，②④各 2 分

(2)设物体 P_1 在 G 点的速度为 v_1，由于洛伦兹力不做功

由动能定理知 $qEr\sin 37°-mgr(1-\cos 37°)=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv^2$⑤

解得速度 $v_1=5$ m/s

小物体 P_1 在 GH 上运动受到水平向右的电场力 qE, 重力 mg, 垂直斜面支持力 N_1，沿斜面向下的滑动摩擦力 f_1 设加速度为 a_1

由牛顿第二定律有 $N_1=mg\cos 37°+qE\cos 37°$， $f_1=\mu N_1$

$qE-mg\sin 37°-f_1=ma_1$， ⑥

解得 $a_1=10$ m/s²

小物体 P_1 在 GH 上匀加速向上运动 $s_1=v_1t+\frac{1}{2}a_1t^2$=0.55m⑦

小物体 P_2 在 GH 上运动受到重力 m_2g，垂直斜面支持力 N_2，沿斜面向上的滑动摩擦力 f_2，加速度为 a_2

则 $m_2 g\sin 37° - \mu m_2 g\cos 37° = m_2 a_2$ ⑧

解得 $a_2 = 2$ m/s²

小物体 P_2 在 GH 上匀加速向下运动 $s_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2$ =0.01m⑨

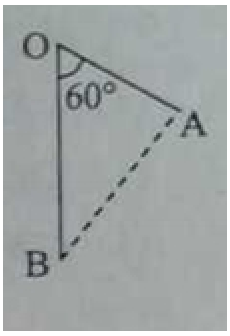
故轨道长 $s = s_1 + s_2$ ⑩

所以 s=0.56m ⑾

说明：⑦⑧⑨⑩各 1 分，⑥⑾各 2 分，⑤式 3 分

【考点定位】物体平衡 动能定理 牛顿第二定律 匀变速直线运动规律

108.(2014·新课标全国卷I)如图，O、A、B 为同一竖直平面内的三个点，OB 沿竖直方向，$\angle BOA = 60^\circ$，$OB = \frac{3}{2}OA$.将一质量为 m 的小球以一定的初动能自 O 点水平向右抛出，小球在运动过程中恰好通过 A 点。使此小球带电，电荷量为 q(q＞0)，同时加一匀强电场，场强方向与 ΔOAB 所在平面平行，现从 O 点以同样的初动能沿某一方向抛出此带点小球，该小球通过了 A 点，到达 A 点时的动能是初动能的 3 倍；若该小球从 O 点以同样的初动能沿另一方向抛出，恰好通过 B 点，且到达 B 点的动能为初动能的 6 倍，重力加速度大小为 g。求



(1)无电场时，小球达到 A 点时的动能与初动能的比值；

(2)电场强度的大小和方向。

【答案】(1) $\frac{E_{kA}}{E_{k0}}=\frac{7}{3}$　(2) $E=\frac{\sqrt{3}mg}{6q}$

【解析】

试题分析：(1)无电场时，小球运动为平抛运动，设初速度为 v_0，则有

水平方向 $OA\sin 60^{\circ}=v_0 t$

竖直方向 $OA\cos 60^{\circ}=\frac{1}{2}gt^2$

解得时间 $t=\frac{2\sqrt{3}v_0}{3g}$

竖直方向速度 $v_y=gt=\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0$

经过 A 点的速度为 $v_A=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=\sqrt{\frac{7}{3}}v_0$

初动能 $E_{k0}=\frac{1}{2}mv_0^2$， A 点的动能 $E_{kA}=\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{7}{3}\frac{1}{2}mv_0^2$

即 $\frac{E_{kA}}{E_{k0}}=\frac{7}{3}$

(2)从 O 点到 A 点，没有加电场时，根据动能定理有

$mgOA\cos 60^{\circ}=\frac{1}{2}mv_A^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{4}{3}E_{k0}$

得 $mgOA=\frac{8}{3}E_{k0}$

加电场后通过 A 点根据动能定理则有

$$mgOA\cos 60^{\circ}+qU_{OA}=\frac{1}{2}mv'_{A}{}^{2}-\frac{1}{2}mv_{0}{}^{2}=2E_{k0}$$

联立可得 $qU_{OA}=\frac{2}{3}E_{k0}$

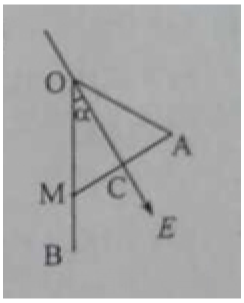
加电场后恰好通过 B 点，根据动能定理则有

$$mgOB+qU_{OB}=\frac{3}{2}mgOA+qU_{OB}=\frac{3}{2}\frac{E_{k0}}{\cos 60^{\circ}}+qU_{OB}=3E_{k0}+qU_{OB}=\frac{1}{2}mv_{B}{}^{2}-\frac{1}{2}mv_{0}{}^{2}=5E_{k0}$$

联立可得 $qU_{OB}=2E_{k0}$

整理可得 $\frac{U_{OA}}{U_{OB}}=\frac{1}{3}$

设直线 OB 上面的 M 点与 A 点等电势，如下图



根据匀强电场中沿任意一条直线电势都均匀变化，所以有 $\frac{OM}{OB}=\frac{U_{OA}}{U_{OB}}=\frac{1}{3}$

根据 MA 电势相等该条直线即为匀强电场的等势面，那么垂线 OC 与 MA 垂直即为电场线，设电场线与 OB 的夹角为 α，则有 $\alpha=30^{\circ}$

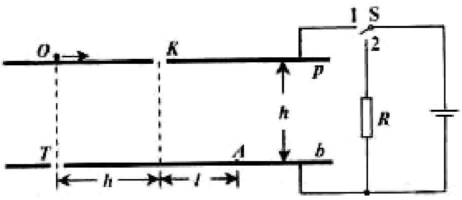
根据正电荷从 O 到 B 电场力做正功，判断电场方向与竖直方向成 $\alpha=30^{\circ}$ 夹角斜向右下方

根据从 O 到 A 电场力做功 $qE\times OC=qE\times OA\cos 30^{\circ}=qU_{OA}=\frac{2}{3}E_{k0}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}mgOA$

整理可得 $E=\dfrac{\sqrt{3}mg}{6q}$

【考点定位】曲线运动　带点粒子在匀强电场中的运动

109.(2014·四川卷)如图所示，水平放置的不带电的平行金属板 p 和 b 相距 h，与图示电路相连，金属板厚度不计，忽略边缘效应。p 板上表面光滑，涂有绝缘层，其上 O 点右侧相距 h 处有小孔 K；b 板上有小孔 T，且 O、T 在同一条竖直线上，图示平面为竖直平面。质量为 m、电荷量为- q(q＞0)的静止粒子被发射装置(图中未画出)从 O 点发射，沿 P 板上表面运动时间 t 后到达 K 孔，不与板碰撞地进入两板之间。粒子视为质点，在图示平面内运动，电荷量保持不变，不计空气阻力，重力加速度大小为 g。



(1)求发射装置对粒子做的功；

(2)电路中的直流电源内阻为 r，开关 S 接‘1”位置时，进入板间的粒子落在 h 板上的 A 点，A 点与过 K 孔竖直线的距离为 l。此后将开关 S 接“2”位置，求阻值为 R 的电阻中的电流强度；

(3)若选用恰当直流电源，电路中开关 S 接“l”位置，使进入板间的粒子受力平衡，此时在板间某区域加上方向垂直于图面的、磁感应强度大小合适的匀强磁场(磁感应强度 B 只能在 0～$B_m=\dfrac{(\sqrt{21}+5)}{(\sqrt{21}-2)}\dfrac{m}{qt}$ 范围内选取)，使粒子恰好从 b 板的 T 孔飞出，求粒子飞出时速度方向与 b 板板面夹角的所有可能值(可用反三角函数表示)。

【答案】(1) $\dfrac{mh^2}{2t^2}$　　(2) $\dfrac{mh}{q(R+r)}(g-\dfrac{2h^3}{l^2t^2})$　　(3) $0<\theta\le\arcsin\dfrac{2}{5}$

【解析】试题分析：(1)设粒子在 P 板上匀速运动的速度为 v_0，由于粒子在 P 板匀速直线运动，故 $v_0=\frac{h}{t}$ ①

所以，由动能定理知，发射装置对粒子做的功 $W=\frac{1}{2}mv^2$ ②

解得 W=$\frac{mh^2}{2t^2}$ ③

说明：①②各 2 分，③式 1 分

(2)设电源的电动势 E_0 和板间的电压为 U，有 $E_0=U$ ④

板间产生匀强电场为 E，粒子进入板间时有水平方向的初速度 v_0，在板间受到竖直方向的重力和电场力作用而做类平抛运动，设运动时间为 t_1，加速度为 a，有 $U=Eh$ ⑤

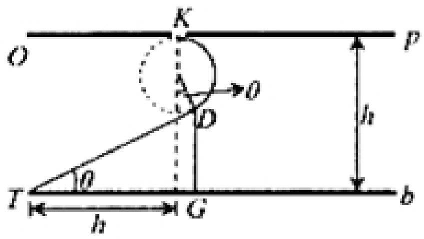
当开关 S 接“1”时，粒子在电场中做匀变速曲线运动，其加速度为 $mg-\frac{qU}{h}=ma$ ⑥

再由 $h=\frac{1}{2}at_1^2$ ⑦　　$l=vt_1$ ⑧

当开关 S 接“2”时，由闭合电路欧姆定律知 $I=\frac{E_0}{R+r}=\frac{U}{R+r}$ ⑨

联立①④⑤⑥⑦⑧⑨解得 $I=\frac{mh}{q(R+r)}(g-\frac{2h^3}{l^2t^2})$

(3)由题意分析知，此时在板间运动的粒子重力和电场力平衡。当粒子从 k 进入两板间后，立即进入磁场物体在电磁场中做匀速圆周运动，离开磁场后做匀速直线运动，故分析带电粒子的磁场如图所示，运动轨迹如图所示，粒子出磁场区域后沿 DT 做匀速直线运动，DT 与 b 板上表面的夹角为 θ，



Df 与 b 板上表面即为题中所求 θ，设粒子与板间的夹角最大，设为 θ，磁场的磁感应强度 B 取最大值时的夹角为 θ，当磁场最强时，R 最小，最大设为 θ_m

由 $qvB = m\dfrac{v^2}{R}$，⑾知 $R = \dfrac{mv}{qB}$，

当 B 减小时，粒子离开磁场做匀速圆周运动的半径也要增大，D 点向 b 板靠近。Df 与 b 板上表面的夹角越变越小，当后在板间几乎沿着 b 板上表面运动，

当 B_m 则有图中可知 $\overline{DG} = h - R(1-\cos\theta)$，⑿

$\overline{TG} = h + R\sin\theta$ ⒀，

$\tan\theta = \dfrac{\overline{DG}}{\overline{TG}}$ ⒁

联立⑾⑿⒀⒁，将 $B=B_m$ 带入

解得 $\arcsin\theta_m = \dfrac{2}{5}$ ⒂

当 B 逐渐减小是，粒子做匀速圆周运动的半径 R，D 点无线接近向 b 板上表面时，当粒子离开磁场后在板间几乎沿着 b 板上表面运动而从 T 孔飞出板间区域，此时 $B_m > B > 0$ 满足题目要求，夹角 θ 趋近 θ_0，既

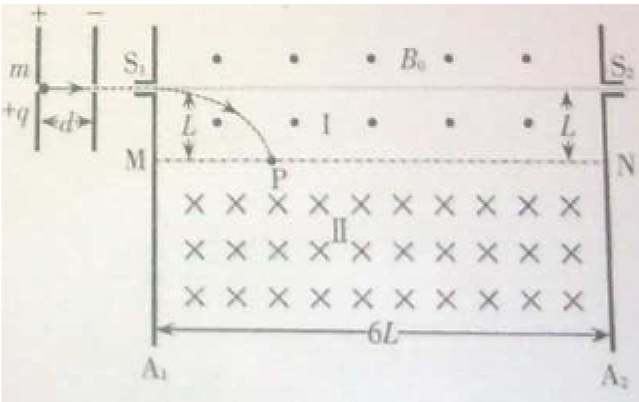
$\theta_0 = 0$ ⒃

故粒子飞出时与 b 板夹角的范围是 $0 < \theta \le \arcsin\dfrac{2}{5}$ (17)

说明：⑿⒀⒁⒂⒃(17)各 1 分

【考点定位】动能定理 牛顿第二定律 闭合电路欧姆定律

110.(2014·广东卷)如图 25 所示，足够大的平行挡板 A_1、A_2 竖直放置，间距 6L。两板间存在两个方向相反的匀强磁场区域I和II，以水平面 MN 为理想分界面，I 区的磁感应强度为 B_0，方向垂直纸面向外。A_1、A_2 上各有位置正对的小孔 S_1、S_2，两孔与分界面 MN 的距离均为 L，质量为 m、电荷量为+q 的粒子经宽度为 d 的匀强电场由静止加速后，沿水平方向从 S_1 进入I区，并直接偏转到 MN 上的 P 点，再进入II区，P 点与 A_1 板的距离是 L 的 k 倍。不计重力，碰到挡板的粒子不予考虑。



(1)若 k=1，求匀强电场的电场强度 E；

(2)若 $2<k<3$，且粒子沿水平方向从 S_2 射出，求出粒子在磁场中的速度大小 v 与 k 的关系式和II区的磁感应强度 B 与 k 的关系式。

【答案】(1) $E=\dfrac{qB_0^2L^2}{2dm}$ (2) $v=\dfrac{2qB_0(1+k)}{2m}$ $B=\dfrac{kB_0}{3-k}$

【解析】

试题分析：(1)若果 k=1，则有：MP=L,

即该情况粒子的轨迹半径为：R=L,

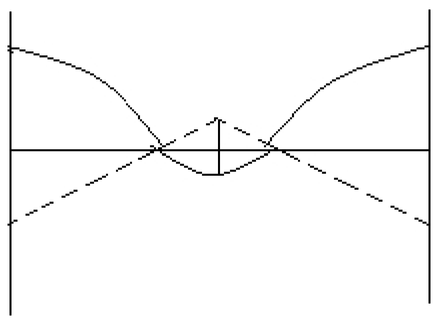
粒子运动轨迹是匀速圆周运动，其向心力由洛伦兹力提供：$qvB_0 = m\frac{v^2}{R}$

得 $v = \frac{qB_0R}{m}$

粒子在匀强电场中，据动能定理有：$qEd = \frac{1}{2}mv^2$

得 $E = \frac{qB_0^2L^2}{2dm}$

(2)



由于 P 距离 A_1 为 k，且 2<k<3，粒子从 S_2 水平飞出，

该粒子运动轨迹如上图所示，则从 S_1 到界线处的轨迹有：

$R^2 - (KL)^2 = (R - L)^2$

$R = \frac{mv}{qB_0}$

则整理得：$v = \frac{2qB_0(1+k)}{2m}$

又因为：$6L - 2KL = 2x$

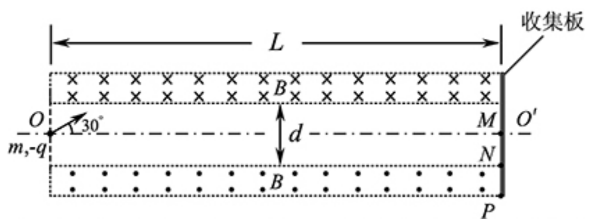
据几何关系，相似三角形有：$\frac{kL}{x}=\frac{R}{r}$

则二区磁场与 K 关系为：$B=\frac{kB_0}{3-k}$

【考点定位】本题考查匀变速直线运动和匀速圆周运动

【应试技巧】先确定带电粒子的运动半径，在据磁场力提供向心力计算相关量。

111.(2014·江苏卷)某装置用磁场控制带电粒子的运动，工作原理如图所示。装置的长为 L，上下两个相同的矩形区域内存在匀强磁场，磁感应强度大小均为 B、方向与纸面垂直且相反，两磁场的间距为 d。装置右端有一收集板，M、N、P 为板上的三点，M 位于轴线 OO′上，N、P 分别位于下方磁场的上、下边界上。在纸面内，质量为 m、电荷量为－q 的粒子以某一速度从装置左端的中点射入，方向与轴线成 30°角，经过上方的磁场区域一次，恰好到达 P 点。改变粒子入射速度的大小，可以控制粒子到达收集板上的位置。不计粒子的重力。



(1)求磁场区域的宽度 h；

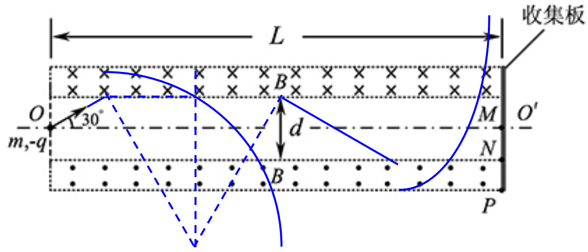
(2)欲使粒子到达收集板的位置从 P 点移到 N 点，求粒子入射速度的最小变化量 Δv；

(3)欲使粒子到达 M 点，求粒子入射速度大小的可能值。

【答案】(1)$h=(\frac{2}{3}L-\sqrt{3}d)(1-\frac{\sqrt{3}}{2})$；(2)$\Delta v=\frac{qB}{m}(\frac{L}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}d)$；(3)$v_n=\frac{qB}{m}(\frac{L}{n}-\sqrt{3}d)(2\le n<\frac{\sqrt{3}L}{3d}$，n 取整数)

【解析】

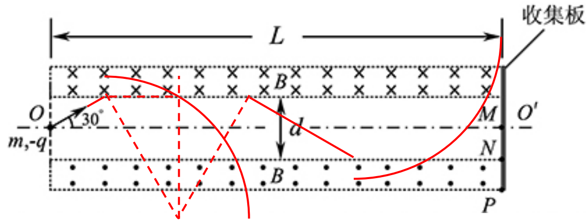
试题分析：(1)设带电粒子在磁场中运动的轨道半径为 r，依题意作出带电粒子的运动轨迹如下图所示。



由图中几何关系有：$L=3r\sin30°+\frac{3d}{2\tan30°}$，$h=r(1-\cos30°)$

解得：$h=(\frac{2}{3}L-\sqrt{3}d)(1-\frac{\sqrt{3}}{2})$

(2)设带电粒子初始入射速度为 v_1，改变速度后仍然经过上方的磁场区域一次后到达 N 点，此时速度的改变量最小，设为 v_2，粒子改变速度后，在磁场中运动的轨道半径为 r′，带电粒子的运动轨迹如下图所示。



由图中几何关系有：$L=4r'\sin30°+\frac{3d}{2\tan30°}$

根据牛顿第二定律和洛伦兹力大小公式有：$qv_1B=m\frac{v_1^2}{r}$，$qv_2B=m\frac{v_2^2}{r}$

粒子入射速度的最小变化量 $\Delta v=|v_2-v_1|$

联立以上各式解得：$\Delta v=\frac{qB}{m}(\frac{L}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}d)$

(3)粒子可能从上方磁场出来后经过 M 点，也可能从下方磁场出来后经过 M 点，不妨假设粒子共 n 次经过了磁场区域到达了 M 点，此时在磁场中运动的轨道半径为 r_n，速度为 v_n，根据牛顿第二定律和洛伦兹力大小公式有：$qv_nB=m\frac{v_n^2}{r}$

根据几何关系有：$L=2nr_n\sin30°+\frac{nd}{\tan30°}$

解得：$v_n=\frac{qB}{m}(\frac{L}{n}-\sqrt{3}d)$

由于粒子经过上方的磁场区域一次，恰好到达 P 点，因此粒子不可能只经过上方一次射出后直接到达 M 点，因此有：$n\geq2$

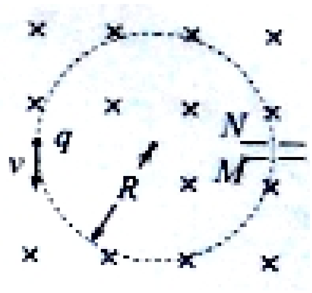
又因为，粒子必须能够经过磁场改变其运动速度的方向才能到达 M 点，因此满足 $n<\frac{L}{d}\tan30°=\frac{\sqrt{3}L}{3d}$

所以：$v_n=\frac{qB}{m}(\frac{L}{n}-\sqrt{3}d)$(其中 $2\leq n<\frac{\sqrt{3}L}{3d}$，且 n 为整数)

【考点定位】本题主要考查了带电粒子在有界磁场中的运动问题，属于中档偏高题。

112.(2014·天津卷)同步加速器在粒子物理研究中有重要的应用，其基本原理简化为如图所示的模型。M、N 为两块中心开有小孔的平行金属板。质量为 m、电荷量为+q 的粒子 A(不计重力)从 M 板小孔飘入板间，初速度可视为零，每当 A 进入板间，两板的电势差变为 U，粒子得到加速，当 A 离开 N 板时，两板的电荷量均立即变为零。两板外部存在垂直纸面向里的匀强磁场，A 在磁场作用下做半径

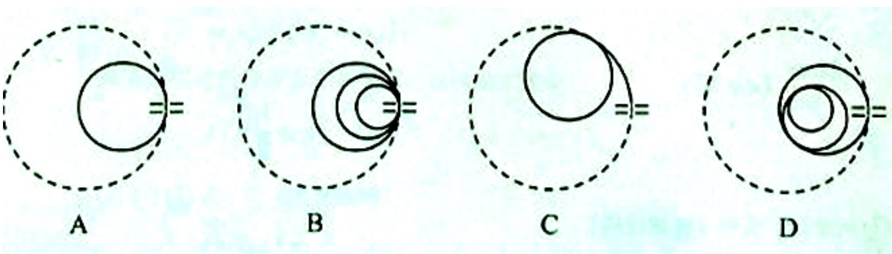
为 R 的圆周运动，R 远大于板间距离，A 经电场多次加速，动能不断增大，为使 R 保持不变，磁场必须相应地变化。不计粒子加速时间及其做圆周运动产生的电磁辐射，不考虑磁场变化对粒子速度的影响及相对论效应。求



(1)A 运动第 1 周时磁场的磁感应强度 B_1 的大小；

(2)在 A 运动第 n 周的时间内电场力做功的平均功率 $\overline{P}_n$；

(3)若有一个质量也为 m、电荷量为+kq(k 为大于 1 的整数)的粒子 B(不计重力)与 A 同时从 M 板小孔飘入板间，A、B 初速度均可视为零，不计两者间的相互作用，除此之外，其他条件均不变，下图中虚线、实线分别表示 A、B 的运动轨迹。在 B 的轨迹半径远大于板间距离的前提下，请指出哪个图能定性地反映 A、B 的运动轨迹，并经推导说明理由。



【答案】(1) $B_1=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$；(2) $\overline{P_n}=\frac{qU}{\pi R}\sqrt{\frac{nqU}{2m}}$；(3)A 图能定性地反映 A、B 运动的轨迹；

【解析】

试题分析：(1)设 A 经电场第 1 次加速后速度为 v_1，由动能定理得 $qU=\frac{1}{2}mv_1^2-0$

①

A 在磁场中做匀速圆周运动，所受洛伦兹力充当向心力 $qv_1B_1=m\frac{v_1^2}{R}$ ②

联立解得： $B_1=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$ ③

(2)设 A 经 n 次加速后的速度为 v_n，由动能定理得 $nqU=\frac{1}{2}mv_n^2-0$ ④

设 A 做第 n 次圆周运动的周期为 T_n，有 $T_n=\frac{2\pi R}{v_n}$ ⑤

设在 A 运动第 n 周的时间内电场力做功为 W_n，则 $W_n=qU$ ⑥

在该段时间内电场力做功的平均功率为 $\overline{P_n}=\frac{W_n}{T_n}$ ⑦

联立解得： $\overline{P_n}=\frac{qU}{\pi R}\sqrt{\frac{nqU}{2m}}$ ⑧

(3)A 图能定性地反映 A、B 运动的轨迹。

A 经地 n 加速后，设其对应的磁感应强度为 B_n，A、B 的周期分别为 T_n、T'，综合②⑤式并分别应用 A、B 的数据得 $T_n=\frac{2\pi m}{qB_n}$， $T'=\frac{2\pi m}{kqB_n}=\frac{T_n}{k}$

由上可知，T_n 是 T'的 k 倍，所以 A 每绕得 1 周，B 就绕行 k 周。由于电场只在 A 通过时存在，故 B 仅在与 A 同时进入电场时才被加速。

经 n 次加速后，A、B 的速度分别为 v_n、v_n'，结合④式有

$$v_n=\sqrt{\frac{2nqU}{m}}$$

$$v_n' = \sqrt{\frac{2nkqU}{m}} = \sqrt{k}v_n$$

由题设条件并结合⑤式，对 A 有

$$T_n v_n = 2\pi R$$

设 B 的轨迹半径为 R'，有

$$T_n' v_n' = 2\pi R'$$

比较以上两式得

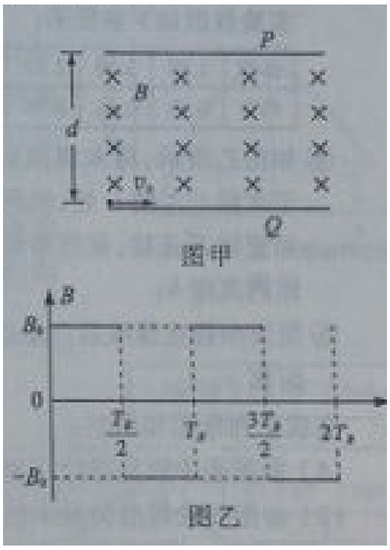
$$R' = \frac{R}{\sqrt{k}}$$

上式表明，运动过程 B 的轨迹半径始终不变。

由以上分析可知，两粒子运动的轨迹如图 A 所示。

【考点定位】带电粒子在电场、磁场中的运动、动能定理、平均功率

113.(2014·山东卷·T24)如图甲所示，间距为 d、垂直于纸面的两平行板 P、Q 间存在匀强磁场。取垂直于纸面向里为磁场的正方向，磁感应强度随时间的变化规律如图乙所示。t=0 时刻，一质量为 m、带电荷量为+q 的粒子(不计重力)，以初速度 v_0 由 Q 板左端靠近板面的位置，沿垂直于磁场且平行于板面的方向射入磁场区。当 B_0 和 T_B 取某些特定值时，可使 $t=0$ 时刻入射的粒子经 Δt 时间恰能垂直打在 P 板上(不考虑粒子反弹)。上述 m、q、d、v_0 为已知量。



(1) 若 $\Delta t=\frac{1}{2}T_B$， 求 B_0 ；

(2) 若 $\Delta t=\frac{3}{2}T_B$， 求粒子在磁场中运动时加速度的大小；

(3) 若 $B_0=\frac{4mv_0}{qd}$， 为使粒子仍能垂直打在 P 板上， 求 T_B 。

【答案】(1) $B_0=\frac{mv_0}{qd}$ (2) $a=\frac{3v_0^2}{d}$ ；(3) $T_B=\frac{\pi d}{3v_0}$ 或 $T_B=(\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{1}{4})\frac{d}{2v_0}$

【解析】

试题分析：(1)设粒子做匀速圆周运动的半径 R_1， 由牛顿第二定律得 $qv_0B_0=\frac{mv_0{}^2}{R_1}$

①

据题意由几何关系得 $R_1=d$　　②

联立①②式得 $B_0=\frac{mv_0}{qd}$　　③

(2)设粒子做圆周运动的半径为 R_2， 加速度大小为 a， 由圆周运动公式得 $a=\frac{v_0^2}{R_2}$

④

据题意由几何关系得 $3R_2 = d$ ⑤

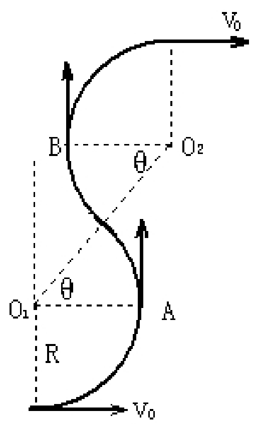
联立④⑤式得 $a = \dfrac{3v_0^2}{d}$ ⑥

(3)设粒子做圆周运动的半径为 R，周期为 T，由圆周运动公式得 $T = \dfrac{2\pi R}{v_0}$ ⑦

由牛顿第二定律得 $qv_0B_0 = \dfrac{mv_0^2}{R}$ ⑧

由题意知 $B_0 = \dfrac{4mv_0}{qd}$，代入⑧式得 d＝4R⑨

粒子运动轨迹如图所示，O_1、O_2 为圆心，O_1、O_2 连线与水平方向夹角为 θ，在每个 T_B 内，只有 A、B 两个位置才有可能垂直击中 P 板，且均要求 $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$，由题意可知



$$\frac{\frac{\pi}{2}+\theta}{2\theta}T = \frac{T_B}{2}$$ ⑩

设经历完整 T_N 的个数为 n ($n = 0$，1，2，3……)

若在 A 点击中 P 板，据题意由几何关系得

$R+2(R+R\sin\theta)n=d$ ⑪

当 n=0 时，无解 ⑫

当 n=1 时联立⑨⑪式得 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 或($\sin\theta=\frac{1}{2}$) ⑬

联立⑦⑨⑩⑬式得 $TB=\frac{\pi d}{3v_0}$ ⑭

当 $n\geq 2$ 时，不满足 $0<\theta<90^0$ 的要求 ⑮

若在 B 点击中 P 板，据题意由几何关系得 $R++2R\sin\theta+2(R+R\sin\theta)n=d$ ⑯

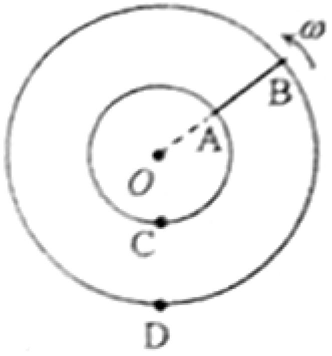
当 $n=0$ 时无解 ⑰

当 $n=1$ 时，联立⑨⑯式得 $\theta=\arcsin\frac{1}{4}$ 或($\sin\theta=\frac{1}{4}$) ⑱

联立⑦⑨⑩⑱式得 $T_B=(\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{1}{4})\frac{d}{2v_0}$ ⑲

当 $n\geq 2$ 时，不满足 $0<\theta<90^0$ 的要求 ⑳

114.(2014·新课标全国卷II)半径分别为 r 和 2r 的同心圆形导轨固定在同一水平面上，一长为 r，质量为 m 且质量分布均匀的直导体棒 AB 置于圆导轨上面，BA 的延长线通过圆导轨的中心 O，装置的俯视图如图所示；整个装置位于一匀强磁场中，磁感应强度的大小为 B，方向竖直向下；在内圆导轨的 C 点和外圆导轨的 D 点之间接有一阻值为 R 的电阻(图中未画出)。直导体棒在水平外力作用下以角速度 ω 绕 O 逆时针匀速转动，在转动过程中始终与导轨保持良好接触。设导体棒与导轨之间的动摩擦因数为 μ，导体棒和导轨的电阻均可忽略，重力加速度大小为 g，求：(1)通过电阻 R 的感应电流的方向和大小；(2)外力的功率。



【答案】(1) $I=\dfrac{3\omega Br^2}{2R}$ (2) $P=\dfrac{3}{2}\mu mg\omega r+\dfrac{9\omega^2B^2r^4}{4R}$

【解析】

试题分析：(1)在Δt时间内，导体棒扫过的面积为：$\Delta S=\dfrac{1}{2}\omega\Delta t\left[(2r)^2-r^2\right]$ ①

根据法拉第电磁感应定律，导体棒产生的感应电动势大小为：$\varepsilon=\dfrac{B\Delta S}{\Delta t}$

②

根据右手定则，感应电流的方向是从B端流向A端，因此流过导体R的电流方向是从C端流向D端；由欧姆定律流过导体R的电流满足; $I=\dfrac{\varepsilon}{R}$ ③

联立①②③可得：$I=\dfrac{3\omega Br^2}{2R}$ ④

(2)在竖直方向有：mg-2N=0 ⑤

式中，由于质量分布均匀，内外圆导轨对导体棒的正压力相等，其值为N，两导轨对运动的导体棒的滑动摩擦力均为：$f=\mu N$ ⑥

在Δt时间内，导体棒在内外圆导轨上扫过的弧长分别为：$l_1=r\omega\Delta t$ ⑦

和$l_2=2r\omega\Delta t$ ⑧

克服摩擦力做的总功为：$W_f = f(l_1 + l_2)$ ⑨

在 Δt 时间内，消耗在电阻 R 上的功为：$W_R = I^2 R\Delta t$ ⑩

根据能量转化和守恒定律，外力在 Δt 时间内做的功为：$W = W_f + W_R$(11)

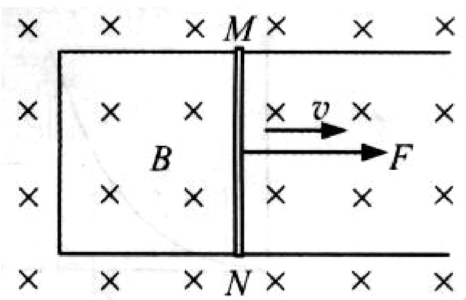
外力的功率为：$P = \dfrac{W}{\Delta t}$(12)

由④至(12)式可得：$P = \dfrac{3}{2}\mu mg\omega r + \dfrac{9\omega^2 B^2 r^4}{4R}$(13)

【考点定位】法拉第电磁感应定律；电功率及能量守恒定律。

【知识拓展】此题是法拉第电磁感应定律的应用问题；明确问题中各种能量之间的转化关系是解题的关键，要知道摩擦力的功等于摩擦力与路程的乘积。

115.(2014·北京卷)导体切割磁感线的运动可以从宏观和微观两个角度来认识。如图所示，固定于水平面的 U 形导线框处于竖直向下的匀强磁场中，金属直导线 MN 在与其垂直的水平恒力 F 的作用下，在导线框上以速度 v 做匀速运动，速度 v 与恒力 F 方向相同，导线 MN 始终与导线框形成闭合电路，已知导线 MN 电阻为 R，其长度 L，恰好等于平行轨道间距，磁场的磁感应强度为 B，忽略摩擦阻力和导线框的电阻。



(1)通过公式推导验证：在时间内Δt，F 对导线 MN 所做的功 W 等于电路获得的电能W'，也等于导线 MN 中产生的焦耳热 Q。

(2)若导线的质量 m=8.0g，长度 L=0.1m，感应电流 I=1.0A，假设一个原子贡献 1 个自由电子，计算导线 MN 中电子沿导线长度方向定向移动的平均速率 v(下表中列出了一些你可能用到的数据)。

阿伏加德罗常数 N_A	$6.0\times10^{23}\ mol^{-1}$
元电荷 e	$1.6\times10^{-19}\ C$
导线 MN 的摩尔质量 μ	$6.0\times10^{-2}\ kg/mol$

(3)经典物理学认为，金属的电阻源于定向运动自由电子和金属离子(金属原子失去电子后剩余部分)的碰撞，展开你想象的翅膀，给出一个合理的自由电子运动模型：在此基础上，求出导线 MN 中金属离子对一个自由电子沿导线长度方向的平均作用力$\overline{f}$的表达式。

【答案】(1)见解析(2) $7.8\times10^{-6}m/s$ (3) $\overline{f}=eBv$

【解析】

试题分析：

(1)导线运动时产生的感应电动势为$E=BLv$,

导线中的电流为$I=\dfrac{E}{R}$，[

导线受到的安培力为$F_{安}=BIL=\dfrac{B^2L^2v}{R}$,

物体匀速运动，拉力和安培力相等，所以拉力为$F=F_{安}=\dfrac{B^2L^2v}{R}$,

拉力 F 做功$W=F\Delta x=Fv\Delta t$， 将 F 代入得到$W=\dfrac{B^2L^2v^2}{R}\Delta t$[

电能为$W_{电}=EI\Delta t=\dfrac{B^2L^2v^2}{R}\Delta t$，

产生的焦耳热为$Q=I^2R\Delta t=\dfrac{B^2L^2v^2}{R}\Delta t$， 由此可见$W=W_{电}=Q$

(2)导线 MN 中的总电子数 N=$N_A\dfrac{m}{\mu}$， [

导线 MN 中电子的电量为$q=Ne$

通过导线的电流为$I=\dfrac{q}{t}$

这些电量通过导线横截面积的时间为$t=\dfrac{L}{v_e}$[

联立以上各式得$v_e=\dfrac{\mu IL}{emN_A}=7.8\times10^{-6}\text{m/s}$

(3)方法一：动量解法

设电子在每一次碰撞结束至下一次碰撞结束之间的运动都相同，设经历的时间为Δt， 电子的动量变化为零。

因为导线 MN 的运动，电子受到沿导线方向的洛伦兹力为 $f_{洛}$ 的作用，有 $f_{洛}=evB$

沿导线方向， 电子只受到金属离子的作用力和 $f_{洛}$ 作用， 所以 $f_{洛}\Delta t-\overline{f}\Delta t=0$

联立解得电子受到的平均作用力为$\overline{f}=eBv$

方法二：能量解法

设电子从导线的一端到达另一端经历的时间为 t，在这段时间内，通过导线一端的电子总数为$N=\frac{It}{e}$

电阻上产生的焦耳热是由于克服金属离子对电子的平均作用力做功而产生的，有$W=Q$

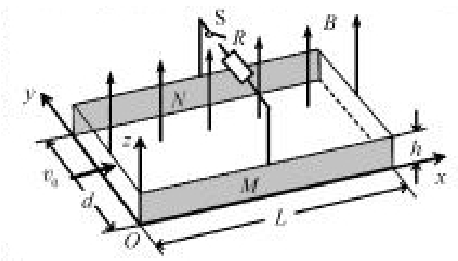
在 t 时间内电子运动过程中克服阻力所做的功，可以表示为$W=N\overline{f}L$

电流产生的焦耳热为：$Q=BILvt$

联立解得$\overline{f}=eBv$

【考点定位】电磁感应、能量守恒定律的综合考查

116.(2014·福建卷·T22)如图，某一新型发电装置的发电管是横截面为矩形的水平管道，管道的长为 L、宽度为 d、高为 h，上下两面是绝缘板，前后两侧面 M、N 是电阻可忽略的导体板，两导体板与开关 S 和定值电阻 R 相连。整个管道置于磁感应强度大小为 B，方向沿 z 轴正方向的匀强磁场中。管道内始终充满电阻率为 ρ 的导电液体(有大量的正、负离子)，且开关闭合前后，液体在管道进、出口两端压强差的作用下，均以恒定速率 v_0 沿 x 轴正向流动，液体所受的摩擦阻力不变。



(1)求开关闭合前，M、N 两板间的电势差大小 U_0；

(2)求开关闭合前后，管道两端压强差的变化 Δp；

(3)调整矩形管道的宽和高，但保持其它量和矩形管道的横截面 S=dh 不变，求电阻 R 可获得的最大功率 P_m 及相应的宽高比 d/h 的值。

【答案】(1)$U_0=Bqv_0$ (2)$\Delta p=\dfrac{Ldv_0B^2}{LhR+d\rho}$ (3) $p_m=\dfrac{LSv_0^2B^2}{4\rho}$

【解析】

试题分析：(1)设带电离子所带的电量位 q，当其所受的洛伦兹力与电场力平衡时，U_0 保持恒定，有

$$Bqv_0=q\frac{U_0}{d}$$

得：$U_0=Bqv_0$

(2)设开关闭合前后，管道两端压强差分别为 p_1、p_2，液体所受的摩擦阻力均为 f,开关闭合后管道内液体受到的安培力为 F 安，有：$p_1hd=f$，$p_2hd=f+F_{安}$，$F_{安}=Bid$

根据欧姆定律，有 $I=\dfrac{U_0}{R+r}$

两道题板间液体的电阻 $r=\rho\dfrac{d}{Lh}$

联立解得：$\Delta p=\dfrac{Ldv_0B^2}{LhR+d\rho}$

(3)电阻 R 获得的功率为：$p=I^2R,p=\left(\dfrac{BLv_0}{\frac{LR}{d}+\frac{\rho}{h}}\right)^2R$，当 $\dfrac{d}{h}=\dfrac{LR}{\rho}$ 时

电阻 R 获得的最大功率 $p_m=\dfrac{LSv_0^2B^2}{4\rho}$

【考点定位】本题考查洛伦兹力、欧姆定律、电功率

117.(2014·安徽卷)如图 1 所示，匀强磁场的磁感应强度 B 为 0.5T.其方向垂直于倾角θ为 30°的斜面向上。绝缘斜面上固定有∧形状的光滑金属导轨 MPN(电阻忽略不计)，MP 和 NP 长度均为 2.5m，MN 连线水平，长为 3m。以 MN 中点 O 为原点、OP 为 x 轴建立一维坐标系 Ox。一根粗细均匀的金属杆 CD, 长度 d 为 3m、质量 m 为 1kg、电阻 R 为 0.3Ω, 在拉力 F 的作用下, 从 MN 处以恒定的速度 v=1m/s，在导轨上沿 x 轴正向运动(金属杆与导轨接触良好)。g 取 10m/s^2。

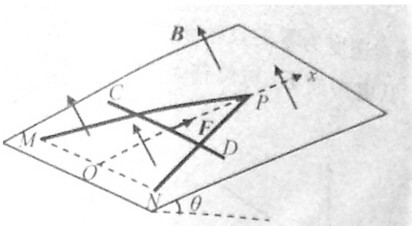


图 1

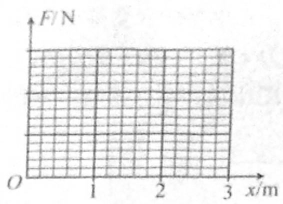


图 2

(1)求金属杆 CD 运动过程中产生产生的感应电动势 E 及运动到$x=0.8m$处电势差U_{CD}；

(2)推导金属杆 CD 从 MN 处运动到 P 点过程中拉力 F 与位置坐标 x 的关系式, 并在图 2 中画出 F-x 关系图象；

(3)求金属杆 CD 从 MN 处运动到 P 点的全过程产生的焦耳热。

【答案】(1) $E=1.5\text{V}$，$U_{CD}=-0.6\text{V}$；(2) $F=12.5-3.75x$ (0≤x≤2)；(3) $Q=7.5\text{J}$

【解析】

试题分析：

(1)金属杆 CD 在匀速运动过程中产生的感应电动势

$E=Blv$ (l=d) $E=1.5\text{V}$ (D 点电势高)

当 x=0.8m 时，金属杆在导轨间的电势差为零，设此时杆在导轨外的长度为 $l_{外}$ 则

$$l_{外}=d\frac{OP-x}{OP}d \qquad OP=\sqrt{MP^2-\left(\frac{MN}{2}\right)^2} \qquad 得 \quad l_{外}=1.2\text{m}$$

由楞次定律判断 D 点电势高，故 CD 两端电势差

$$U_{CD}=-Bl_{外}v \qquad U_{CD}=-0.6\text{V}$$

(2)杆在导轨间的长度 l 与位置 x 关系是 $l=\frac{OP-x}{OP}d=3-\frac{3}{2}x$

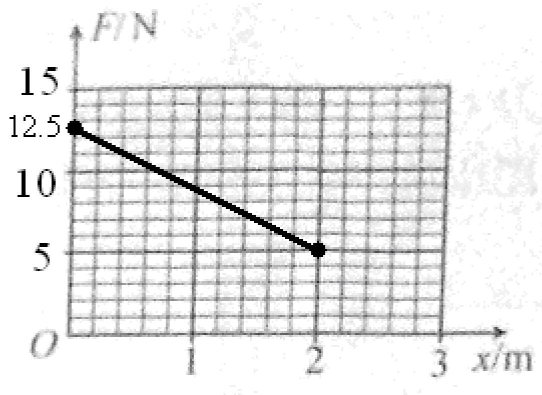
对应的电阻 R_l 为 $R_l=\frac{l}{d}R$ 电流 $I=\frac{Blv}{R_l}$

杆受的安培力 $F_{安}$ 为 $F_{安}=BIl=7.5-3.75x$

根据平衡条件得 $F=F_{安}+mg\sin\theta$

$F=12.5-3.75x$ (0≤x≤2)

画出的 F-x 图象如图所示。



(3)外力 F 所做的功 W_F 等于 F-x 图线下所围的面积，即

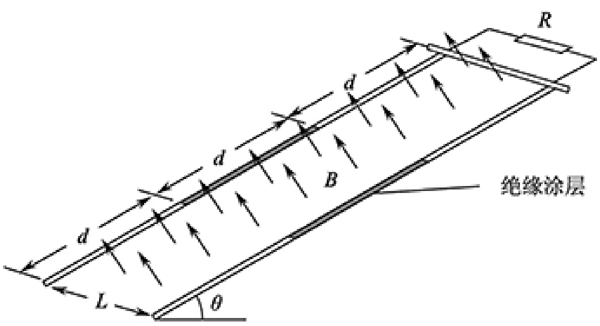
$$W_F=\frac{5+12.5}{2}\times 2\text{J}=17.5\text{J}$$

而杆的重力势能增加量　　$\Delta E_P=mg\overline{OP}\sin\theta$

故全过程产生的焦耳热　　$Q=W_F-\Delta E_P=7.5\text{J}$

【考点定位】电磁感应现象、能量守恒定律

118.(2014·江苏卷)如图所示，在匀强磁场中有一倾斜的平行金属导轨，导轨间距为 L，长为 3d，导轨平面与水平面的夹角为 θ，在导轨的中部刷有一段长为 d 的薄绝缘涂层。匀强磁场的磁感应强度大小为 B，方向与导轨平面垂直。质量为 m 的导体棒从导轨的顶端由静止释放，在滑上涂层之前已经做匀速运动，并一直匀速滑到导轨底端。导体棒始终与导轨垂直，且仅与涂层间有摩擦，接在两导轨间的电阻为 R，其他部分的电阻均不计，重力加速度为 g。求：



(1)导体棒与涂层间的动摩擦因数 μ；

(2)导体棒匀速运动的速度大小 v；

(3)整个运动过程中，电阻产生的焦耳热 Q。

【答案】(1)$\mu=\tan\theta$；(2)$v=\dfrac{mgR\sin\theta}{B^2L^2}$；(3)$Q=2mgd\sin\theta-\dfrac{m^3g^2R^2\sin^2\theta}{2B^4L^4}$

【解析】

试题分析：(1)导体棒在绝缘涂层上滑动时，受重力 mg、导轨的支持力 N 和滑动摩擦力 f 作用，根据共点力平衡条件有：$mg\sin\theta = f$，$N = mg\cos\theta$

根据滑动摩擦定律有：$f = \mu N$

联立以上三式解得：$\mu = \tan\theta$

(2)导体棒在光滑导轨上滑动时，受重力 mg、导轨的支持力 N 和沿导轨向上的安培力 F_A 作用，根据共点力平衡条件有：$F_A = mg\sin\theta$

根据安培力大小公式有：$F_A = ILB$

根据闭合电路欧姆定律有：$I = \frac{E}{R}$

根据法拉第电磁感应定律有：$E = BLv$

联立以上各式解得：$v = \frac{mgR\sin\theta}{B^2L^2}$

(3)由题意可知，只有导体棒在导轨光滑段滑动时，回路中有感应电流产生，因此对导体棒在第 1、3 段 d 长导轨上滑动的过程，根据能量守恒定律有：$Q = 2mgd\sin\theta - \frac{1}{2}mv^2$

解得：$Q = 2mgd\sin\theta - \frac{m^3g^2R^2\sin^2\theta}{2B^4L^4}$

【考点定位】本题主要考查了共点力平衡条件、安培力大小公式、闭合电路欧姆定律、法拉第电磁感应定律、能量守恒定律的应用问题，属于中档题。

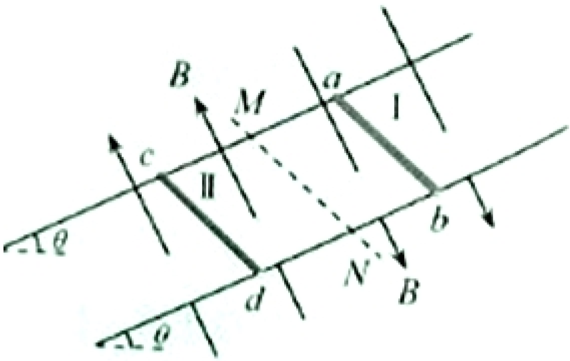
119.(2014·天津卷)如图所示，两根足够长的平行金属导轨固定在倾角 $\theta = 30^0$ 的斜面上，导轨电阻不计，间距 L=0.4m，导轨所在空间被分成区域 I 和 II，两区域

的边界与斜面的交线为 MN，I 中的匀强磁场方向垂直斜面向下，II 中的匀强磁场方向垂直斜面向上，两磁场的磁感应强度大小均为 B=0.5T。在区域 I 中，将质量 $m_1=0.1\text{kg}$，电阻 $R_1=0.1\Omega$ 的金属条 ab 放在导轨上，ab 刚好不下滑。然后，在区域 II 中将质量 $m_2=0.4\text{kg}$，电阻 $R_2=0.1\Omega$ 的光滑导体棒 cd 置于导轨上，由静止开始下滑，cd 在滑动过程中始终处于区域 II 的磁场中，ab、cd 始终与导轨垂直且两端与导轨保持良好接触，取 $g=10\text{m/s}^2$，问

(1)cd 下滑的过程中，ab 中的电流方向；

(2)ab 刚要向上滑动时，cd 的速度 v 多大？

(3)从 cd 开始下滑到 ab 刚要向上滑动的过程中，cd 滑动的距离 x=3.8m，此过程中 ab 上产生的热量 Q 是多少？



【答案】(1)由 a 流向 b；(2) $v=5\text{m/s}$；(3) $Q=1.3\text{J}$；

【解析】

试题分析：(1)由右手定则可以判断电流方向由 a 流向 b

(2)开始放置 ab 刚好不下滑时，ab 所受摩擦力为最大摩擦力，设其为 F_{max}，有

$F_{\max}=m_1 g\sin\theta$ ①

设 ab 刚好要上滑时，cd 棒的感应电动势为 E，由法拉第电磁感应定律有

$E = BLv$ ②

设电路中的感应电流为 I，由闭合电路欧姆定律有

$I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ ③

设 ab 所受安培力为 F 安，有

$F_{安} = BIL$ ④

此时 ab 受到的最大静摩擦力方向沿斜面向下，由平衡条件有

$F_{安} = m_1 g\sin\theta + F_{\max}$ ⑤

综合①②③④⑤式，代入数据解得

$v = 5\mathrm{m/s}$ ⑥

(3)设 cd 棒的运动过程中电路中产生的总热量为 $Q_{总}$，由能量守恒有

$m_2 gx\sin\theta = Q_{总} + \dfrac{1}{2}m_2 v^2$ ⑦

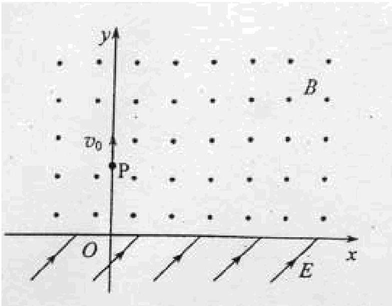
又 $Q = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}Q_{总}$ ⑧

解得 $Q = 1.3\mathrm{J}$ ⑨

【考点定位】共点力平衡、法拉第电磁感应定律、闭合电路欧姆定律、能量守恒定律、串并联电路特点

120.(2014·海南卷)如图，在 x 轴上方存在匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直于纸面向外；在 x 轴下方存在匀强电场，电场方向与 xOy 平面平行，且与 x 轴成 45°夹角。一质量为 m、电荷量为 q(q>0)的粒子以初速度 v_0 从 y 轴上的 P 点

沿 y 轴正方向射出，一段时间后进入电场，进入电场时的速度方向与电场方向相反；又经过一段时间 T_0，磁场的方向变为垂直于纸面向里，大小不变。不计重力。



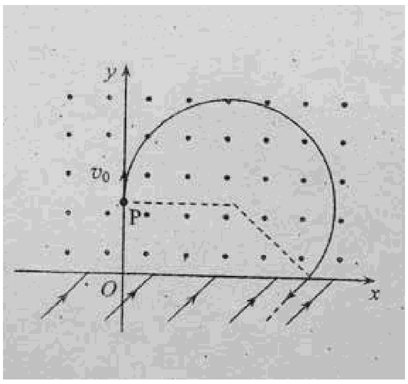
(1)求粒子从 P 点出发至第一次到达 x 轴时所需时间；

(2)若要使粒子能够回到 P 点，求电场强度的最大值。

【答案】(1) $t_1=\dfrac{5\pi m}{4qB}$　(2) $E=\dfrac{2mv_0}{qT_0}$

【解析】

试题分析：(1)带电粒子在磁场中做圆周运动，设运动半径为 R，运动周期为 T，根据洛仑兹力公式及圆周运动规律，有



$$qv_0B=\frac{mv_0^2}{R}\qquad ①$$

$$T=\frac{2\pi R}{v_0}$$ ②

依题意，粒子第一次到达 x 轴时，运动转过的角度为$\frac{5}{4}\pi$，所需时间t_1为$t_1=\frac{5}{8}T$

③

联立①②③式得$t_1=\frac{5\pi m}{4qB}$ ④

(2)粒子进入电场后，先做匀减速运动，直到速度减小到 0；然后沿原路返回做匀加速运动，到达 x 轴时速度大小仍为v_0。设粒子在电场中运动的总时间为t_2，加速度大小为 a，电场强度大小为 E，有$qE=ma$ ⑤ $v_0=\frac{1}{2}at_2$ ⑥

联立⑤⑥式得$t_2=\frac{2mv_0}{qE}$ ⑦

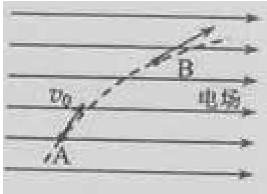
根据题意，要使粒子能够回到 P 点，必须满足$t_2\geq T_0$ ⑧

联立⑦⑧式得，电场强度的最大值为$E=\frac{2mv_0}{qT_0}$

考点：带电粒子在电磁场中的运动

【方法技巧】解决带电粒子在电磁场中的运动问题时，要深入细致的理解题意，并根据题干描述，找出关键位置，画出粒子的运动草图，灵活运用各种几何关系来求解。

121.(2015·全国新课标II卷·T 24)如图所示，一质量为 m、电荷量为 q(q>0)的例子在匀强电场中运动，A、B 为其运动轨迹上的两点。已知该粒子在 A 点的速度大小为 v_0，方向与电场方向的夹角为 60°；它运动到 B 点时速度方向与电场方向的夹角为 30°。不计重力。求 A、B 两点间的电势差。



【答案】$U_{AB}=\dfrac{mv_0^2}{q}$

【解析】设带电粒子在 B 点的速度大小为 v_B，粒子在垂直于电场方向的速度分量不变，即

$v_B\sin30°=v_0\sin60°$

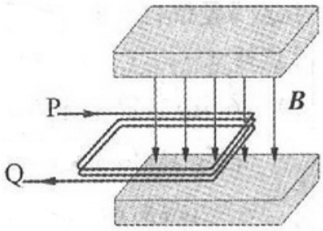
由此得 $v_B=\sqrt{3}v_0$

设 A、B 两点间的电热差为 U_{AB}，由动能定理有：$qU_{AB}=\dfrac{1}{2}mv_B^2-\dfrac{1}{2}mv_A^2$

解得 $U_{AB}=\dfrac{mv_0^2}{q}$

【考点定位】动能定理；带电粒子在电场中运动

122.(2015·重庆卷·T7)音圈电机是一种应用于硬盘、光驱等系统的特殊电动机.题 7 图是某音圈电机的原理示意图，它由一对正对的磁极和一个正方形刚性线圈构成，线圈边长为 L，匝数为 n，磁极正对区域内的磁感应强度方向垂直于线圈平面竖直向下，大小为 B，区域外的磁场忽略不计.线圈左边始终在磁场外，右边始终在磁场内，前后两边在磁场内的长度始终相等.某时刻线圈中电流从 P 流向 Q，大小为 I.



题 7 图

（1）求此时线圈所受安培力的大小和方向。

（2）若此时线圈水平向右运动的速度大小为v，求安培力的功率.

【答案】(1) $F=nBIL$，方向水平向右；(2) $P=nBILv$

【解析】(1)线圈的右边受到磁场的安培力，共有n条边,

故 $F=n\cdot BIL=nBIL$

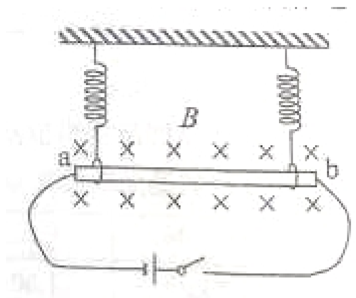
由左手定则，电流向外，磁场向下，安培力水平向右

(2)安培力的瞬时功率为 $P=F\cdot v=nBILv$

【考点定位】考查安培力、功率。

【方法技巧】三大定则和一个定律的运用通电受力用左手，运动生流用右手，磁生电和电生磁都用右手握一握。

123.(2015·全国新课标I卷·T24)如图，一长为10cm的金属棒ab用两个完全相同的弹簧水平地悬挂在匀强磁场中；磁场的磁感应强度大小为0.1T，方向垂直于纸面向里；弹簧上端固定，下端与金属棒绝缘，金属棒通过开关与一电动势为12V的电池相连，电路总电阻为2Ω。已知开关断开时两弹簧的伸长量均为0.5cm；闭合开关，系统重新平衡后，两弹簧的伸长量与开关断开时相比均改变了0.3cm，重力加速度大小取10m/s²。判断开关闭合后金属棒所受安培力的方向，并求出金属棒的质量。



【答案】$m=0.01kg$

【解析】金属棒通电后，闭合回路电流$I=\frac{U}{R}=\frac{12v}{2\Omega}=6A$

导体棒受到安培力$F=BIL=0.06N$

根据安培定则可判断金属棒受到安培力方向竖直向下

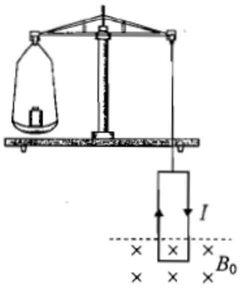
开关闭合前$2\times k\times 0.5\times 10^{-2}m=mg$

开关闭合后$2\times k\times (0.5+0.3)\times 10^{-2}m=mg+F$

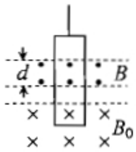
$m=0.01kg$

【考点定位】安培力

124.(2015·浙江卷·T24)小明同学设计了一个“电磁天平”，如图 1 所示，等臂天平的左臂为挂盘，右臂挂有矩形线圈，两臂平衡。线圈的水平边长 L=0.1m，竖直边长 H=0.3m，匝数为N_1。线圈的下边处于匀强磁场内，磁感应强度$B_0=1.0\text{T}$，方向垂直线圈平面向里。线圈中通有可在 0~2.0A 范围内调节的电流 I。挂盘放上待测物体后，调节线圈中电流使得天平平衡，测出电流即可测得物体的质量。(重力加速度取$g=10\text{m/s}^2$)



第 24 题图 1



第 24 题图 2

(1)为使电磁天平的量程达到 0.5kg，线圈的匝数 N_1 至少为多少

(2)进一步探究电磁感应现象，另选 $N_2=100$ 匝、形状相同的线圈，总电阻 $R=10\Omega$，不接外电流，两臂平衡，如图 2 所示，保持 B_0 不变，在线圈上部另加垂直纸面向外的匀强磁场，且磁感应强度 B 随时间均匀变大，磁场区域宽度 $d=0.1\text{m}$。当挂盘中放质量为 0.01kg 的物体时，天平平衡，求此时磁感应强度的变化率 $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$。

【答案】(1) $N_1=25$ 匝(2) $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}=0.1\text{T/s}$

【解析】(1)线圈受到安培力 $F=N_1B_0IL$ ①

天平平衡 $mg=N_1B_0IL$ ②

代入数据得 $N_1=25$ 匝 ③

(2)由电磁感应定律得 $E=N_2\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ④

$E=N_2\dfrac{\Delta B}{\Delta t}Ld$ ⑤

由欧姆定律得 $I'=\dfrac{E}{R}$ ⑥

线圈受到安培力 $F'=N_2B_0I'L$ ⑦

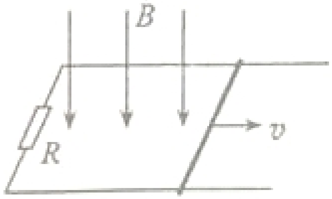
天平平衡 $mg'=N^2{}_2B_0\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{dL^2}{R}$ ⑧

代入数据可得 $\frac{\Delta B}{\Delta t}=0.1\text{T/s}$ ⑨

【考点定位】法拉第电磁感应，欧姆定律，安培力，

【方法技巧】该题的关键是分析好安培力的方向，列好平衡方程，基础题

125.(2015·海南卷·T13)如图，两平行金属导轨位于同一水平面上，相距l，左端与一电阻 R 相连；整个系统置于匀强磁场中，磁感应强度大小为 B，方向竖直向下。一质量为 m 的导体棒置于导轨上，在水平外力作用下沿导轨以速度v匀速向右滑动，滑动过程中始终保持与导轨垂直并接触良好。已知导体棒与导轨间的动摩擦因数为μ，重力加速度大小为 g，导轨和导体棒的电阻均可忽略。求



(1)电阻 R 消耗的功率；

(2)水平外力的大小。

【答案】(1) $P=\frac{B^2L^2v^2}{R}$ (2) $F=\frac{B^2l^2v}{R}+\mu mg$

【解析】(1)导体切割磁感线运动产生的电动势为 $E=BLv$，

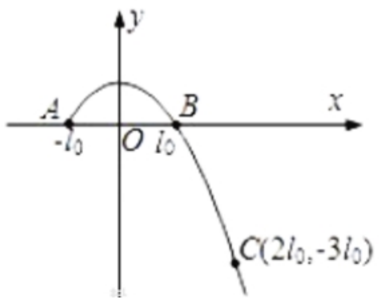
根据欧姆定律，闭合回路中的感应电流为 $I=\frac{E}{R}$

电阻 R 消耗的功率为 $P=I^2R$，联立可得 $P=\dfrac{B^2L^2v^2}{R}$

(2)对导体棒受力分析，受到向左的安培力和向左的摩擦力，向右的外力，三力平衡，故有 $F_{安}+\mu mg=F$，$F_{安}=BIl=B\cdot\dfrac{Blv}{R}\cdot l$，故 $F=\dfrac{B^2l^2v}{R}+\mu mg$

【考点定位】导体切割磁感线运动

126.(2015·安徽卷·T23)在 xOy 平面内，有沿 y 轴负方向的匀强电场，场强大小为 E(图中未画出)，由 A 点斜射出一质量为 m，带电荷量为+q 的粒子，B 和 C 是粒子运动轨迹上的两点，如图所示，其中 l_0 为常数。粒子所受重力忽略不计。求：



(1)粒子从 A 到 C 过程中电场力对它做的功；

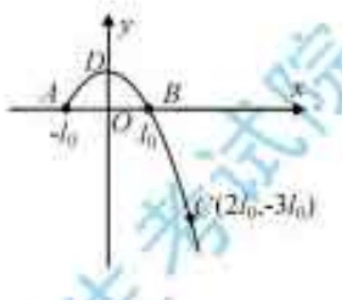
(2)粒子从 A 到 C 过程所经历的时间；

(3)粒子经过 C 点时的速率。

【答案】(1) $W_{AC}=3qEl_0$ (2) $t=3\sqrt{\dfrac{2ml_0}{qE}}$ (3) $v_C=\sqrt{\dfrac{17qEl_0}{2m}}$

【解析】(1) $W_{AC}=qE\left(y_A-y_C\right)=3qEl_0$。

(2)根据抛体运动的特点，粒子在 x 方向做匀速直线运动，由对称性可知轨迹最高点 D 在 y 轴上，可令$t_{AB}=t_{DB}=T$，则$t_{BC}=T$



由$qE=ma$，得$a=\dfrac{qE}{m}$

又$y_D=\dfrac{1}{2}aT^2$，$y_D+3l_0=\dfrac{1}{2}a(2T)^2$，解得$T=\sqrt{\dfrac{2ml_0}{qE}}$

则 A 到 C 过程所经历的时间$t=3\sqrt{\dfrac{2ml_0}{qE}}$

(3)粒子在 DC 段做平抛运动，于是有

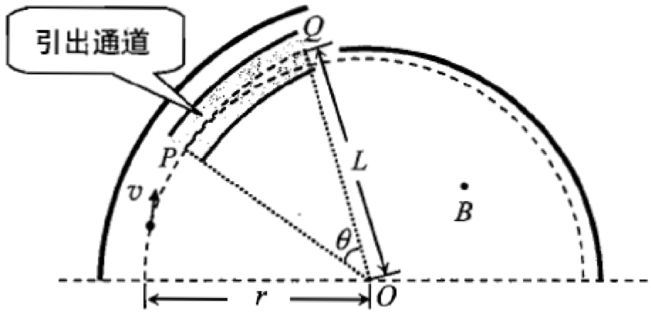
$2l_0=v_{Cx}(2T)$，$v_{Cy}=a(2T)$

$v_C=\sqrt{v_{Cx}^2+v_{Cy}^2}=\sqrt{\dfrac{17qEl_0}{2m}}$

考点：本题考查带电粒子在电场中的运动、抛体运动等知识

127.(2015·浙江卷·T25)使用回旋加速器的实验需要把离子束从加速器中引出，离子束引出的方法有磁屏蔽通道法和静电偏转法等。质量为 m，速度为 v 的离子在回旋加速器内旋转，旋转轨道时半径为 r 的圆，圆心在 O 点，轨道在垂直纸面向外的匀强磁场中，磁感应强度为 B。为引出离子束，使用磁屏蔽通道法设计引出器。引出器原理如图所示，一堆圆弧形金属板组成弧形引出通道，通道的圆心位

于O'点(O'点图中未画出)。引出离子时，令引出通道内磁场的磁感应强度降低，从而使离子从 P 点进入通道，沿通道中心线从 Q 点射出。已知 OQ 长度为 L。OQ 与 OP 的夹角为θ，



(1)求离子的电荷量 q 并判断其正负；

(2)离子从 P 点进入，Q 点射出，通道内匀强磁场的磁感应强度应降为B'，求B'

；

(3)换用静电偏转法引出离子束，维持通道内的原有磁感应强度 B 不变，在内外金属板间加直流电压，两板间产生径向电场，忽略边缘效应。为使离子仍从 P 点进入，Q 点射出，求通道内引出轨迹处电场强度 E 的方向和大小。

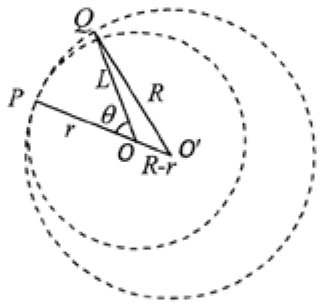
【答案】(1)$q=\dfrac{mv}{Br}$，正电荷(2)$\dfrac{mv(2r-2L\cos\theta)}{q(r^2+L^2-2rR\cos\theta)}$(3)

$E=Bv-\dfrac{mv^2(2r-2L\cos\theta)}{q(r^2+L^2-2rR\cos\theta)}$

【解析】(1)离子做圆周运动$Bqv=m\dfrac{v^2}{r}$　　①

解得$q=\dfrac{mv}{Br}$，正电荷　　②

(2)如图所示



$O'Q=R$，$OQ=L$，$O'O=R-r$

引出轨迹为圆弧 $B'qv=m\dfrac{v^2}{R}$ ③

解得 $R=\dfrac{mv}{B'q}$ ④

根据几何关系得 $R=\dfrac{r^2+L^2-2rR\cos\theta}{2r-2L\cos\theta}$ ⑤

解得 $B'=\dfrac{mv}{qR}=\dfrac{mv(2r-2L\cos\theta)}{q(r^2+L^2-2rR\cos\theta)}$ ⑥

(3)电场强度方向沿径向向外 ⑦

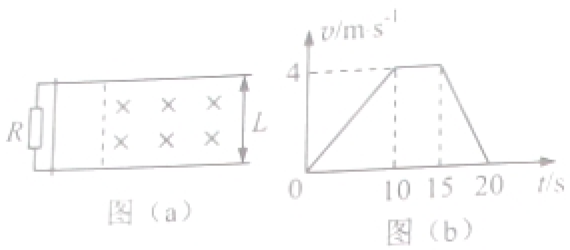
引出轨迹为圆弧 $Bqv-Eq=m\dfrac{v^2}{R}$ ⑧

解得 $E=Bv-\dfrac{mv^2(2r-2L\cos\theta)}{q(r^2+L^2-2rR\cos\theta)}$

【考点定位】回旋加速器，带电粒子在电磁场中的运动

128.(2015·上海卷·T32)如图(a)两相距 L=0.5m 的平行金属导轨固定于水平面上，导轨左端与阻值 R=2Ω 的电阻连接，导轨间虚线右侧存在垂直导轨平面的匀强磁场，质量 m=0.2kg 的金属杆垂直于导轨上，与导轨接触良好，导轨与金属杆的电阻可忽略，杆在水平向右的恒定拉力作用下由静止开始运动，并始终与导轨垂直

，其 v-t 图像如图(b)所示，在 15s 时撤去拉力，同时使磁场随时间变化，从而保持杆中电流为 0，求：



(1)金属杆所受拉力的大小为 F；

(2)0-15s 匀强磁场的磁感应强度大小为 B_0 ；

(3)15-20s 内磁感应强度随时间的变化规律。

【答案】(1)0.24N；(2)0.4T；(3) $B(t)=\dfrac{20}{50-(t-15)(t-25)}T$

【解析】(1)由 v-t 关系图可知在 0-10s 时间段杆尚未进入磁场，因此

$F-\mu mg=ma_1$

由图可知 $a_1=0.4m/s^2$

同理可知在 15—20s 时间段杆仅有摩擦力作用下运动

$\mu mg=ma_2$

由图可知 $a_2=0.8m/s^2$

解得 F=0.24N

(2)在 10—15s 时间段杆在磁场中做匀速运动，因此有

$$F=\mu mg+\frac{B_0^2L^2v}{R}$$

以 F=0.24N，μmg=0.16N 代入

解得 $B_0=0.4T$

(3)由题意可知在 15—20s 时间段通过回路的磁通量不变，设杆在 15—20s 内运动距离为 d，15s 后运动的距离为 x

$B(t)L(d+x)=B_0Ld$

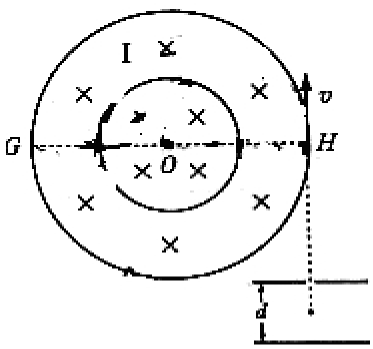
其中 d=20m

$x=4(t-15)-0.4(t-15)^2$

由此可得 $B(t)=\frac{B_0 d}{d+x}=\frac{20}{50-(t-15)(t-25)}T$

【考点定位】牛顿第二定律；导体棒切割磁感线

129.(2015·山东卷·T24)如图所示，直径分别为 D 和 2D 的同心圆处于同一竖直面内，O 为圆心，GH 为大圆的水平直径。两圆之间的环形区域(I区)和小圆内部(II区)均存在垂直圆面向里的匀强磁场。间距为 d 的两平行金属极板间有一匀强电场，上极板开有一小孔。一质量为 m，电量为+q 的粒子由小孔下方 d/2 处静止释放，加速后粒子以竖直向上的速度 v 射出电场，由点紧靠大圆内侧射入磁场。不计粒子的重力。



(1)求极板间电场强度的大小；

(2)若粒子运动轨迹与小圆相切，求区磁感应强度的大小；

(3)若I区，II区磁感应强度的大小分别为 2mv/qD，4mv/qD，粒子运动一段时间后再次经过 H 点，求这段时间粒子运动的路程。

【答案】(1) $\frac{mv^2}{qd}$ (2) $\frac{4mv}{qD}$ 或 $\frac{4mv}{3qD}$ (3)5.5πD

【解析】(1)粒子在电场中，根据动能定理：$Eq\cdot\frac{d}{2}=\frac{1}{2}mv^2$，解得 $E=\frac{mv^2}{qd}$

(2)若粒子的运动轨迹与小圆相切，则当内切时，半径为 $r_1=\frac{D-\frac{D}{2}}{2}=\frac{D}{4}$

有 $qvB_1=m\frac{v^2}{r_1}$，解得 $B=\frac{4mv}{qD}$

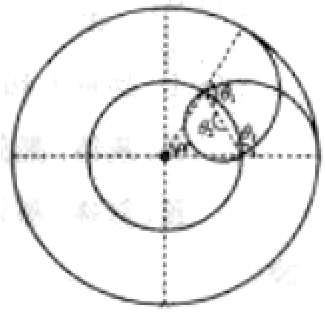
则当外切时，半径为 $r_2=\frac{2D-\frac{D}{2}}{2}=\frac{3D}{4}$

有 $qvB_1=m\frac{v^2}{r_2}$，解得 $B=\frac{4mv}{3qD}$

(3)若I区域的磁感应强度为 $B_1=\frac{2mv}{qD}$，则粒子运动的半径为 $R_1=\frac{mv}{qB_1}=\frac{D}{2}$；II区域的磁感应强度为 $B_2=\frac{4mv}{qD}$，则粒子运动的半径为 $R_2=\frac{mv}{qB_2}=\frac{D}{4}$；

设粒子在I区和II区做圆周运动的周期分别为 T_1、T_2，由运动公式可得：

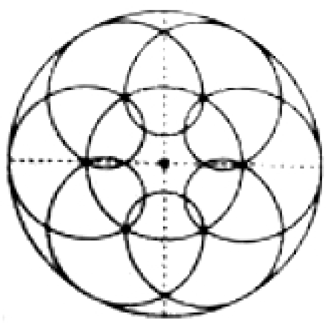
$T_1=\frac{2\pi R_1}{v_1}$；$T_2=\frac{2\pi R_2}{v_2}$



据题意分析，粒子两次与大圆相切的时间间隔内，运动轨迹如图所示，根据对称性可知，I区两段圆弧所对的圆心角相同，设为 θ_1，II区内圆弧所对圆心角为 θ_2，圆弧和大圆的两个切点与圆心 O 连线间的夹角设为 α，由几何关系可得：

$\theta_1=120^\circ$；$\theta_2=180^\circ$；$\alpha=60^\circ$

粒子重复上述交替运动回到 H 点，轨迹如图所示，设粒子在I区和II区做圆周运动的时间分别为 t_1、t_2，可得：$t_1=\dfrac{360^\circ}{\alpha}\times\dfrac{\theta_1\times 2}{360^\circ}T_1$；$t_2=\dfrac{360^\circ}{\alpha}\times\dfrac{\theta_2}{360^\circ}T_2$



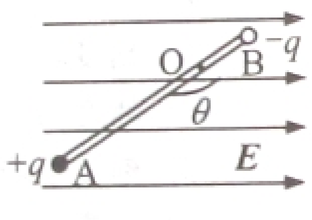
设粒子运动的路程为 s，由运动公式可知：$s=v(t_1+t_2)$

联立上述各式可得：$s=5.5\pi D$

【考点定位】带电粒子在匀强磁场中的运动；动能定理。

130.(2015·上海卷·T33)如图，在场强大小为 E、水平向右的匀强电场中，一轻杆可绕固定转轴 O 在竖直平面内自由转动。杆的两端分别固定两电荷量均为 q 的小球 A、B；A 带正电，B 带负电；A、B 两球到转轴 O 的距离分别为 2l、l，所受重

力大小均为电场力大小的$\sqrt{3}$倍，开始时杆与电场夹角为$\theta(90^0 \le \theta \le 180^0)$。将杆从初始位置由静止释放，以 O 点为重力势能和电势能零点。求：



(1)初始状态的电势能W_e；

(2)杆在平衡位置时与电场间的夹角α；

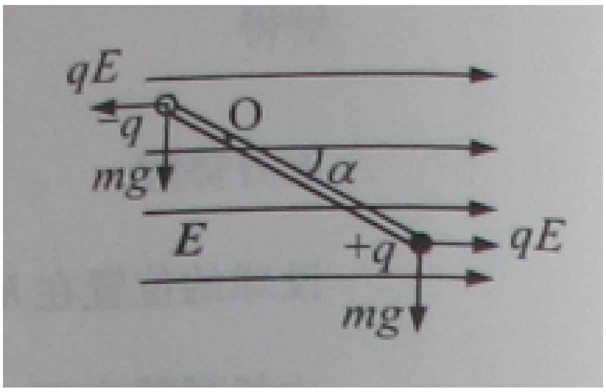
(3)杆在电势能为零处的角速度ω。

【答案】(1)-3qElcosθ；(2)30°；(3)当 θ<150°时，$\omega=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}(1-\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$；

当 θ≥150°时，$\omega=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}(1-\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$ 或 $\omega=\sqrt{\dfrac{-2\sqrt{3}(1+\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$

【解析】(1)初态：$W_e=qV_+ +(-q)V=q(V_+ -V_-)=-3qEl\cos\theta$

(2)平衡位置如图,



设小球的质量为 m，合力矩为

$3qEl\sin\alpha-mgl\cos\alpha=0$

由此得 $\tan\alpha=\frac{mg}{3qE}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

α=30°

(3)电势能为零时，杆处于竖直位置，当初始时 OA 与电场间夹角 θ=150°时，A 恰好能到达 O 正上方，在此位置杆的角速度为 0

当 θ<150°时，A 位于 O 正下方处电势能为零。

初态：W_e=—3qElcosθ，E_p=mglsinθ

末态：$W_e'=0$，$E_P'=-mgl$

能量守恒：$-3qEl\cos\theta-mgl\sin\theta=\frac{5}{2}ml^2\omega^2-mgl$

解得 $\omega=\sqrt{\frac{2mg(1-\sin\theta)-6qE\cos\theta}{5ml}}$

$\omega=\sqrt{\frac{2\sqrt{3}(1-\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$

当 θ≥150°时，电势能为 0 有两处，即 A 位于 O 正下方或正上方处

当 A 位于 O 正下方时，$\omega=\sqrt{\frac{2\sqrt{3}(1-\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$

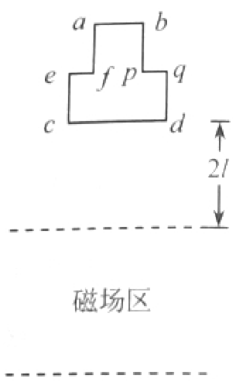
当 A 位于 O 正上方时，$\omega=\sqrt{\frac{-2mg(1+\sin\theta)-6qE\cos\theta}{5ml}}$

解得 $\omega=\sqrt{\frac{-2\sqrt{3}(1+\sin\theta)-6\cos\theta}{5\sqrt{3}l}g}$

考点：能量守恒定律；有固定转动轴物体平衡

【考点定位】能量守恒定律；有固定转动轴物体平衡

131.(2015·天津卷·T11)如图所示，凸字形硬质金属线框质量为 m，相邻各边互相垂直，且处于同一竖直平面内，ab 边长为 l，cd 边长为 2l，ab 与 cd 平行，间距为 2l。匀强磁场区域的上下边界均水平，磁场方向垂直于线框所在平面。开始时，cd 边到磁场上边界的距离为 2l，线框由静止释放，从 cd 边进入磁场直到 ef、pq 边进入磁场前，线框做匀速运动，在 ef、pq 边离开磁场后，ab 边离开磁场之前，线框又做匀速运动。线框完全穿过磁场过程中产生的热量为 Q。线框在下落过程中始终处于原竖直平面内，且 ab、cd 边保持水平，重力加速度为 g；求



(1)线框 ab 边将离开磁场时做匀速运动的速度大小是 cd 边刚进入磁场时的 几倍

(2)磁场上下边界间的距离 H

【答案】(1) $v_2=4v_1$ ；(2) $H=\frac{Q}{mg}+28l$

【解析】设磁场的磁感应强度大小写为 B，cd 边刚进入磁场时，线框做匀速运动的速度为 v_1, cd 边上的感应电动势为 E_1, 由法拉第电磁感应定律可得：$E_1=2Blv_1$

设线框总电阻为 R，此时线框中电流为 I_1，由闭合电路欧姆定律可得：$I_1=\frac{E_1}{R}$

设此时线械所受安培力为 F_1，有：$F_1=2I_1lB$

由于线框做匀速运动，故受力平衡，所以有：$mg=F_1$

联立解得：$v_1=\frac{mgR}{4B^2l^2}$

设 ab 边离开磁场之前，线框做匀速运动的速度为 v_2，同理可得：$v_2=\frac{mgR}{B^2l^2}$

故可知：$v_2=4v_1$

(2 线框自释放直到 cd 边进入磁场前，由机械能守恒定律可得：$2mgl=\frac{1}{2}mv_1^2$

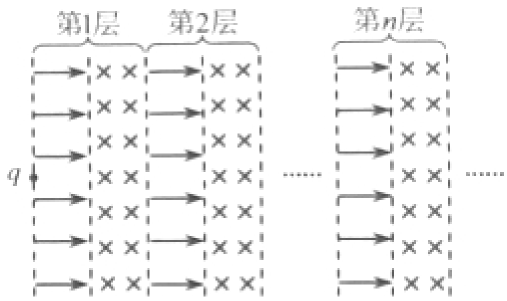
线框完全穿过磁场的过程中，由能量守恒定律可得：

$$mg(2l+H)=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2+Q$$

联立解得：$H=\frac{Q}{mg}+28l$

考点：法拉第电磁感应定律、欧姆定律、共点力平衡、机械能守恒、能量守恒定律

132.(2015·天津卷·T12)现代科学仪器常利用电场、磁场控制带电粒子的运动。在真空中存在着如图所示的多层紧密相邻的匀强电场和匀强磁场，电场和磁场的宽度均为 d。电场强度为 E，方向水平向右；磁感应强度为 B，方向垂直纸面向里。电场、磁场的边界互相平行且与电场方向垂直，一个质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子在第 1 层电场左侧边界某处由静止释放，粒子始终在电场、磁场中运动，不计粒子重力及运动时的电磁辐射



(1)求粒子在第 2 层磁场中运动时速度 v_2 的大小与轨迹半径 r_2

(2)粒子从第 n 层磁场右侧边界穿出时，速度的方向与水平方向的夹角为 θ_n，试求 $\sin\theta_n$

(3)若粒子恰好不能从第 n 层磁场右侧边界穿出，试问在其他条件不变的情况下，也进入第 n 层磁场，但比荷较该粒子大的粒子能否穿出该层磁场右侧边界，请简要推理说明之

【答案】(1) $\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mEd}{q}}$ ；(2) $\sin\theta_n = B\sqrt{\frac{nqd}{2mE}}$ ；(3)见解析；

【解析】(1)粒子在进入第 2 层磁场时，经两次电场加速，中间穿过磁场时洛伦兹力不做功，由动能定理，有：$2qEd = \frac{1}{2}mv_2^2$

解得：$v_2 = 2\sqrt{\frac{qEd}{m}}$

粒子在第 2 层磁场中受到的洛伦兹力充当向心力，有：$qv_2B = m\frac{v_2^2}{r_2}$

联立解得：$r_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{mEd}{q}}$

(2)设粒子在第 n 层磁场中运动的速度为 v_n，轨迹半径为 r_n(下标表示粒子所在层数)，

$$nqEd=\frac{1}{2}mv_n^2$$

$$qv_nB=m\frac{v_n^2}{r_n}$$

粒子进入到第 n 层磁场时，速度的方向与水平方向的夹角为α_n，从第 n 层磁场右侧边界突出时速度方向与水平方向的夹角为θ_n，粒子在电场中运动时，垂直于电场线方向的速度分量不变，有：

$$v_{n-1}\sin\theta_{n-1}=v_n\sin\alpha_n$$

由图根据几何关系可以得到：

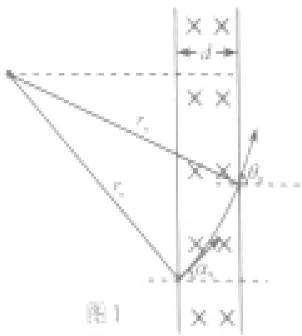


图 1

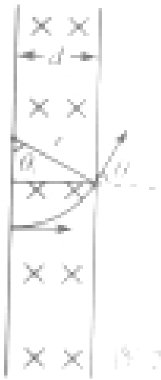
$$r_n\sin\theta_n-r_n\sin\alpha_n=d$$

联立可得：　　　　　　$r_n\sin\theta_n-r_{n-1}\sin\alpha_{n-1}=d$

由此可看出$r_1\sin\theta_1$，$r_2\sin\theta_2$，…，$r_n\sin\theta_n$为一等差数列，公差为 d，可得：

$$r_n\sin\theta_n=r_1\sin\theta_1+(n-1)d$$

当 n=1 时，由下图可看出：



$r_1\sin\theta_1=d$

联立可解得：$\sin\theta_n=B\sqrt{\dfrac{nqd}{2mE}}$

(3)若粒子恰好不能从第 n 层磁场右侧边界穿出，则：

$\theta_n=\dfrac{\pi}{2}$，$\sin\theta_n=1$

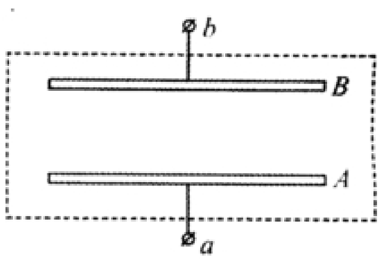
在其他条件不变的情况下，打印服务比荷更大的粒子，设其比荷为$\dfrac{q'}{m'}$，假设通穿出第 n 层磁场右侧边界，粒子穿出时速度方向与水平方向的夹角为$\theta_n{}'$，由于$\dfrac{q'}{m'}=\dfrac{q}{m}$，则导致：$\sin\theta_n{}'>1$

说明$\theta_n{}'$不存在，即原假设不成立，所以比荷较该粒子大的粒子不能穿出该层磁场右侧边界。

考点：带电粒子在电磁场中的运动

133.(2015·北京卷·T24)真空中放置的平行金属板可以用作光电转换装置，如图所示，光照前两板都不带电，以光照射 A 板，则板中的电子可能吸收光的能量而逸出。假设所有逸出的电子都垂直于 A 板向 B 板运动，忽略电子之间的相互作用

，保持光照条件不变，a 和 b 为接线柱。已知单位时间内从 A 板逸出的电子数为 N，电子逸出时的最大动能为 E_{km}，元电荷为 e。



(1)求 A 板和 B 板之间的最大电势差 U_m，以及将 a、b 短接时回路中的电流 I_m。

(2)图示装置可看作直流电源，求其电动势 E 和内阻 r.

(3)在 a 和 b 之间连接一个外电阻时，该电阻两端的电压为 U，外电阻上消耗的电功率设为 P;单位时间内到达 B 板的电子，在从 A 板运动到 B 板的过程中损失的动能之和设为 ΔE_K，请推导证明：$P=\Delta E_K$.

(注意∶解题过程中需要用到、但题目没有给出的物理量，要在解题中做必要的说明)

【答案】(1) $U_m=\frac{E_{km}}{e}$，　$I_{短}=Ne$　(2) $E=\frac{E_{Km}}{e}$ ，　$r=\frac{E_{km}}{Ne^2}$　(3) $P=\Delta E_K$

【解析】

(1)光照射 A 板后，A 板发出的光电子不断打到 B 板上，在 AB 之间形成电场，将阻碍后续发出的光电子向 B 运动。当 AB 之间的电势差达到最大值 U_m 时，以最大初动能从 A 板逸出的光电子也刚好不能到达 B 板，由动能定理可得：

$eU_m=E_{km}$

解得：$U_m=\frac{E_{km}}{e}$

短路时，在 A 板上方设置与 A 平行、面积等大的参考面，时间 t 内通过该参考面的电荷量 $Q=Net$，根据电流定义式 $I=\frac{Q}{t}$，可得：$I_{短}=Ne$

(2)电源电动势等于开路时的路端电压，故 $E=U_m=\frac{E_{Km}}{e}$

由闭合电路的欧姆定律可得 $r=\frac{E_m}{I_{短}}$

解得 $r=\frac{E_{km}}{Ne^2}$

(3)设单位时间内到达 B 板的光电子数为 N'，则电路中的电流 $I=\frac{Q'}{t}=\frac{N'et}{t}=N'e$

则外电阻消耗的功率 $P=UI=UN'e$

光电阻在两极板中运动时，两极板间电压为 U，每个电子损失的动能 $\Delta E_{k0}=eU$

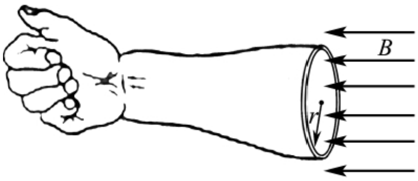
则单位时间内到达 B 板的电子损失的总动能 $\Delta E_k=N'\Delta E_{k0}$

联立解得：$\Delta E_k=N'eU$

故 $P=\Delta E_k$

【考点定位】光电效应、闭合电路欧姆定律、电流的微观解释、电场。

134.(2015·江苏卷·T13)做磁共振检查时，对人体施加的磁场发生变化时会在肌肉组织中产生感应电流。某同学为了估算该感应电流对肌肉组织的影响，将包裹在骨骼上一圈肌肉组织等效成单匝线圈，线圈的半径r=5.0cm，线圈导线的横截面积A=0.80cm^2，电阻率 $\rho=1.5\Omega\cdot m$，如图所示，匀强磁场方向与线圈平面垂直，若磁感应强度B在0.3s内从1.5T均匀地减小为零，求(计算结果保留一位有效数字)



(1)该圈肌肉组织的电阻R；

(2)该圈肌肉组织中的感应电动势E；

(3)0.3s内该圈肌肉组织中产生的热量Q。

【答案】(1)$6\times10^{3}\Omega$　(2)4×10^{-2}V　(3)8×10^{-8}J

【解析】(1)由电阻定律 $R=\rho\dfrac{2\pi r}{A}$，解得 $R=6\times10^{3}\Omega$

(2)感应电动势 $E=\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\pi r^{2}$，解得 $E=4\times10^{-2}$V

(3)由焦耳定律得：$Q=\dfrac{E^{2}}{R}\Delta t$，解得：$Q=8\times10^{-8}$

【考点】考查感应电动势

135.(2015·广东卷·T35)如图17(a)所示，平行长直金属导轨水平放置，间距L＝0.4m，导轨右端接有阻值R＝1Ω的电阻，导体棒垂直放置在导轨上，且接触良好，导体棒及导轨的电阻均不计，导轨间正方形区域abcd内有方向竖直向下的匀强磁场，bd连线与导轨垂直，长度也为L，从0时刻开始，磁感应强度B的大小随时间t变化，规律如图17(b)所示；同一时刻，棒从导轨左端开始向右匀速运动，1s后刚好进入磁场，若使棒在导轨上始终以速度v＝1m/s做直线运动，求：

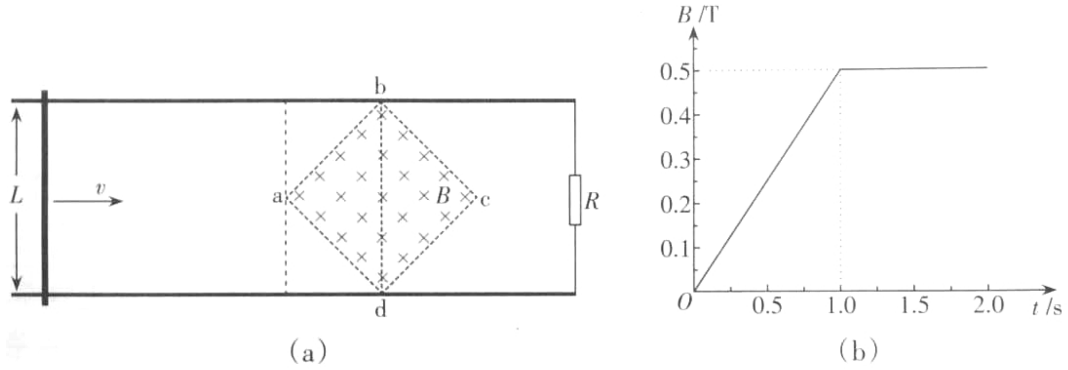


图 17

(1)棒进入磁场前，回路中的电动势 E；

(2)棒在运动过程中受到的最大安培力 F，以及棒通过三角形 abd 区域时电流 i 与时间 t 的关系式。

【答案】(1)E＝0.04V；(2)F_m＝0.04N，i＝t－1(其中，1s≤t≤1.2s)。

【解析】(1)在棒进入磁场前，由于正方形区域 abcd 内磁场磁感应强度 B 的变化，使回路中产生感应电动势和感应电流，根据法拉第电磁感应定律可知，在棒进入磁场前回路中的电动势为 E＝$n\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot(\frac{L}{\sqrt{2}})^2$＝0.04V

(2)当棒进入磁场时，磁场磁感应强度 B＝0.5T 恒定不变，此时由于导体棒做切割磁感线运动，使回路中产生感应电动势和感应电流，根据法拉第电磁感应定律可知，回路中的电动势为：e＝Blv，当棒与 bd 重合时，切割有效长度 l＝L，达到最大，即感应电动势也达到最大 e_m＝BLv＝0.2V＞E＝0.04V

根据闭合电路欧姆定律可知，回路中的感应电流最大为：i_m＝$\frac{e_m}{R}$＝0.2A

根据安培力大小计算公式可知，棒在运动过程中受到的最大安培力为：F_m＝i_mLB＝0.04N

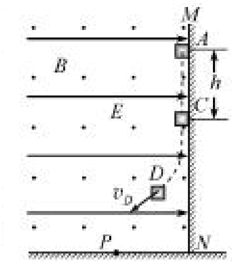
在棒通过三角形 abd 区域时，切割有效长度 $l=2v(t-1)$(其中，$1s\le t\le \frac{L}{2v}+1s$)

综合上述分析可知，回路中的感应电流为：$i=\frac{e}{R}=\frac{2Bv^2}{R}(t-1)$(其中，$1s\le t\le \frac{L}{2v}+1s$)

即：$i=t-1$(其中，$1s\le t\le 1.2s$)

【考点定位】法拉第电磁感应定律的理解与应用、电磁感应的综合应用。

136.(2015·福建卷·T22)如图，绝缘粗糙的竖直平面 MN 左侧同时存在相互垂直的匀强电场和匀强磁场，电场方向水平向右，电场强度大小为 E，磁场方向垂直纸面向外，磁感应强度大小为 B。一质量为 m、电荷量为 q 的带正电的小滑块从 A 点由静止开始沿 MN 下滑，到达 C 点时离开 MN 做曲线运动。A、C 两点间距离为 h，重力加速度为 g。



(1)求小滑块运动到 C 点时的速度大小 v_c；

(2)求小滑块从 A 点运动到 C 点过程中克服摩擦力做的功 W_f；

(3)若 D 点为小滑块在电场力、洛伦兹力及重力作用下运动过程中速度最大的位置，当小滑块运动到 D 点时撤去磁场，此后小滑块继续运动到水平地面上的 P 点。已知小滑块在 D 点时的速度大小为 v_D，从 D 点运动到 P 点的时间为 t，求小滑块运动到 P 点时速度的大小 v_p.

【答案】(1)E/B (2)$W_f = mgh - \frac{1}{2}m\frac{E^2}{B^2}$ (3)$v_p = \sqrt{\frac{(mg)^2 + (qE)^2}{m^2}t^2 + v_D^2}$

【解析】

试题分析：(1)由题意知，根据左手定则可判断，滑块在下滑的过程中受水平向左的洛伦兹力，当洛伦兹力等于电场力 qE 时滑块离开 MN 开始做曲线运动，即 Bqv=qE

解得：v=E/B

(2)从 A 到 C 根据动能定理：$mgh - W_f = \frac{1}{2}mv^2 - 0$

解得：$W_f = mgh - \frac{1}{2}m\frac{E^2}{B^2}$

(3)设重力与电场力的合力为 F，由图意知，在 D 点速度 v_D 的方向与 F 地方向垂直，从 D 到 P 做类平抛运动，在 F 方向做匀加速运动 a=F/m，t 时间内在 F 方向的位移为 $x = \frac{1}{2}at^2$

从 D 到 P，根据动能定理：$Fx = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_D^2$，其中 $F = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$

联立解得：$v_p = \sqrt{\frac{(mg)^2 + (qE)^2}{m^2}t^2 + v_D^2}$

【考点】：带电粒子在复合场中的运动

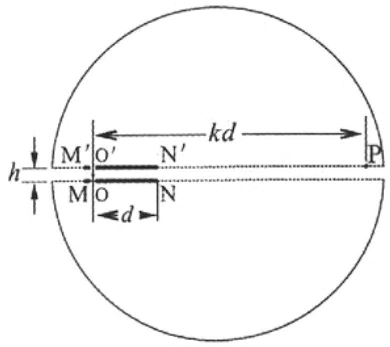
137.(2015·重庆卷·T9)题 9 图为某种离子加速器的设计方案.两个半圆形金属盒内存在相同的垂直于纸面向外的匀强磁场.其中 MN 和 M′N′ 是间距为 h 的两平行极板，其上分别有正对的两个小孔 O 和 O′， O′N′=ON=d，P 为靶点， O′P=kd (k

为大于 1 的整数).极板间存在方向向上的匀强电场,两极板间电压为U.质量为m、带电量为q的正离子从 O 点由静止开始加速，经 O′ 进入磁场区域.当离子打到极板上 O′N′ 区域(含 N′ 点)或外壳上时将会被吸收.两虚线之间的区域无电场和磁场存在，离子可匀速穿过.忽略相对论效应和离子所受的重力.求：

(1)离子经过电场仅加速一次后能打到 P 点所需的磁感应强度大小；

(2)能使离子打到 P 点的磁感应强度的所有可能值；

(3)打到 P 点的能量最大的离子在磁场中运动的时间和在电场中运动的时间。



题 9 图

【答案】(1) $B=\dfrac{2\sqrt{2qUm}}{qkd}$　(2) $B=\dfrac{2\sqrt{2nqUm}}{qkd}$，　$(n=1,2,3,\cdots,k^2-1)$

(3) $t_{磁}=\dfrac{(2k^2-3)\pi mkd}{2\sqrt{2qum(k^2-1)}}$，　$t_{电}=h\sqrt{\dfrac{2(k^2-1)m}{qU}}$

【解析】(1)离子经电场加速，由动能定理：$qU=\dfrac{1}{2}mv^2$，可得$v=\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$

磁场中做匀速圆周运动，$qvB=m\dfrac{v^2}{r}$

刚好打在 P 点，轨迹为半圆，由几何关系可知$r=\dfrac{kd}{2}$

联立解得 $B=\frac{2\sqrt{2qUm}}{qkd}$

(2)若磁感应强度较大，设离子经过一次加速后若速度较小，圆周运动半径较小，不能直接打在 P 点，而做圆周运动到达 N' 右端，再匀速直线到下端磁场，将重新回到 O 点重新加速，直到打在 P 点。设共加速了 n 次，有：$nqU=\frac{1}{2}mv_n^2$

$$qv_nB=m\frac{v_n^2}{r_n}$$

且 $r_n=\frac{kd}{2}$

解得：$B=\frac{2\sqrt{2nqUm}}{qkd}$，

要求离子第一次加速后不能打在板上，有 $r_1>\frac{d}{2}$，且 $qU=\frac{1}{2}mv_1^2$，$qv_1B=m\frac{v_1^2}{r_1}$

解得：$n<k^2$

故加速次数 n 为正整数最大取 $n=k^2-1$

即 $B=\frac{2\sqrt{2nqUm}}{qkd}\ (n=1,2,3,\cdots,k^2-1)$

(3)加速次数最多的离子速度最大，取 $n=k^2-1$，离子在磁场中做 n-1 个完整的匀速圆周运动和半个圆周打到 P 点。

由匀速圆周运动 $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$

$$t_{磁}=(n-1)T+\frac{T}{2}=\frac{(2k^2-3)\pi mkd}{2\sqrt{2qum(k^2-1)}}$$

电场中一共加速 n 次，可等效成连续的匀加速直线运动.由运动学公式

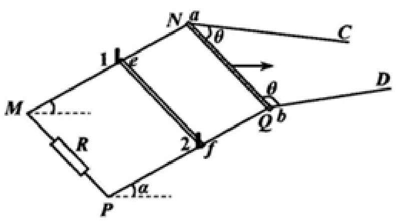
$$(k^2-1)h=\frac{1}{2}at_{电}^2$$

$$a=\frac{qU}{mh}$$

可得：$t_{电}=h\sqrt{\frac{2(k^2-1)m}{qU}}$

【考点定位】带电粒子在电场和磁场中的运动、牛顿第二定律、运动学公式。

138.(2015·四川卷·T11)如图所示，金属导轨 MNC 和 PQD，MN 与 PQ 平行且间距为 L，所在平面与水平面夹角为 α，N、Q 连线与 MN 垂直，M、P 间接有阻值为 R 的电阻；光滑直导轨 NC 和 QD 在同一水平面内，与 NQ 的夹角都为锐角 θ。均匀金属棒 ab 和 ef 质量均为 m，长均为 L，ab 棒初始位置在水平导轨上与 NQ 重合；ef 棒垂直放在倾斜导轨上，与导轨间的动摩擦因数为 μ(μ 较小)，由导轨上的小立柱 1 和 2 阻挡而静止。空间有方向竖直的匀强磁场(图中未画出)。两金属棒与导轨保持良好接触。不计所有导轨和 ab 棒的电阻，ef 棒的阻值为 R，最大静摩擦力与滑动摩擦力大小相等，忽略感应电流产生的磁场，重力加速度为 g。



(1)若磁感应强度大小为 B，给 ab 棒一个垂直于 NQ、水平向右的速度 v_1，在水平导轨上沿运动方向滑行一段距离后停止，ef 棒始终静止，求此过程 ef 棒上产生的热量；

(2)在(1)问过程中，ab 棒滑行距离为 d，求通过 ab 棒某横截面的电荷量；

(3)若 ab 棒以垂直于 NQ 的速度 v_2 在水平导轨上向右匀速运动，并在 NQ 位置时取走小立柱 1 和 2，且运动过程中 ef 棒始终静止。求此状态下最强磁场的磁感应强度及此磁场下 ab 棒运动的最大距离。

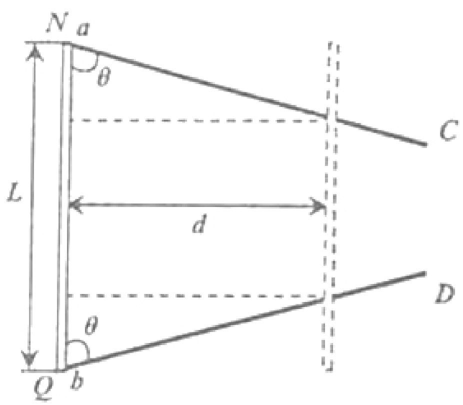
【答案】(1)$Q_{ef}=\frac{1}{4}mv_1^2$；(2)$q=\frac{2Bd(L-d\cot\theta)}{R}$；(3)$B_m=\frac{1}{L}\sqrt{\frac{mgR(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)v_2}}$，方向竖直向上或竖直向下均可，$x_m=\frac{\mu L\tan\theta}{(1+\mu^2)\sin\alpha\cos\alpha+\mu}$

【解析】(1)由于 ab 棒做切割磁感线运动，回路中产出感应电流，感应电流流经电阻 R 和 ef 棒时，电流做功，产生焦耳热，根据功能关系及能的转化与守恒有：$\frac{1}{2}mv_1^2=Q_R+Q_{ef}$ ①

根据并联电路特点和焦耳定律 $Q=I^2Rt$ 可知，电阻 R 和 ef 棒中产生的焦耳热相等，即 $Q_R=Q_{ef}$ ②

由①②式联立解得 ef 棒上产生的热量为：$Q_{ef}=\frac{1}{4}mv_1^2$

(2)设在 ab 棒滑行距离为 d 时所用时间为 t，其示意图如下图所示：



该过程中回路变化的面积为：$\Delta S=\frac{1}{2}[L+(L-2d\cot\theta)]d$ ③

根据法拉第电磁感应定律可知，在该过程中，回路中的平均感应电动势为：$\overline{E}=\frac{B\Delta S}{t}$ ④

根据闭合电路欧姆定律可知，流经 ab 棒平均电流为：$\overline{I}=\frac{\overline{E}}{R/2}$ ⑤

根据电流的定义式可知，在该过程中，流经 ab 棒某横截面的电荷量为：$q=\overline{I}\cdot t$ ⑥

由③④⑤⑥式联立解得：$q=\frac{2Bd(L-d\cot\theta)}{R}$

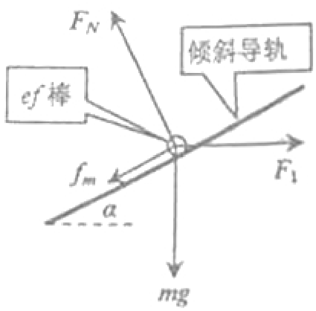
(3)由法拉第电磁感应定律可知，当 ab 棒滑行 x 距离时，回路中的感应电动势为：$e=B(L-2x\cot\theta)v^2$ ⑦

根据闭合电路欧姆定律可知，流经 ef 棒的电流为：$i=\frac{e}{R}$ ⑧

根据安培力大小计算公式可知，ef 棒所受安培力为：$F=iLB$ ⑨

由⑦⑧⑨式联立解得：$F=\frac{B^2Lv_2}{R}(L-2x\cot\theta)$ ⑩

由⑩式可知，当 $x=0$ 且 B 取最大值，即 $B=B_m$ 时，F 有最大值 F_m，ef 棒受力示意图如下图所示：



根据共点力平衡条件可知，在沿导轨方向上有：$F_m\cos\alpha=mg\sin\alpha+f_m$ ⑪

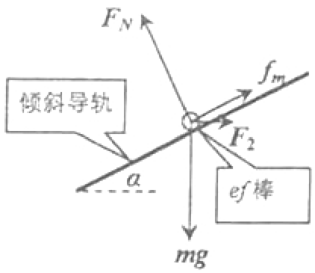
在垂直于导轨方向上有：$F_N=mg\cos\alpha+F_m\sin\alpha$ ⑫

根据滑动摩擦定律和题设条件有：$f_m=\mu F_N$ ⑬

由⑩⑪⑫⑬式联立解得：$B_m=\frac{1}{L}\sqrt{\frac{mgR(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)v_2}}$

显然此时，磁感应强度的方向竖直向上或竖直向下均可

由⑩式可知，当 $B=B_m$ 时，F 随 x 的增大而减小，即当 F 最小为 F_{min} 时，x 有最大值为 x_m，此时 ef 棒受力示意图如下图所示：



根据共点力平衡条件可知，在沿导轨方向上有：$F_{min}\cos\alpha+f_m=mg\sin\alpha$

⑭

在垂直于导轨方向上有：$F_N=mg\cos\alpha+F_{min}\sin\alpha$ ⑮

由⑩⑬⑭⑮式联立解得：$x_m=\frac{\mu L\tan\theta}{(1+\mu^2)\sin\alpha\cos\alpha+\mu}$

【考点定位】功能关系、串并联电路特征、闭合电路欧姆定律、法拉第电磁感应定律、楞次定律、共点力平衡条件的应用，和临界状态分析与求解极值的能力

139.(2015·江苏卷·T15)一台质谱仪的工作原理如图所示，电荷量均为+q、质量不同的离子飘入电压为U_0的加速电场，其初速度几乎为零，这些离子经过加速后通过狭缝O沿着与磁场垂直的方向进入磁感应强度为B的匀强磁场，最后打在底片上，已知放置底片区域已知放置底片的区域MN =L，且OM =L。某次测量发现MN

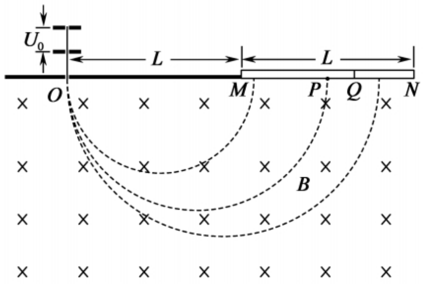
中左侧2/3区域MQ损坏，检测不到离子，但右侧1/3区域QN仍能正常检测到离子.

在适当调节加速电压后，原本打在MQ的离子即可在QN检测到.

(1)求原本打在MN中点P的离子质量m；

(2)为使原本打在P的离子能打在QN区域，求加速电压U的调节范围；

(3)为了在QN区域将原本打在MQ区域的所有离子检测完整，求需要调节U的最少次数。(取$\lg 2=0.301$；$\lg 3=0.477, \lg 5=0.699$)



【答案】(1)$m=\dfrac{9qB^2L^2}{32U_0}$　(2)$\dfrac{100U_0}{81}\le U\le\dfrac{16U_0}{9}$　(3)3次

【解析】(1)离子在电场中加速：$qU_0=\dfrac{1}{2}mv^2$

在磁场中做匀速圆周运动：$qvB=m\dfrac{v^2}{r}$

解得：$r=\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU_0}{q}}$

代入$r_0=\dfrac{3}{4}L$，解得$m=\dfrac{9qB^2L^2}{32U_0}$

(2)由(1)知，$U=\dfrac{16U_0r^2}{9L^2}$　离子打在Q点$r=\dfrac{5}{6}L$，$U=\dfrac{100U_0}{81}$

离子打在 N 点 r=L，$U=\frac{16U_0}{9}$，则电压的范围$\frac{100U_0}{81}\le U\le\frac{16U_0}{9}$

(3)由(1)可知，$r\propto\sqrt{U}$

由题意知，第 1 次调节电压到 U_1，使原本 Q 点的离子打在 N 点$\frac{L}{\frac{5}{6}L}=\frac{\sqrt{U_1}}{\sqrt{U_0}}$

此时，原本半径为 r_1 的打在 Q_1 的离子打在 Q 上$\frac{\frac{5}{6}L}{r_1}=\frac{\sqrt{U_1}}{\sqrt{U_0}}$

解得$r_1=\left(\frac{5}{6}\right)^2L$

第 2 次调节电压到 U_2，原本打在 Q_1 的离子打在 N 点，半径为 r_2 的打在 Q_2 的离子打在 Q 上，则：

$$\frac{L}{r_1}=\frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_0}}，\quad \frac{\frac{5}{6}L}{r_2}=\frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_0}}$$

解得$r_2=\left(\frac{5}{6}\right)^3L$

同理，第 n 次调节电压，有$r_n=\left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}L$

检测完整，有$r_n\le\frac{L}{2}$

解得：$n\ge\frac{\lg 2}{\lg\left(\frac{6}{5}\right)}-1\approx 2.8$

最少次数为 3 次

【考点】考查带电粒子在复合场中的运动

140.(2013·广东卷·T36)如图 19(a)所示，在垂直于匀强磁场 B 的平面内，半径为 r 的金属圆盘绕过圆心 O 的轴承转动，圆心 O 和边缘 K 通过电刷与一个电路连接，电路中的 P 是加上一定正向电压才能导通的电子元件。流过电流表的电流 I 与圆盘角速度 ω 的关系如图 19(b)所示，其中 ab 段和 bc 段均为直线，且 ab 段过坐标原点。ω>0 代表圆盘逆时针转动。已知：R=3.0Ω， B=1.0T， r=0.2m。忽略圆盘、电流表和导线的电阻。

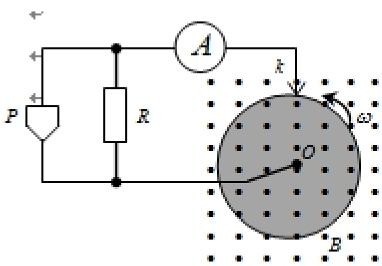


图 19（a）

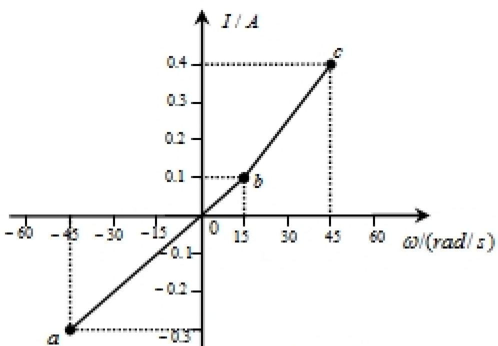


图 19（b）

(1)根据图 19(b)写出 ab、bc 段对应 I 与 ω 的关系式；

(2)求出图 19(b)中 b、c 两点对应的 P 两端的电压 U_b、U_c；

(3)分别求出 ab、bc 段流过 P 的电流 I_P 与其两端电压 U_P 的关系式.

【答案】(1) $I=\frac{0.1}{15}\omega$ (-45rad/s≤ω≤15 rad/s)；$I=0.01\omega-0.05$ (15rad/s≤ω≤45 rad/s)

(2) $U_b=0.30V;U_C=0.90V$

(3) $U_p=\frac{0.1}{5}\omega-3I_P$ (0≤ω≤15 rad/s)或 $U_p=-\frac{0.1}{5}\omega+3I_P$ (-45rad/s≤ω≤0)

$U_p=0.03\omega-3I_P-0.15$ (15rad/s≤ω≤45 rad/s)

【解析】(1)由图可知，在 ab 段，直线斜率 $k_1=\frac{\Delta I}{\Delta\omega_1}=\frac{0.1-0}{15-0}$， 故对应 I 与 ω 的关系式为：$I=\frac{0.1}{15}\omega$ (-45rad/s≤ω≤15 rad/s)；在 bc 段，直线斜率

$k_2=\frac{\Delta I}{\Delta\omega_2}=\frac{0.4-0.1}{45-15}=0.01$， 设表达式 $I=k_2\omega+b$， 把 ω=45rad/s， I=0.4A

代入解得 $b=-0.05$， 故对应的转动的角速度为 $\omega_1=15rad/s$ 。

圆盘产生的电势 $E_1=\frac{1}{2}Br^2\omega_1$， 解得 $E_1=0.3V$

由于圆盘、电流表、导线电阻不计，因此 P 两端的电压为 0.3V。

同理，C 点对应的圆盘转动的角速度 $\omega_2=45rad/s$， 圆盘产生的电动势

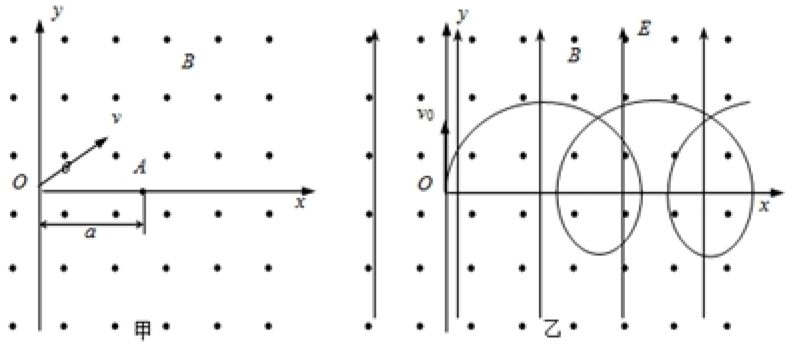
$E_2=\frac{1}{2}Br^2\omega_2=0.9V$， 因此 P 两端的电压为 0.9V.

(3)b 点时，定值电阻 R 中电流 $I_R=\frac{U}{R}=0.1A$，与电流表的示数相等，说明这时宫电流为零，因此 ab 段，P 中的电流为零，电压范围为[0.3V，-0.9V]

而 bc 段：$I_P=I-\frac{U_P}{R}=\frac{1}{100}\omega-\frac{1}{20}-\frac{\frac{1}{2}Br^2\omega}{R}=\frac{1}{300}\omega-\frac{1}{20}$ 。

【考点定位】电磁感应定律、闭合欧姆定律、图象问题

141.(2013·福建卷·T22)如图甲所示，空间存在一范围足够大的垂直于 xOy 平面向外的匀强磁场，磁感应强度大小为 B。让质量为 m，电荷量为 q(q＞0)的粒子从坐标原点 O 沿 xOy 平面以不同的初速度大小和方向入射到磁场中。不计重力和粒子间的影响。



(1)若粒子以初速度 v_1 沿 y 轴正向入射，恰好能经过 x 轴上的 A(a，0)点，求 v_1 的大小；

(2)已知一粒子的初速度大小为 v(v＞v_1)，为使该粒子能经过 A(a，0)点，其入射角 θ(粒子初速度与 x 轴正向的夹角)有几个？并求出对应的 sinθ 值；

(3)如图乙，若在此空间再加入沿 y 轴正向、大小为 E 的匀强电场，一粒子从 O 点以初速度 v_0 沿 y 轴正向发射。研究表明：粒子在 xOy 平面内做周期性运动，且在任一时刻，粒子速度的 x 分量 v_x 与其所在位置的 y 坐标成正比，比例系数与场强大小 E 无关。求该粒子运动过程中的最大速度值 v_m。

【答案】(1) $\frac{qBa}{2m}$ ；(2)两个　$\sin\theta=\frac{qBa}{2mv}$ ；(3) $\frac{E}{B}+\sqrt{\frac{E^2}{B^2}+v_0^2}$ 。

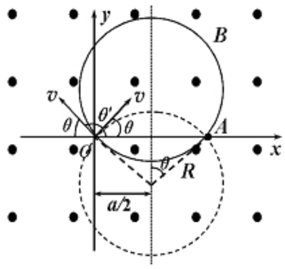
【解析】(1)带电粒子以初速度 v_1 沿 y 轴正方向入射后，在磁场中做匀速圆周运动，刚好转过半周到达 x 轴上的 A 点，设此时的轨道半径为 R_1，

有：$R_1=a/2$　　①

由洛伦兹力提供粒子做圆周运动的向心力，根据牛顿第二定律

有：$qBv_1=\frac{mv_1^2}{R_1}$　　②

由①②式联立解得：$v_1=\dfrac{qBa}{2m}$。



(2)带电粒子以初速度 v 入射时，在磁场中仍然做匀速圆周运动，设此时轨道为 R，对照②式可知：$R=\dfrac{mv}{Bq}$　　③

由于 $v>v_1$，则 $R>R_1=a/2$，要使其圆轨迹能经过 A 点，则 $\theta\neq90°$，绘出粒子的轨

迹图如图所示，轨迹圆有两个，但圆心都落在 OA 的中垂线上，设做两个圆周运动的速度方向与 X 轴正方向的夹角分别为θ和θ'，

根据图中几何关系有：$\sin\theta'=\sin\theta=\dfrac{a}{2R}$　　④

由③④联立解得：$\sin\theta=\dfrac{Bqa}{2mv}$

(3)粒子在磁场中仅受洛仑兹力和电场力作用。又洛仑兹力不做功，只有电场力做功，根据题意可知，当粒子运动至+y 方向最远处时，速度最大为v_m，且沿+x 方向，设+y 方向最远处的 y 坐标为y_m，由题可知$v_m=ky_m$　　⑤

根据动能定理的：$Eqy_m=\dfrac{1}{2}mv_m^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2$　　⑥

又因比例系数与电场强度 E 无关，因此若克电场，粒子将以速度 v_0 做匀速圆周运动，设轨道半径为 R_0，此时在+y 方向最远处的 y 坐标 R_0，

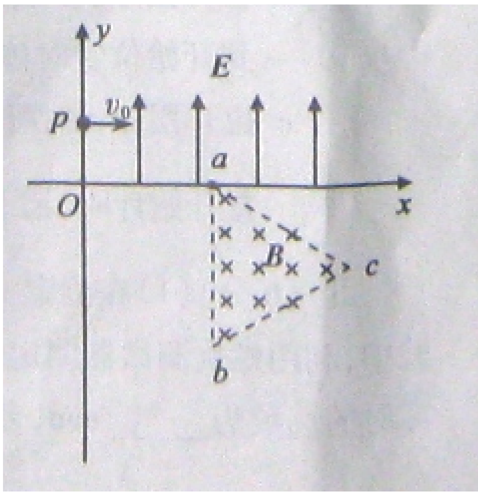
有 $v_0 = kR_0$ ⑦

对照②式可知：$R_0 = \dfrac{mv_0}{Bq}$ ⑧

由⑤⑥⑦⑧式联立解得：$v_m = \dfrac{E}{B} + \sqrt{\dfrac{E^2}{B^2} + v_0^2}$

【考点定位】本题主要考查带电粒子在磁场、复合场中的运动问题，以及分析问题、从题干中提取有用信息的能力问题。难度较大。

142.(2013·安徽卷·T23)如图所示的平面直角坐标系 xOy, 在第I象限内有平行于 y 轴的匀强电场，方向沿 y 正方向；在第IV象限的正三角形 abc 区域内有匀强电场，方向垂直于 xOy 平面向里，正三角形边长为 L，且 ab 边与 y 轴平行。一质量为 m、电荷量为 q 的粒子，从 y 轴上的 P(0，h)点，以大小为 v_0 的速度沿 x 轴正方向射入电场，通过电场后从 x 轴上的 a(2h，0)点进入第IV象限，又经过磁场从 y 轴上的某点进入第III象限，且速度与 y 轴负方向成 45°角，不计粒子所受的重力。求：



(1)电场强度 E 的大小；

(2)粒子到达 a 点时速度的大小和方向；

(3)abc 区域内磁场的磁感应强度 B 的最小值。

【答案】(1) $\dfrac{m{v_0}^2}{2qh}$ (2) $\sqrt{2}v_0$，方向与 x 轴的夹角为 45° (3) $\dfrac{2mv_0}{qL}$

【解析】(1)粒子在电场中做类平抛运动，设粒子在电场中的运动时间为 t，则

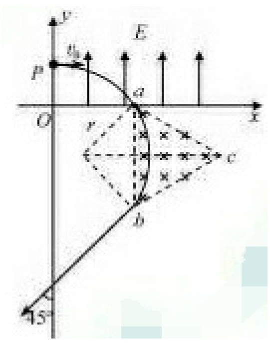
$x=v_0t=2h$，$y=\dfrac{1}{2}at^2=h$，$a=\dfrac{Eq}{m}$，联立以上各式，可得 $E=\dfrac{m{v_0}^2}{2qh}$。

(2)粒子到达 a 点时沿 y 轴负方向的分速度 $v_y=at=\dfrac{v_0^2}{2h}\cdot\dfrac{2h}{v_0}=v_0$，所以

$v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=\sqrt{2}v_0$

设此时速度方向与 x 轴的夹角为 α，则 tanα=v_y/v_0=1，所以 α=45°，即速度方向与 x 轴的夹角为 45°。

(3)粒子进入磁场后做匀速圆周运动，当粒子恰好从 b 点射出时，粒子做圆周运动的轨道半径最大，此时 abc 区域内的磁感应强度最小。做出粒子的运动轨迹如图所示。

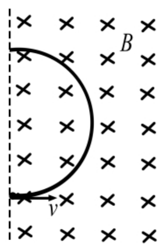


由几何关系知，粒子在磁场中运动的轨迹所对圆心角为 90°

轨道半径 $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}L$，又 $Bqv=m\dfrac{v^2}{r}$，可得 $B=\dfrac{2mv_0}{qL}$。

【考点定位】平抛运动的规律、牛顿第二定律、运动的合成与分解的应用及带电粒子在匀强磁场中的运动问题等。

143.(2016·北京卷)如图所示，质量为 m、电荷量为 q 的带电粒子，以初速度 v 沿垂直磁场方向射入磁感应强度为 B 的匀强磁场，在磁场中做匀速圆周运动。不计带电粒子所受重力。



(1)求粒子做匀速圆周运动的半径 R 和周期 T；

(2)为使该粒子做匀速直线运动，还需要同时存在一个与磁场方向垂直的匀强电场，求电场强度 E 的大小。

【答案】(1) $R=\dfrac{mv}{Bq}$ $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$ (2) $E=vB$

【解析】(1)洛伦兹力提供向心力，有 $f=qvB=m\dfrac{v^2}{R}$

带电粒子做匀速圆周运动的半径 $R=\dfrac{mv}{Bq}$

匀速圆周运动的周期 $T=\dfrac{2\pi R}{v}=\dfrac{2\pi m}{qB}$

(2)粒子受电场力 $F=qE$，洛伦兹力 $f=qvB$。粒子做匀速直线运动，则

$qE=qvB$

场强 E 的大小 $E=vB$

【考点定位】带电粒子在复合场中的运动

【方法技巧】带电粒子在复合场中运动问题的分析思路

1.正确的受力分析：除重力、弹力和摩擦力外，要特别注意电场力和磁场力的分析。

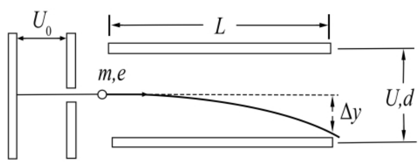
2.正确分析物体的运动状态：找出物体的速度、位置及其变化特点，分析运动过程。如果出现临界状态，要分析临界条件。带电粒子在复合场中做什么运动，取决于带电粒子的受力情况。

(1)当粒子在复合场内所受合力为零时，做匀速直线运动(如速度选择器)。

(2)当带电粒子所受的重力与电场力等值反向，洛伦兹力提供向心力时，带电粒子在垂直于磁场的平面内做匀速圆周运动。

(3)当带电粒子所受的合力是变力，且与初速度方向不在一条直线上时，粒子做非匀变速曲线运动，这时粒子的运动轨迹既不是圆弧，也不是抛物线，由于带电粒子可能连续通过几个情况不同的复合场区，因此粒子的运动情况也发生相应的变化，其运动过程也可能由几种不同的运动阶段所组成。

144.(2016·北京卷)如图所示，电子由静止开始经加速电场加速后，沿平行于版面的方向射入偏转电场，并从另一侧射出。已知电子质量为 m，电荷量为 e，加速电场电压为U_0。偏转电场可看作匀强电场，极板间电压为 U，极板长度为 L，板间距为 d。



(1)忽略电子所受重力，求电子射入偏转电场时的初速度 v_0 和从电场射出时沿垂直板面方向的偏转距离 Δy；

(2)分析物理量的数量级，是解决物理问题的常用方法。在解决(1)问时忽略了电子所受重力，请利用下列数据分析说明其原因。已知 $U=2.0\times10^{2}$ V，$d=4.0\times10^{-2}$ m，$m=9.1\times10^{-31}$ kg，$e=1.6\times10^{-19}$ C，$g=10$ m/s^2。

(3)极板间既有静电场也有重力场。电势反映了静电场各点的能的性质，请写出电势 φ 的定义式。类比电势的定义方法，在重力场中建立“重力势”φ_G 的概念，并简要说明电势和“重力势”的共同特点。

【答案】(1) $\dfrac{UL^2}{4U_0d}$ (2)不需要考虑电子所受的重力 (3) $\varphi=\dfrac{E_p}{q}$ 电势 φ 和重力势 φ_G 都是反映场的能的性质的物理量，仅仅由场自身的因素决定。

【解析】(1)根据功和能的关系，有 $eU_0=\dfrac{1}{2}mv_0^2$

电子射入偏转电场的初速度 $v_0=\sqrt{\dfrac{2eU_0}{m}}$

在偏转电场中，电子的运动时间 $\Delta t=\dfrac{L}{v_0}=L\sqrt{\dfrac{m}{2eU_0}}$

偏转距离 $\Delta y=\dfrac{1}{2}a(\Delta t)^2=\dfrac{UL^2}{4U_0d}$

(2)考虑电子所受重力和电场力的数量级，有

重力 $G=mg\sim10^{-29}$ N

电场力 $F=\dfrac{eU}{d}\sim10^{-15}$ N

由于$F>>G$，因此不需要考虑电子所受重力

(3)电场中某点电势φ定义为电荷在该点的电势能E_p与其电荷量 q 的比值，即

$$\varphi=\frac{E_p}{q}$$

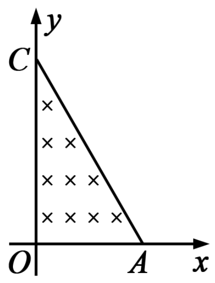
由于重力做功与路径无关，可以类比静电场电势的定义，将重力场中物体在某点的重力势能E_G与其质量 m 的比值，叫做“重力势”，即$\varphi_G=\frac{E_G}{m}$

电势φ和重力势φ_G都是反映场的能的性质的物理量，仅由场自身的因素决定

【考点定位】带电粒子在电场中的偏转

【方法技巧】带电粒子在电场中偏转问题，首先要对带电粒子在这两种情况下进行正确的受力分析，确定粒子的运动类型。解决带电粒子垂直射入电场的类型的题，应用平抛运动的规律进行求解。此类型的题要注意是否要考虑带电粒子的重力，原则是：除有说明或暗示外，对基本粒子(例如电子，质子、α 粒子、离子等)一般不考虑重力；对带电微粒(如液滴、油滴、小球、尘埃等)一般要考虑重力。

145.(2016·海南卷)如图，A、C 两点分别位于 x 轴和 y 轴上，∠OCA=30°，OA 的长度为 L。在△OCA 区域内有垂直于 xOy 平面向里的匀强磁场。质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子，以平行于 y 轴的方向从 OA 边射入磁场。已知粒子从某点射入时，恰好垂直于 OC 边射出磁场，且粒子在磁场中运动的时间为 t_0。不计重力。



(1)求磁场的磁感应强度的大小；

(2)若粒子先后从两不同点以相同的速度射入磁场，恰好从 OC 边上的同一点射出磁场，求该粒子这两次在磁场中运动的时间之和；

(3)若粒子从某点射入磁场后，其运动轨迹与 AC 边相切，且在磁场内运动的时间为$\frac{5}{3}t_0$，求粒子此次入射速度的大小。

【答案】(1)$\frac{\pi m}{2qt_0}$　(2)$2t_0$　(3)$\frac{\sqrt{3}\pi L}{7t_0}$

【解析】(1)粒子在磁场中做匀速圆周运动，在时间 t_0 内其速度方向改变了 90°，故其周期 $T=4t_0$①

设磁感应强度大小为 B，粒子速度为 v，圆周运动的半径为 r。由洛伦兹力公式和牛顿定律得

$qvB=m\frac{v^2}{r}$②

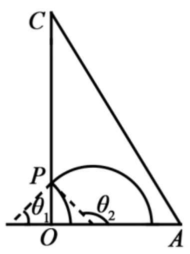
匀速圆周运动的速度满足 $v=\frac{2\pi r}{T}$③

联立①②③式得 $B=\frac{\pi m}{2qt_0}$④

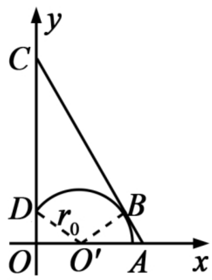
(2)设粒子从 OA 边两个不同位置射入磁场，能从 OC 边上的同一点 P 射出磁场，粒子在磁场中运动的轨迹如图(a)所示。设两轨迹所对应的圆心角分别为 θ_1 和 θ_2。

由几何关系有 $\theta_1=180°-\theta_2$⑤

粒子两次在磁场中运动的时间分别为 t_1 与 t_2，则 $t_1+t_2=\frac{T}{2}=2t_0$⑥



图（a）



图（b）

(3)如图(b)，由题给条件可知，该粒子在磁场区域中的轨迹圆弧对应的圆心角为 150°。设 O'为圆弧的圆心，圆弧的半径为 r_0，圆弧与 AC 相切与 B 点，从 D 点射出磁场，由几何关系和题给条件可知，此时有∠OO'D=∠BO'A=30°⑦

$r_0\cos\angle OO'D+\frac{r_0}{\cos\angle BO'A}=L$⑧

设粒子此次入射速度的大小为 v_0，由圆周运动规律 $v_0=\frac{2\pi r_0}{T}$⑨

联立①⑦⑧⑨式得 $v_0=\frac{\sqrt{3}\pi L}{7t_0}$⑩

【考点定位】带电粒子在磁场中的运动

【名师点睛】对于带电粒子在磁场中运动类型，要画出轨迹，善于运用几何知识帮助分析和求解，这是轨迹问题的解题关键。

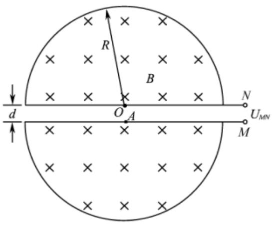
146.(2016·江苏卷)回旋加速器的工作原理如题 15-1 图所示，置于真空中的 D 形金属盒半径为 R，两盒间狭缝的间距为 d，磁感应强度为 B 的匀强磁场与盒面垂

直，被加速粒子的质量为 m，电荷量为+q，加在狭缝间的交变电压如题 15-2 图所示，电压值的大小为 U_0.周期 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$.一束该种粒子在 t=0~$\dfrac{T}{2}$时间内从 A 处均匀地飘入狭缝，其初速度视为零.现考虑粒子在狭缝中的运动时间，假设能够出射的粒子每次经过狭缝均做加速运动，不考虑粒子间的相互作用.求：

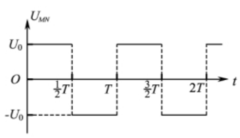
(1)出射粒子的动能 E_m；

(2)粒子从飘入狭缝至动能达到 E_m 所需的总时间 t_0；

(3)要使飘入狭缝的粒子中有超过 99%能射出，d 应满足的条件.



（题 15-1 图）



（题 15-2 图）

【答案】(1) $E_m=\dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$ (2) $t_0=\dfrac{\pi BR^2+2BRd}{2U_0}-\dfrac{\pi m}{qB}$ (3) $d<\dfrac{\pi mU_0}{100qB^2R}$

【解析】(1)粒子运动半径为 R 时

$$qvB=m\frac{v^2}{R}$$

且 $E_m=\dfrac{1}{2}mv^2$

解得 $E_m=\dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$

(2)粒子被加速 n 次达到动能 E_m，则 $E_m=nqU_0$

粒子在狭缝间做匀加速运动，设 n 次经过狭缝的总时间为 Δt

加速度 $a=\frac{qU_0}{md}$

匀加速直线运动 $nd=\frac{1}{2}a\cdot\Delta t^2$

由 $t_0=(n-1)\cdot\frac{T}{2}+\Delta t$，解得 $t_0=\frac{\pi BR^2+2BRd}{2U_0}-\frac{\pi m}{qB}$

(3)只有在 0~$(\frac{T}{2}-\Delta t)$ 时间内飘入的粒子才能每次均被加速

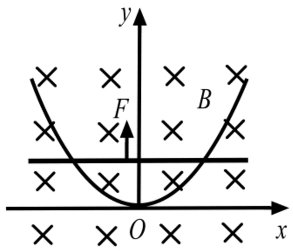
则所占的比例为 $\eta=\frac{\frac{T}{2}-\Delta t}{\frac{T}{2}}$

由 $\eta>99\%$,解得 $d<\frac{\pi mU_0}{100qB^2R}$.

【考点定位】回旋加速器、带电粒子在电磁场中的运动

【方法技巧】考查回旋加速器的原理，能获得的最大速度对应最大的轨道半径，即 D 形盒的半径，粒子在加速器运动的时间分两部分，一是在磁场中圆周运动的时间，二是在电场中的匀加速运动时间，把加速过程连在一起就是一匀加速直线运动。

147.(2016·上海卷)如图，一关于 y 轴对称的导体轨道位于水平面内，磁感应强度为 B 的匀强磁场与平面垂直。一足够长，质量为 m 的直导体棒沿 x 轴方向置于轨道上，在外力 F 作用下从原点由静止开始沿 y 轴正方向做加速度为 a 的匀加速直线运动，运动时棒与 x 轴始终平行。棒单位长度的电阻为 ρ，与电阻不计的轨道接触良好，运动中产生的热功率随棒位置的变化规律为 P=k$y^{3/2}$ (SI)。求：



(1)导体轨道的轨道方程 y=f(x)；

(2)棒在运动过程中受到的安培力 F_m 随 y 的变化关系；

(3)棒从 y=0 运动到 y=L 过程中外力 F 的功。

【答案】(1) $y=(\frac{4aB^2}{k\rho})^2x^2$　(2) $\frac{k}{\sqrt{2a}}y$　(3) $W=\frac{k}{2\sqrt{2a}}L^2+maL$

【解析】(1)设棒运动到某一位置时与轨道接触点的坐标为($\pm x, y$)，安培力的功率

$$F=\frac{B^2l^2v}{R}$$

$$P=\frac{4B^2x^2v^2}{R}=ky^{3/2}$$

棒做匀加速运动 $v^2=2ay$，$R=2\rho x$

代入前式得 $y=(\frac{4aB^2}{k\rho})^2x^2$

轨道形状为抛物线。

(2)安培力 $F_m=\frac{4B^2x^2}{R}v=\frac{2B^2x}{\rho}\sqrt{2ay}$

以轨道方程代入得 $F_m=\frac{k}{\sqrt{2a}}y$

(3)由动能定理$W=W_{\mathrm{m}}+\frac{1}{2}mv^2$

安培力做功$W_{\mathrm{m}}=\frac{k}{2\sqrt{2a}}L^2$

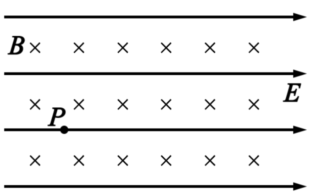
棒在 $y=L$ 处动能$\frac{1}{2}mv^2=maL$

外力做功$W=\frac{k}{2\sqrt{2a}}L^2+maL$。

【考点定位】安培力、功率、匀变速直线运动规律、动能定理

【方法技巧】根据安培力的功率，匀变速直线运动位移速度关系，导出轨道的轨道方程和安培力随 y 的变化关系；通过动能定理计算棒运动过程中外力做的功。

148.(2016·天津卷)如图所示，空间中存在着水平向右的匀强电场，电场强度大小为$E=5\sqrt{3}$ N/C，同时存在着水平方向的匀强磁场，其方向与电场方向垂直，磁感应强度大小 B=0.5 T。有一带正电的小球，质量 $m=1\times10^{-6}$ kg，电荷量 $q=2\times10^{-6}$ C，正以速度 v 在图示的竖直面内做匀速直线运动，当经过 P 点时撤掉磁场(不考虑磁场消失引起的电磁感应现象)，取 $g=10$ m/s^2。求：



(1)小球做匀速直线运动的速度 v 的大小和方向；

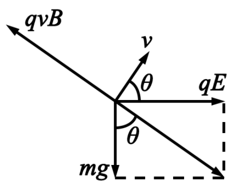
(2)从撤掉磁场到小球再次穿过 P 点所在的这条电场线经历的时间 t。

【答案】(1)20 m/s，与电场方向夹角为 60°　(2)3.5 s

【解析】(1)小球匀速直线运动时受力如图，其所受的三个力在同一平面内，合力为零，有

qvB=$\sqrt{q^2E^2+m^2g^2}$ ①

代入数据解得 v=20 m/s②



速度 v 的方向与电场 E 的方向之间的夹角 θ 满足 tan θ=$\frac{qE}{mg}$③

代入数据解得 tan θ=$\sqrt{3}$， θ=60°④

(2)撤去磁场后，由于电场力垂直于竖直方向，它对竖直方向的分运送没有影响，以 P 点为坐标原点，竖直向上为正方向，小球在竖直方向上做匀减速运动，其初速度为 v_y=vsin θ⑤

若使小球再次穿过 P 点所在的电场线，仅需小球的竖直方向上分位移为零，则有 $v_yt-\frac{1}{2}gt^2=0$⑥

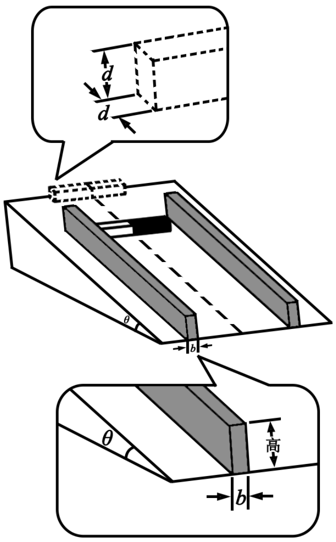
联立⑤⑥式，代入数据解得 t=2$\sqrt{3}$ s=3.5 s⑦

【考点定位】物体的平衡、牛顿运动定律的应用、平抛运动

【名师点睛】此题是带电粒子在复合场中的运动问题，主要考察物体的平衡、牛顿运动定律的应用、平抛运动等知识；关键是要知道物体做匀速直线运动时，物体所受的重力、洛伦兹力和电场力平衡；撤去磁场后粒子所受重力和电场力都是恒

力，将做类平抛运动；知道了物体的运动性质才能选择合适的物理规律列出方程求解。

149.(2016·天津卷)电磁缓速器是应用于车辆上以提高运行安全性的辅助制动装置，其工作原理是利用电磁阻尼作用减缓车辆的速度。电磁阻尼作用可以借助如下模型讨论：如图所示，将形状相同的两根平行且足够长的铝条固定在光滑斜面上，斜面与水平方向夹角为 θ。一质量为 m 的条形磁铁滑入两铝条间，恰好匀速穿过，穿过时磁铁两端面与两铝条的间距始终保持恒定，其引起电磁感应的效果与磁铁不动、铝条相对磁铁运动相同。磁铁端面是边长为 d 的正方形，由于磁铁距离铝条很近，磁铁端面正对两铝条区域的磁场均可视为匀强磁场，磁感应强度为 B，铝条的高度大于 d，电阻率为 ρ。为研究问题方便，铝条中只考虑与磁铁正对部分的电阻和磁场，其他部分电阻和磁场可忽略不计，假设磁铁进入铝条间以后，减少的机械能完全转化为铝条的内能，重力加速度为 g。



(1)求铝条中与磁铁正对部分的电流 I；

(2)若两铝条的宽度均为 b，推导磁铁匀速穿过铝条间时速度 v 的表达式；

(3)在其他条件不变的情况下，仅将两铝条更换为宽度 b'>b 的铝条，磁铁仍以速度 v 进入铝条间,试简要分析说明磁铁在铝条间运动时的加速度和速度如何变化。

【答案】(1) $\dfrac{mg\sin\theta}{2Bd}$　(2)v= $\dfrac{\rho mg\sin\theta}{2B^2d^2b}$　(3)见解析

【解析】(1)磁铁在铝条间运动时，两根铝条受到的安培力大小相等均为 $F_{安}$，有

$F_{安}$=IdB①

磁铁受到沿斜面向上的作用力为 F，其大小有

F=2$F_{安}$②

磁铁匀速运动时受力平衡，则有 F–mgsin θ=0③

联立①②③式可得 I= $\dfrac{mg\sin\theta}{2Bd}$ ④

(2)磁铁穿过铝条时，在铝条中产生的感应电动势为 E，有 E=Bdv⑤

铝条与磁铁正对部分的电阻为 R，由电阻定律有 R=ρ $\dfrac{d}{db}$ ⑥

由欧姆定律有 I= $\dfrac{E}{R}$ ⑦

联立④⑤⑥⑦式可得 v= $\dfrac{\rho mg\sin\theta}{2B^2d^2b}$ ⑧

(3)磁铁以速度 v 进入铝条间，恰好做匀速运动时，磁铁受到沿斜面向上的作用力 F，联立①②⑤⑥⑦式可得 F= $\dfrac{2B^2d^2bv}{\rho}$ ⑨

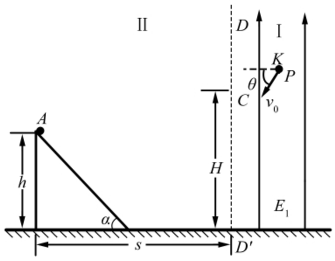
当铝条的宽度 b'>b 时，磁铁以速度 v 进入铝条间时，磁铁受到的作用力变为 F'，有 F'= $\dfrac{2B^2d^2b'v}{\rho}$ ⑩

可见，F'>F=mgsin θ，磁铁所受到的合力方向沿斜面向上，获得与运动方向相反的加速度，磁铁将减速下滑，此时加速度最大。之后，随着运动速度减小，F'也随着减小，磁铁所受的合力也减小，由于磁铁加速度与所受到的合力成正比，磁铁的加速度逐渐减小。综上所述，磁铁做加速度逐渐减小的减速运动。直到F'=mgsin θ 时，磁铁重新达到平衡状态，将再次以较小的速度匀速下滑。

【考点定位】安培力、物体的平衡、电阻定律、欧姆定律

【名师点睛】此题以电磁缓冲器为背景设置题目，综合考查了安培力、物体的平衡、电阻定律及欧姆定律等知识点，要求学生首先理解题意，抽象出物理模型，选择适当的物理规律列出方程求解；此题综合性较强，能较好地考查考生综合分析问题与解决问题的能力。

150.(2016·四川卷)如图所示，图面内有竖直线 DD'，过 DD'且垂直于图面的平面将空间分成 I、II 两区域。区域 I 有方向竖直向上的匀强电场和方向垂直图面的匀强磁场 B(图中未画出)；区域 II 有固定在水平面上高 $h=2l$、倾角 $\alpha=\pi/4$ 的光滑绝缘斜面，斜面顶端与直线 DD'距离 $s=4l$，区域 II 可加竖直方向的大小不同的匀强电场(图中未画出)；C 点在 DD'上，距地面高 $H=3l$。零时刻，质量为 m、带电量为 q 的小球 P 在 K 点具有大小 $v_0=\sqrt{gl}$、方向与水平面夹角 $\theta=\pi/3$ 的速度。在区域 I 内做半径 $r=3l/\pi$ 的匀速圆周运动，经 C 点水平进入区域 II。某时刻，不带电的绝缘小球 A 由斜面顶端静止释放，在某处与刚运动到斜面的小球 P 相遇。小球视为质点，不计空气阻力及小球 P 所带电量对空间电磁场的影响。l 已知，g 为重力加速度。



(1)求匀强磁场的磁感应强度 B 的大小；

(2)若小球 A、P 在斜面底端相遇，求释放小球 A 的时刻 t_A；

(3)若小球 A、P 在时刻$t=\beta\sqrt{l/g}$ (β 为常数)相遇于斜面某处，求此情况下区域 II 的匀强电场的场强 E，并讨论场强 E 的极大值和极小值及相应的方向。

【答案】(1) $B=\frac{\pi m}{3q}\sqrt{\frac{g}{l}}$ ；(2) $(3-2\sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}}$ (3)场强极小值为 $E_{\min}=0$ ；场强极大值为 $E_{\max}=\frac{7mg}{8q}$， 方向竖直向上。

【解析】(1)由题知，小球 P 在区域I内做匀速圆周运动，有 $m\frac{v_0^2}{r}=qv_0B$ ①

代入数据解得 $B=\frac{m\pi}{3lq}\sqrt{gl}$ ②

(2)小球 P 在区域I做匀速圆周运动转过的圆心角为 θ，运动到 C 点的时刻为 t_C，到达斜面低端时刻为 t_1，有 $t_C=\frac{\theta r}{v_0}$ ③

$s-h\cot\alpha=v_0(t_1-t_C)$ ④

小球 A 释放后沿斜面运动加速度为 a_A，与小球 P 在时刻 t_1 相遇于斜面底端，有

$mg\sin\alpha=ma_A$ ⑤

$$\frac{h}{\sin\alpha}=\frac{1}{2}a_A(t_1-t_A)^2 \text{⑥}$$

联立以上方程可得 $t_A=(3-2\sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}}$ ⑦

(3)设所求电场方向向下，在 t'_A 时刻释放小球 A，小球 P 在区域II运动加速度为 a_P，有

$$s=v_0(t-t_C)+\frac{1}{2}a_A(t-t'_A)^2\cos\alpha \text{⑧}$$

$$mg+qE=ma_P \text{⑨}$$

$$H-h+\frac{1}{2}a_A(t-t'_A)^2\sin\alpha=\frac{1}{2}a_P(t-t_C)^2 \text{⑩}$$

联立相关方程解得 $E=\frac{(11-\beta^2)mg}{q(\beta-1)}$

对小球 P 的所有运动情形讨论可得 $3\le\beta\le5$

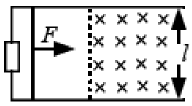
由此可得场强极小值为 $E_{\min}=0$；场强极大值为 $E_{\max}=\frac{7mg}{8q}$，方向竖直向上。

考点：平抛运动；圆周运动；牛顿第二定律的应用

【名师点睛】此题是力、电、磁及运动大拼盘，综合考查带电粒子在磁场中及电场中的运动—圆周运动以及平抛运动和下斜面上的匀加速运动等问题；解题时要能把这些复杂的物理过程分解为一个一个的小过程，然后各个击破；此题是有一定难度的；考查学生综合分析问题，解决问题的能力。

151.(2016·全国新课标II卷)如图，水平面(纸面)内间距为 l 的平行金属导轨间接一电阻，质量为 m、长度为 l 的金属杆置于导轨上。t=0 时，金属杆在水平向右、大小为 F 的恒定拉力作用下由静止开始运动，t_0 时刻，金属杆进入磁感应强度大小

为 B、方向垂直于纸面向里的匀强磁场区域，且在磁场中恰好能保持匀速运动。杆与导轨的电阻均忽略不计，两者始终保持垂直且接触良好，两者之间的动摩擦因数为 μ。重力加速度大小为 g。求：



(1)金属杆在磁场中运动时产生的电动势的大小；

(2)电阻的阻值。

【答案】(1) $\dfrac{Blt_0(F-\mu mg)}{m}$ (2) $\dfrac{B^2l^2t_0}{m}$

【解析】(1)设金属杆进入磁场前的加速度大小为 a，由牛顿第二定律得

ma=F-μmg①

设金属杆到达磁场左边界时的速度为 v，由运动学公式有 $v=at_0$②

当金属杆以速度 v 在磁场中运动时，由法拉第电磁感应定律，杆中的电动势为

E=Blv③

联立①②③式可得 $E=Blt_0(\dfrac{F}{m}-\mu g)$④

(2)设金属杆在磁场区域中匀速运动时，金属杆的电流为 I，根据欧姆定律 $I=\dfrac{E}{R}$⑤

式中 R 为电阻的阻值。金属杆所受的安培力为 f=BIl⑥

因金属杆做匀速运动，由牛顿运动定律得 F–μmg–f=0⑦

联立④⑤⑥⑦式得 $R=\dfrac{B^2l^2t_0}{m}$⑧

【考点定位】电磁感应定律、牛顿第二定律

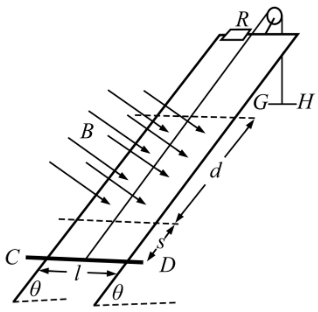
【名师点睛】此题是法拉第电磁感应定律与牛顿第二定律的综合应用问题；解题时要认真分析物理过程，分析金属棒的受力情况，选择合适的物理规律列出方程求解；还要抓住金属板的匀速运动状态列方程；此题难度不大。

152.(2016·浙江卷)小明设计的电磁健身器的简化装置如图所示，两根平行金属导轨相距 l=0.50 m，倾角 θ=53°，导轨上端串接一个 R=0.05 Ω 的电阻。在导轨间长 d=0.56 m 的区域内，存在方向垂直导轨平面向下的匀强磁场，磁感应强度 B=2.0 T。质量 m=4.0 kg 的金属棒 CD 水平置于导轨上，用绝缘绳索通过定滑轮与拉杆 GH 相连。CD 棒的初始位置与磁场区域的下边界相距 s=0.24 m。一位健身者用恒力 F=80 N 拉动 GH 杆，CD 棒由静止开始运动，上升过程中 CD 棒始终保持与导轨垂直。当 CD 棒到达磁场上边界时健身者松手，触发恢复装置使 CD 棒回到初始位置(重力加速度 $g=10\ m/s^2$，sin 53°=0.8，不计其他电阻、摩擦力以及拉杆和绳索的质量)。求

(1)CD 棒进入磁场时速度 v 的大小；

(2)CD 棒进入磁场时所受的安培力 F_A 的大小；

(3)在拉升 CD 棒的过程中，健身者所做的功 W 和电阻产生的焦耳热 Q。



【答案】(1)2.4 m/s (2)48 N (3)64 J 26.88 J

【解析】(1)由牛顿定律 $a=\dfrac{F-mg\sin\theta}{m}=12\ \text{m/s}^2$ ①

进入磁场时的速度 $v=\sqrt{2as}=2.4\ \text{m/s}$ ②

(2)感应电动势 $E=Blv$ ③

感应电流 $I=\dfrac{Blv}{R}$ ④

安培力 $F_A=IBl$ ⑤

代入得 $F_A=\dfrac{(Bl)^2v}{R}=48\ \text{N}$ ⑥

(3)健身者做功 $W=F(s+d)=64\ \text{J}$ ⑦

由牛顿定律；$F-mg\sin\theta-F_A=0$ ⑧

CD 棒在磁场区做匀速运动

在磁场中运动时间 $t=\dfrac{d}{v}$ ⑨

焦耳热 $Q=I^2Rt=26.88\ \text{J}$ ⑩

【考点定位】法拉第电磁感应定律；牛顿第二定律；功

【名师点睛】此题是关于电磁感应现象中的力及能量的问题。解题时要认真分析物理过程，搞清物体的受力情况及运动情况，并能选择合适的物理规律列出方程解答；此题难度中等，意在考查学生综合运用物理规律解题的能力。

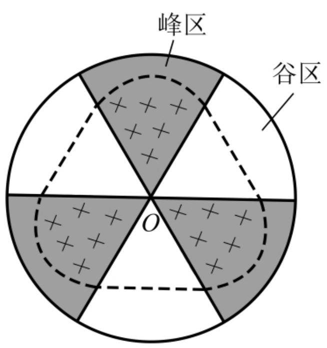
153.(2016·浙江卷·T25)为了进一步提高回旋加速器的能量，科学家建造了“扇形聚焦回旋加速器”。在扇形聚焦过程中，离子能以不变的速率在闭合平衡轨道上周期性旋转。

扇形聚焦磁场分布的简化图如图所示，圆心为 O 的圆形区域等分成六个扇形区域，其中三个为峰区，三个为谷区，峰区和谷区相间分布。峰区内存在方向垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度为 B，谷区内没有磁场。质量为 m，电荷量为 q 的正离子，以不变的速率 v 旋转，其闭合平衡轨道如图中虚线所示。

(1)求闭合平衡轨道在峰区内圆弧的半径 r，并判断离子旋转的方向是顺时针还是逆时针；

(2)求轨道在一个峰区内圆弧的圆心角 θ，及离子绕闭合平衡轨道旋转的周期 T；

(3)在谷区也施加垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度为 B'，新的闭合平衡轨道在一个峰区内的圆心角 θ 变为 90°，求 B'和 B 的关系。已知：sin(α±β)=sin αcos β±cos αsin β，$\cos\alpha=1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}$



【答案】(1)$\frac{mv}{qB}$ 旋转方向为逆时针方向 (2)$\theta=\frac{2\pi}{3}$ $T=\frac{(2\pi+3\sqrt{3})m}{qB}$ (3) $B'=\frac{\sqrt{3}-1}{2}B$

【解析】(1)封区内圆弧半径 $r=\frac{mv}{qB}$ ①

旋转方向为逆时针方向②

(2)由对称性，封区内圆弧的圆心角 $\theta=\frac{2\pi}{3}$ ③

每个圆弧的长度 $l=\frac{2\pi r}{3}=\frac{2\pi mv}{3qB}$ ④

每段直线长度 $L=2r\cos\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}r=\frac{\sqrt{3}mv}{qB}$ ⑤

周期 $T=\frac{3(l+L)}{v}$ ⑥

代入得 $T=\frac{(2\pi+3\sqrt{3})m}{qB}$ ⑦

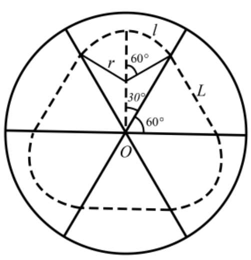
(3)谷区内的圆心角 $\theta'=120^\circ-90^\circ=30^\circ$ ⑧

谷区内的轨道圆弧半径 $r'=\frac{mv}{qB'}$ ⑨

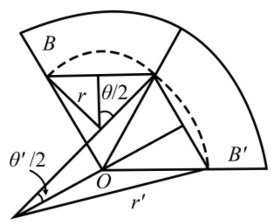
由几何关系 $r\sin\frac{\theta}{2}=r'\sin\frac{\theta'}{2}$ ⑩

由三角关系 $\sin\frac{30^\circ}{2}=\sin 15^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ⑪

代入得 $B'=\frac{\sqrt{3}-1}{2}B$ ⑫



答25题第2小题图

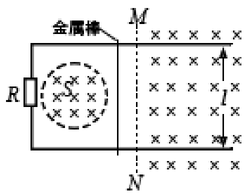


答25题第3小题图

【考点定位】带电粒子在匀强磁场中的运动

【名师点睛】此题是关于带电粒子在匀强磁场中的运动问题。解题时要分析粒子受到的洛伦兹力的情况，找到粒子做圆周运动的圆心及半径，画出几何图形，并借助与几何关系分析解答。此题有一定的难度，考查学生的综合能力。

154.(2016·全国新课标III卷)如图，两条相距 l 的光滑平行金属导轨位于同一水平面(纸面)内，其左端接一阻值为 R 的电阻；一与导轨垂直的金属棒置于两导轨上；在电阻、导轨和金属棒中间有一面积为 S 的区域，区域中存在垂直于纸面向里的均匀磁场，磁感应强度大小 B_1 随时间 t 的变化关系为 $B_1 = kt$，式中 k 为常量；在金属棒右侧还有一匀强磁场区域，区域左边界 MN(虚线)与导轨垂直，磁场的磁感应强度大小为 B_0，方向也垂直于纸面向里。某时刻，金属棒在一外加水平恒力的作用下从静止开始向右运动，在 t_0 时刻恰好以速度 v_0 越过 MN，此后向右做匀速运动。金属棒与导轨始终相互垂直并接触良好，它们的电阻均忽略不计。求



(1)在 t=0 到 $t=t_0$ 时间间隔内，流过电阻的电荷量的绝对值；

(2)在时刻 $t(t>t_0)$穿过回路的总磁通量和金属棒所受外加水平恒力的大小。

【答案】(1)$|q| = \dfrac{kt_0S}{R}$ (2) $f = (B_0lv_0 + kS)\dfrac{B_0l}{R}$

【解析】在金属棒未越过 MN 之前，t 时刻穿过回路的磁通量为 $\Phi = ktS$ ①

设在从 t 时刻到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内，回路磁通量的变化量为 $\Delta\Phi$，流过电阻 R 的电荷量为 Δq

由法拉第电磁感应有 $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ②

由欧姆定律有 $i=\frac{\varepsilon}{R}$ ③

由电流的定义有 $i=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ ④

联立①②③④可得 $|\Delta q|=\frac{kS}{R}\Delta t$ ⑤

由⑤可得，在 t=0 到 t=t_0 的时间间隔内，流过电阻 R 的电荷量 q 的绝对值为

$|q|=\frac{kt_0S}{R}$ ⑥

(2)当 $t>t_0$ 时，金属棒已越过 MN，由于金属棒在 MN 右侧做匀速运动，有 $f=F$ ⑦

式中 f 是外加水平恒力，F 是匀强磁场施加的安培力。设此时回路中的电流为 I，F 的大小为 $F=B_0Il$ ⑧

此时金属棒与 MN 之间的距离为 $s=v_0(t-t_0)$ ⑨

匀强磁场穿过回路的磁通量为 $\Phi'=B_0ls$ ⑩

回路的总磁通量为 $\Phi_1=\Phi=\Phi'$ ⑪

式中 Φ 仍如①式所示，由①⑨⑩⑪可得，在时刻 t(t＞t_0)穿过回路的总磁通量为 $\Phi_1=B_0lv_0(t-t_0)+kSt$ ⑫

在 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内，总磁通量的改变 $\Delta\Phi_t$ 为 $\Delta\Phi_t=\left(B_0lv_0+kS\right)\Delta t$ ⑬

由法拉第电磁感应定律得，回路感应电动势的大小为 $\varepsilon_t=\left|\frac{\Delta\Phi_t}{\Delta t}\right|$ ⑭

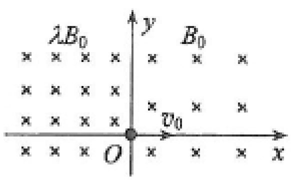
由欧姆定律有 $I=\frac{\varepsilon_t}{R}$ ⑮

联立⑦⑧⑬⑭⑮可得 $f=\left(B_0lv_0+kS\right)\frac{B_0l}{R}$

【考点定位】考查了导体切割磁感线运动

【方法技巧】根据法拉第电磁感应定律，结合闭合电路欧姆定律，及电量表达式，从而导出电量的综合表达式，即可求解；根据磁通量的概念，$\Phi=BS$，结合磁场方向，即可求解穿过回路的总磁通量；根据动生电动势与感生电动势公式，求得线圈中的总感应电动势，再依据闭合电路欧姆定律，及安培力表达式，最后依据平衡条件，即可求解水平恒力大小。

155.(2017·新课标III卷·T24)如图，空间存在方向垂直于纸面(xOy 平面)向里的磁场。在 x≥0 区域，磁感应强度的大小为 B_0；x<0 区域，磁感应强度的大小为 λB_0(常数 λ>1)。一质量为 m、电荷量为 q(q>0)的带电粒子以速度 v_0 从坐标原点 O 沿 x 轴正向射入磁场，此时开始计时，当粒子的速度方向再次沿 x 轴正向时，求(不计重力)



(1)粒子运动的时间；

(2)粒子与 O 点间的距离。

【答案】(1)$\frac{\pi m}{qB_0}(1+\frac{1}{\lambda})$　(2)$\frac{2mv_0}{qB_0}(1-\frac{1}{\lambda})$

【解析】粒子的运动轨迹如图所示。带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的向心力由洛伦兹力提供，设在 $x \geq 0$ 区域，圆周半径 R_1；设在 $x<0$ 区域，圆周半径 R_2；由洛伦兹力公式及牛顿运动定律得 $qvB_0=\frac{mv_0^2}{R_1}$　①

$qv(\lambda B_0)=\frac{mv_0^2}{R_2}$　②

粒子速度方向转过 180° 时，所用时间 t_1 为 $t_1=\frac{\pi R_1}{v_0}$　③

粒子再转过 180°时，所用时间 t_2 为 $t_2=\frac{\pi R_2}{v_0}$　④

联立①②③④得，所求时间为 $t_0=t_1+t_2=\frac{\pi m}{qB_0}(1+\frac{1}{\lambda})$　⑤

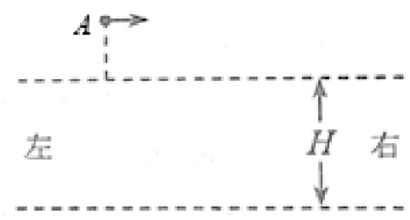
(2)由几何关系及①②式得，所求距离为 $d=2(R_1-R_2)=\frac{2mv_0}{qB_0}(1-\frac{1}{\lambda})$ ⑥

【考点定位】带电粒子在磁场中的运动

【名师点睛】对于带电粒子在磁场中运动问题，解题时常要分析带电粒子受到的洛伦兹力的情况，找到粒子做圆周运动的圆心及半径，画出运动轨迹可以使运动过程清晰明了，同时要善于运用几何知识帮助分析和求解。

156.(2017·新课标II卷)如图，两水平面(虚线)之间的距离为 H，其间的区域存在方向水平向右的匀强电场。自该区域上方的 A 点将质量为 m、电荷量分别为 q 和–q(q>0)的带电小球 M、N 先后以相同的初速度沿平行于电场的方向射出。小球在重力作用下进入电场区域，并从该区域的下边界离开。已知 N 离开电场时的速度

方向竖直向下；M 在电场中做直线运动，刚离开电场时的动能为 N 刚离开电场时动能的 1.5 倍。不计空气阻力，重力加速度大小为 g。求



(1)M 与 N 在电场中沿水平方向的位移之比；

(2)A 点距电场上边界的高度；

(3)该电场的电场强度大小。

【答案】(1)3:1　(2)$\frac{1}{3}H$　(3)$E=\frac{mg}{\sqrt{2}q}$

【解析】(1)设带电小球 M、N 抛出的初速度均为 v_0, 则它们进入电场时的水平速度仍为 v_0；M、N 在电场中的运动时间 t 相等，电场力作用下产生的加速度沿水平方向，大小均为 a，在电场中沿水平方向的位移分别为 s_1 和 s_2；由运动公式可得：

$v_0-at=0$①

$s_1=v_0t+\frac{1}{2}at^2$②

$s_2=v_0t-\frac{1}{2}at^2$③

联立①②③解得：$s_1:s_2=3:1$④

(2)设 A 点距离电场上边界的高度为 h，小球下落 h 时在竖直方向的分速度为 v_y，则；

$v_y^2 = 2gh$ ⑤

$H = v_y t + \frac{1}{2}gt^2$ ⑥

因为 M 在电场中做匀加速直线运动，则

$\frac{v_0}{v_y} = \frac{s_1}{H}$ ⑦

由①②⑤⑥⑦可得 h=$\frac{1}{3}H$ ⑧

(3)设电场强度为 E，小球 M 进入电场后做直线运动，则 $\frac{v_0}{v_y} = \frac{qE}{mg}$， $a = \frac{Eq}{m}$ ⑨

设 M、N 离开电场时的动能分别为 E_{k1}、E_{k2}，由动能定理：

$E_{k1} = \frac{1}{2}m(v_0^2 + v_y^2) + mgH + qEs_1$ ⑩

$E_{k2} = \frac{1}{2}m(v_0^2 + v_y^2) + mgH - qEs_2$ ⑪

由已知条件：$E_{k1}=1.5E_{k2}$

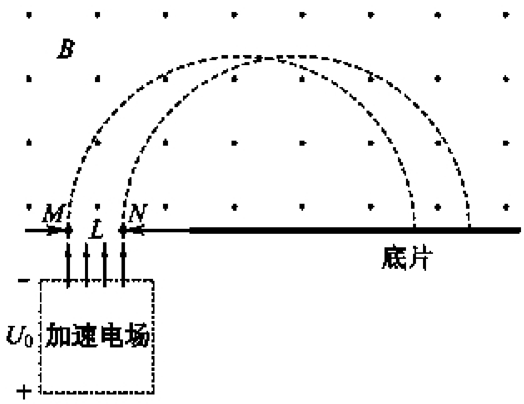
联立④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪ ⑫ 解得：$E = \frac{mg}{\sqrt{2q}}$

【考点定位】带电小球在复合场中的运动；动能定理

【名师点睛】此题是带电小球在电场及重力场的复合场中的运动问题；关键是分析小球的受力情况，分析小球在水平及竖直方向的运动性质，搞清物理过程；灵活选取物理规律列方程。

157.(2017·江苏卷)一台质谱仪的工作原理如图所示.大量的甲、乙两种离子飘入电压为 U_0 的加速电场，其初速度几乎为 0，经过加速后，通过宽为 L 的狭缝 MN

沿着与磁场垂直的方向进入磁感应强度为 B 的匀强磁场中，最后打到照相底片上.已知甲、乙两种离子的电荷量均为+q，质量分别为 2m 和 m，图中虚线为经过狭缝左、右边界 M、N 的甲种离子的运动轨迹.不考虑离子间的相互作用.



(1)求甲种离子打在底片上的位置到 N 点的最小距离 x；

(2)在答题卡的图中用斜线标出磁场中甲种离子经过的区域，并求该区域最窄处的宽度 d；

(3)若考虑加速电压有波动，在($U_0-\Delta U$)到($U_0+\Delta U$)之间变化，要使甲、乙两种离子在底片上没有重叠，求狭缝宽度 L 满足的条件.

【答案】(1) $x=\frac{4}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{q}}-L$ (2) $d=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{q}}-\sqrt{\frac{4mU_0}{qB^2}-\frac{L^2}{4}}$

(3) $L<\frac{2}{B}\sqrt{\frac{m}{q}}[2\sqrt{(U_0-\Delta U)}-\sqrt{2(U_0+\Delta U)}]$

【解析】(1)设甲种离子在磁场中的运动半径为 r_1

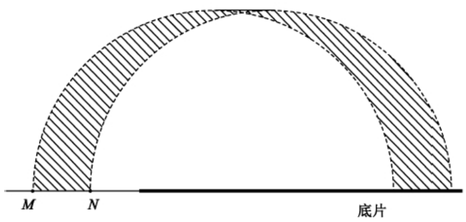
电场加速 $qU_0=\frac{1}{2}\times 2mv^2$ 且 $qvB=2m\frac{v^2}{r_1}$ 解得 $r_1=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{q}}$

根据几何关系x =2r1 –L　解得 $x=\frac{4}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{q}}-L$

(2)(见图) 最窄处位于过两虚线交点的垂线上

$$d=r_1-\sqrt{r_1^2-(\frac{L}{2})^2}$$

解得 $d=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{q}}-\sqrt{\frac{4mU_0}{qB^2}-\frac{L^2}{4}}$



(3)设乙种离子在磁场中的运动半径为r2

r1的最小半径

$$r_{1\min}=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{m(U_0-\Delta U)}{q}}$$

r2 的最大半径 $r_{2\max}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m(U_0+\Delta U)}{q}}$

由题意知 2r1min–2r2max >L，即 $\frac{4}{B}\sqrt{\frac{m(U_0-\Delta U)}{q}}-\frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m(U_0+\Delta U)}{q}}>L$

解得 $L<\frac{2}{B}\sqrt{\frac{m}{q}}[2\sqrt{(U_0-\Delta U)}-\sqrt{2(U_0+\Delta U)}]$

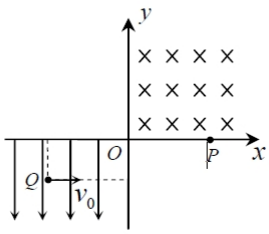
【考点定位】带电粒子在组合场中的运动

【名师点睛】本题考查带电粒子在匀强磁场中的运动, 对此类问题主要是画出粒子运动的轨迹，分析粒子可能的运动情况，找出几何关系，有一定的难度.

158.(2017·天津卷)平面直角坐标系 xOy 中，第I象限存在垂直于平面向里的匀强磁场，第III现象存在沿 y 轴负方向的匀强电场，如图所示。一带负电的粒子从电场中的 Q 点以速度 v_0 沿 x 轴正方向开始运动，Q 点到 y 轴的距离为到 x 轴距离的 2 倍。粒子从坐标原点 O 离开电场进入磁场，最终从 x 轴上的 P 点射出磁场，P 点到 y 轴距离与 Q 点到 y 轴距离相等。不计粒子重力，问：

(1)粒子到达 O 点时速度的大小和方向；

(2)电场强度和磁感应强度的大小之比。



【答案】(1) $v=\sqrt{2}v_0$，方向与 x 轴方向的夹角为 45°角斜向上 (2) $\frac{E}{B}=\frac{v_0}{2}$

【解析】

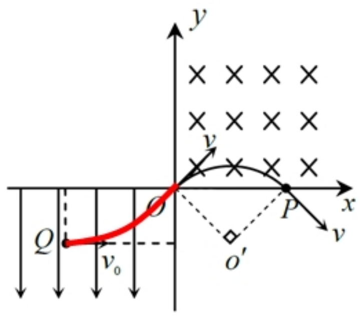
试题分析：(1)粒子在电场中又 Q 到 O 做类平抛运动，设 Q 点速度 v 与+x 方向夹角为 α，Q 点到 x 轴的距离为 L，到 y 轴的距离为 $2L$，粒子的加速度为 a，运动时间为 t，根据类平抛运动的规律，有：x 方向：$2L=v_0t$　　y 方向：$L=\frac{1}{2}at^2$

粒子到达 O 点时沿 y 轴方向的分速度为：$v_y=at$

又：$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_0}$

解得：$\tan\alpha=1$，即$\alpha=45^\circ$，粒子到达O点时速度方向与x轴方向的夹角为45°角斜向上。

粒子到达O点时的速度大小为$v=\frac{v_0}{\cos 45^\circ}=\sqrt{2}v_0$



(2)设电场强度为E，粒子电荷量为q，质量为m，粒子在电场中受到的电场力为F，粒子在电场中运动的加速度：$a=\frac{qE}{m}$

设磁感应强度大小为B，粒子做匀速圆周运动的半径为R，洛伦兹力提供向心力，有：$qvB=m\frac{v^2}{R}$

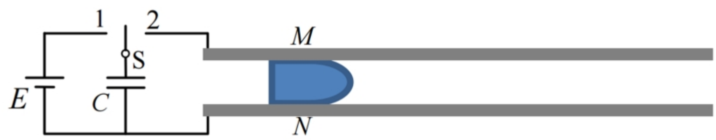
根据几何关系可知：$R=\sqrt{2}L$

整理可得：$\frac{E}{B}=\frac{v_0}{2}$

【考点定位】带电粒子在复合场中的运动

【名师点睛】本题难度不大，但需要设出的未知物理量较多，容易使学生感到混乱，要求学生认真规范作答，动手画图。

159.(2017·天津卷)电磁轨道炮利用电流和磁场的作用使炮弹获得超高速度，其原理可用来研制新武器和航天运载器。电磁轨道炮示意如图，图中直流电源电动势为 E，电容器的电容为 C。两根固定于水平面内的光滑平行金属导轨间距为 l，电阻不计。炮弹可视为一质量为 m、电阻为 R 的金属棒 MN，垂直放在两导轨间处于静止状态，并与导轨良好接触。首先开关 S 接 1，使电容器完全充电。然后将 S 接至 2，导轨间存在垂直于导轨平面、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场(图中未画出)，MN 开始向右加速运动。当 MN 上的感应电动势与电容器两极板间的电压相等时，回路中电流为零，MN 达到最大速度，之后离开导轨。问：



(1)磁场的方向；

(2)MN 刚开始运动时加速度 a 的大小；

(3)MN 离开导轨后电容器上剩余的电荷量 Q 是多少。

【答案】(1)磁场的方向垂直于导轨平面向下 (2) $a=\dfrac{BEl}{mR}$ (3) $Q_2=\dfrac{B^2l^2C^2E}{B^2l^2C+m}$

【解析】(1)电容器充电后上板带正电，下板带负电，放电时通过 MN 的电流由 M 到 N，欲使炮弹射出，安培力应沿导轨向右，根据左手定则可知磁场的方向垂直于导轨平面向下。

(2)电容器完全充电后，两极板间电压为 E，根据欧姆定律，电容器刚放电时的电流：$I=\dfrac{E}{R}$

炮弹受到的安培力：$F = BIl$

根据牛顿第二定律：$F = ma$

解得加速度 $a = \dfrac{BEl}{mR}$

(3)电容器放电前所带的电荷量 $Q_1 = CE$

开关 S 接 2 后，MN 开始向右加速运动，速度达到最大值 v_m 时，MN 上的感应电动势：$E' = Blv_m$

最终电容器所带电荷量 $Q_2 = CE'$

设在此过程中 MN 的平均电流为 $\overline{I}$，MN 上受到的平均安培力：$\overline{F} = B \cdot \overline{I} \cdot l$

由动量定理，有：$\overline{F} \cdot \Delta t = mv_m - 0$

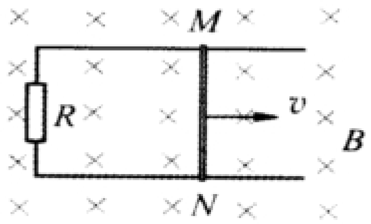
又：$\overline{I} \cdot \Delta t = Q_1 - Q_2$

整理的：最终电容器所带电荷量 $Q_2 = \dfrac{B^2l^2C^2E}{B^2l^2C + m}$

【考点定位】电磁感应现象的综合应用，电容器，动量定理。

【名师点睛】本题难度较大，尤其是最后一个小题，给学生无从下手的感觉：动量定理的应用是关键。

160.(2015·北京卷·T22)如图所示，足够长的平行光滑金属导轨水平放置，宽度 L=0.4m 一端连接 R=1Ω 的电阻。导线所在空间存在竖直向下的匀强磁场，磁感应强度 B=1T。导体棒 MN 放在导轨上，其长度恰好等于导轨间距，与导轨接触良好，导轨和导体棒的电阻均可忽略不计。在平行于导轨的拉力 F 作用下，导体棒沿导轨向右匀速运动，速度 v=5m/s。求：



(1)感应电动势 E 和感应电流 I；

(2)在 0.1s 时间内，拉力的冲量 I_f 的大小；

(3)若将 MN 换为电阻 r=1Ω的导体棒，其他条件不变，求导体棒两端的电压 U。

【答案】(1) $E=2.0\text{V}$、$I=2.0\text{A}$ ；(2) $I_f=0.08(\text{N}\cdot\text{S})$ (3) $U=1\text{V}$

【解析】

（1）根据动生电动势公式得 E=BLv = 1T ×0.4m ×5m /s =2V

故感应电流 $I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{2\text{V}}{1\Omega}=2\text{A}$

(2)金属棒在匀速运动过程中，所受的安培力大小为 $F_{安}$= BIL =0.8N,

因匀速直线运动，所以导体棒所受拉力 $F=F_{安}=0.8\text{N}$

所以拉力的冲量 $I_F=F\cdot t$ =0.8 N×0.1s=0.08 N·s

(3)其它条件不变，则有电动势 $E=2\text{V}$

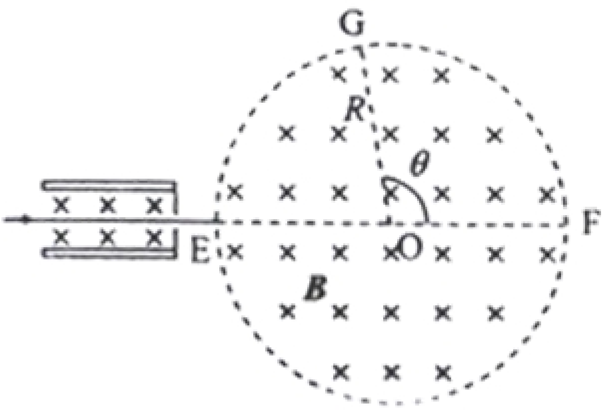
由全电路的欧姆定律 $I'=\dfrac{E}{R+r}=1\text{A}$

导体棒两端电压 $U=I'R=1\text{V}$

【考点定位】动生电动势和感应电流的基本概念；力和运动的基本关系，冲量的基本定义；电动势和外电压的基本概念及其关系。

【规律总结】电磁感应共分两种情况：动生问题(棒切割磁感线)产生的电动势 $E=BLv$，方向由右手定则；感生问题(磁感应强度的变化)的电动势 $E=n\frac{\Delta BS}{\Delta t}$，方向由楞次定律。而电流方向都是等效电源内部负极流向正极的方向。

161.(2010·海南卷·T15)右图中左边有一对平行金属板，两板相距为 d.电压为 V；两板之间有匀强磁场，磁感应强度大小为 B_0，方向与金属板面平行并垂直于纸面朝里。图中右边有一半径为 R、圆心为 O 的圆形区域内也存在匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直于纸面朝里。一电荷量为 q 的正离子沿平行于全属板面、垂直于磁场的方向射入平行金属板之间，沿同一方向射出平行金属板之间的区域，并沿直径 EF 方向射入磁场区域，最后从圆形区城边界上的 G 点射出.已知弧 $\overset{\frown}{FG}$ 所对应的圆心角为 θ，不计重力.求



(1)离子速度的大小；

(2)离子的质量。

【答案】(1) $\frac{V}{B_0 d}$　(2) $\frac{qBB_0Rd}{V}\cot\frac{\theta}{2}$

【解析】(1)由题设知，离子在平行金属板之间做匀速直线运动，安所受到的向上的压力和向下的电场力平衡

$$qvB_0 = qE_0 \qquad ①$$

式中，v 是离子运动速度的大小，E_0 是平行金属板之间的匀强电场的强度，有

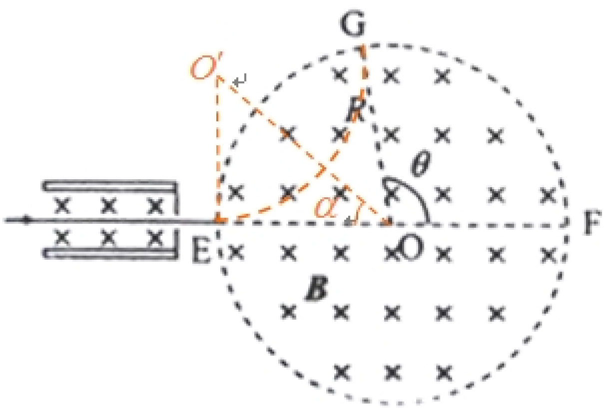
$$E_0 = \frac{V}{d} \qquad ②$$

由①②式得 $v = \dfrac{V}{B_0 d}$ ③

(2)在圆形磁场区域，离子做匀速圆周运动，由洛伦兹力公式和牛顿第二定律有

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \qquad ④$$

式中，m 和 r 分别是离子的质量和它做圆周运动的半径。由题设，离子从磁场边界上的点 G 穿出，离子运动的圆周的圆心 O' 必在过 E 点垂直于 EF 的直线上，且在 EG 的垂直一平分线上(见右图)。



由几何关系有

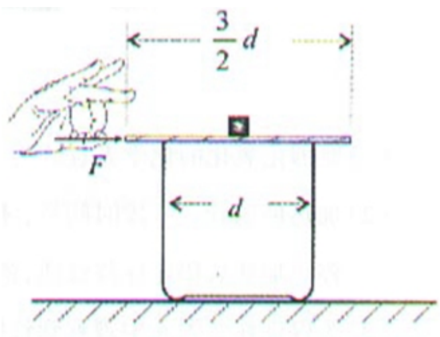
$$r = R\tan\alpha \qquad ⑤$$

式中，α 是 OO' 与直径 EF 的夹角，由几何关系得

$$2\alpha+\theta=\pi \qquad ⑥$$

联立③④⑤⑥式得，离子的质量为 $m=\frac{qBB_0Rd}{V}\cot\frac{\theta}{2}$ ⑦

162.(2010·重庆卷·T25)某兴趣小组用如题 25 图所示的装置进行实验研究.他们在水平桌面上固定一内径为 d 的椭圆形玻璃杯，杯口上放置一直径为 1.5d，质量为 m 的匀质薄圆板，板内放一质量为 2m 的小物块.板中心、物块均在杯的轴线上.物块与板间动摩擦因数为 μ，不计板与杯口之间的摩擦力，重力加速度为 g，不考虑板翻转。



题 25 图

(1)对板施加指向圆心的水平外力 F，设物块与板间最大静摩擦力为 f_{max}，若物块能在板上滑动，求 F 应满足的条件。

(2)如果对板施加的指向圆心的水平外力是作用时间极短的较大冲击力，冲量为 I，

①I 应满足什么条件才能使物块从板上掉下？

②物块从开始运动到掉下时的位移 s 为多少？

③根据 s 与 I 的关系式说明要使 s 更小，冲量应如何改变.

【答案】

(1)设圆板与物块相对静止时，它们之间的静摩擦力为 F_f，共同加速度为 a

由牛顿运动定律，有

对物块 $F_f = 2ma$　　对圆板 $F - F_f = ma$

两物相对静止，有　$F_f \le f_{max}$

得　$F \le \frac{3}{2} Ff_{max}$

相对滑动的条件　　　$F > \frac{3}{2} Ff_{max}$

(2)设冲击刚结束时圆板获得的速度大小为 v_0，物块掉下时，圆板和物块速度大小分别为 v_1 和 v_2。

由动量定理，有　　$I = mv_0$

由动能定理，有

对圆板 $-2\mu mg(s + \frac{3}{4}d) = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

对物块 $2\mu mgs = \frac{1}{2}(2m)v_2^2 - 0$

由动量守恒定律，有

$mv_0 = mv_1 + 2mv_2$

要使物块落下，必须 $v_1 > v_2$

由以上各式得 I$>\frac{3}{2}$m$\sqrt{2\mu gd}$

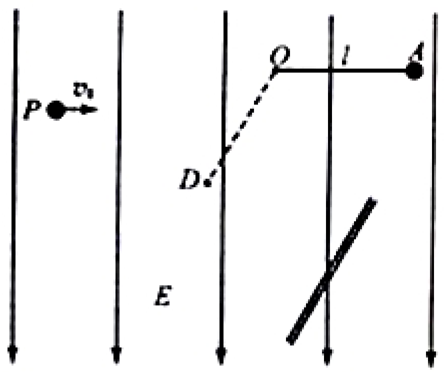
$$s=\frac{1}{2\mu g}\left(\frac{I-\sqrt{I^2-\frac{9}{2}\mu m^2 gd}}{3m}\right)^2$$

分子有理化得 $s=\frac{1}{2}\mu g\left(\frac{\frac{3}{2}md}{I+\sqrt{I^2-\frac{9}{2}\mu m^2 gd}}\right)^2$

根据上式结果知：I 越大，s 越小.

163.(2010·四川卷·T25)如图所示，空间有场强 $E=0.5N/C$ 的竖直向下的匀强电场,长 $l=0.3\sqrt{3}m$ 的不可伸长的轻绳一端固定于 O 点,另一端系一质量 $m=0.01kg$ 的不带电小球 A，拉起小球至绳水平后，无初速释放。另一电荷量 $q=+0.1C$、质量与 A 相同的小球 P，以速度 $\upsilon_0=3\sqrt{3}m/s$ 水平抛出，经时间 $t=0.2s$ 与小球 C 与 D 点下方一足够大的平板相遇。不计空气阻力，小球均可视为质点，取 $g=10m/s^2$。

求碰撞前瞬间小球 P 的速度。



若小球 C 经过路 $s=0.09m$ 到达平板，此时速度恰好为 O，求所加的恒力。

若施加恒力后，保持平板垂直于纸面且与水平面的夹角不变，在 D 点下方任意改变平板位置，小球 C 均能与平板正碰，求出所有满足条件的恒力。

【解析】本题主要考查了带电粒子在场中运动、碰撞、动量守恒。牛顿定律、功能关系的综合运用。重点考查对物理过程分析和建立物理模型能力的考查。

(1)设 P 的加速度为 a_0、到 D 点时竖直速度为 v_λ ，合速度大小为 v_1、与水平方向的夹角为 β，有：

$mg + qE = ma_0$ ①

$\upsilon_\lambda = a_0 t$ ②

$v_1^2 = v_0^2 + v_\lambda^2$ ③

$\tan\beta = \dfrac{v_\gamma}{v_0}$ ④

联立上述方程，代人数据，解得：$v_1 = 6m/s$ ⑤

$\beta = 30^\circ$ ⑥

(2)设 A 碰钱速度为 v_2，此时轻绳与竖直线的夹角为 β，由动能定理得：

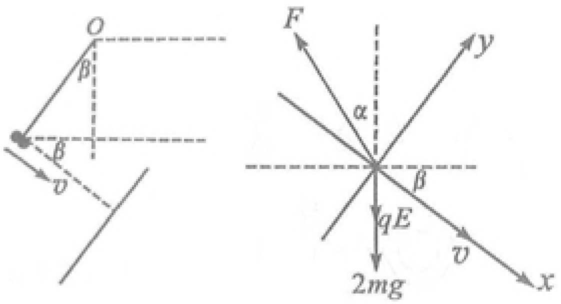
$mgl\cos\beta = \dfrac{1}{2}mv_2^2$ ⑦

设 A、P 碰撞后小球 C 的速度为 v，由动量守恒定律，得：$mv_1 - mv_2 = 2mv$ ⑧

小球 C 到达平板时速度为零，应做匀减速直线运动，设加速度大小为 a，有：

$v^2 = 2as$ ⑨

设恒力大小为 F，与竖直方向夹角为α，如右图，由牛顿第二定律，得：



$F\cos(90^\circ-a-\beta)-2mg\sin\beta-qE\sin=2ma$ ⑩

$F\sin(90^\circ-\alpha-\beta)-2mg\cos\beta-qE\cos\beta=0$ ⑪

代人相关数据，解得：$F=\dfrac{\sqrt{3}}{4}N$ ⑫

$\alpha=30^\circ$ ⑬

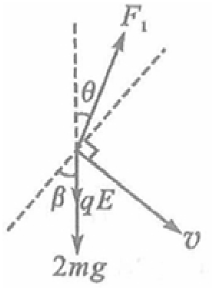
(3)由于平板可距 D 点无限远，小球 C 必做匀速或匀加速直线运动，恒力F_1的方向可从竖直向上顺时针转向无限接近速度方向，设恒力与竖直向上方向的角度为θ，有：

$0\le\theta<(90^\circ+30^\circ)=120^\circ$ ⑭

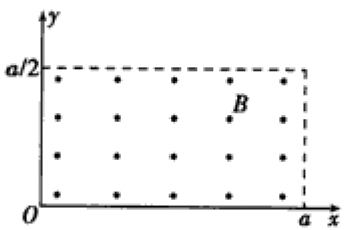
在垂直于速度方向上，有 $F_1\cos(\beta-\theta)=(2mg+qE)\cos\beta$ ⑮

则F_1大小 的条件为：

$F_1=\dfrac{\sqrt{3}}{8\cos(30^\circ-\theta)}N$ （式中$0\le\theta<120^\circ$） ⑯



164.(2010·新课标Ⅰ卷·T25.)如图所示，在 0≤x≤a、0≤y≤$\frac{a}{2}$范围内有垂直手 xy 平面向外的匀强磁场，磁感应强度大小为 B。坐标原点 O 处有一个粒子源，在某时刻发射大量质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子，它们的速度大小相同，速度方向均在 xy 平面内，与 y 轴正方向的夹角分布在 0～90°范围内。已知粒子在磁场中做圆周运动的半径介于 a/2 到 a 之间，从发射粒子到粒子全部离开磁场经历的时间恰好为粒子在磁场中做圆周运动周期的四分之一。求最后离开磁场的粒子从粒子源射出时的



(1)速度的大小：

(2)速度方向与 y 轴正方向夹角的正弦。

【答案】(1) $v=(2-\frac{\sqrt{6}}{2})\frac{aqB}{m}$　　(2) $\sin\alpha=\frac{6-\sqrt{6}}{10}$

【解析】(1)设粒子的发射速度为 v，粒子做圆周运动的轨道半径为 R，由牛顿第二定律和洛仑兹力公式，得 $qvB=m\frac{v^2}{R}$

由①式得　$R=\dfrac{mv}{qB}$ ②

当 a/2<R<a 时，在磁场中运动时间最长的粒子，其轨迹是圆心为 C 的圆弧，圆弧与磁场的上边界相切，如图所示。设该粒子在磁场运动的时间为 t，依题意

$t=T/4$，得 $\angle OCA=\dfrac{\pi}{2}$ ③

设最后离开磁场的粒子的发射方向与 y 轴正方向的夹角为 α，由几何关系可得

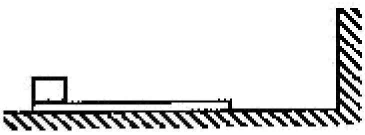
$R\sin\alpha=R-\dfrac{a}{2}$ ④　　　$R\sin\alpha=a-R\cos\alpha$ ⑤

又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ ⑥

由④⑤⑥式得　$R=(\dfrac{4-\sqrt{6}}{2})a$ ⑦　　由②⑦式得 $v=(2-\dfrac{\sqrt{6}}{2})\dfrac{aqB}{m}$ ⑧

(2)由④⑦式得　$\sin\alpha=\dfrac{6-\sqrt{6}}{10}$ ⑨

165.(2010·新课标Ⅰ卷·T35(2))如图所示，光滑的水平地面上有一木板，其左端放有一重物，右方有一竖直的墙。重物质量为木板质量的 2 倍，重物与木板间的动摩擦因数为 μ。使木板与重物以共同的速度 v_0 向右运动，某时刻木板与墙发生弹性碰撞，碰撞时间极短。求木板从第一次与墙碰撞到再次碰撞所经历的时间。设木板足够长，重物始终在木板上。重力加速度为 g。



【答案】$t=\dfrac{4v_0}{3\mu g}$

【解析】

(2)本题考查的是动量守恒定律和动量定理。明确运动过程的初末状态是解题的关键。

第一次与墙碰撞后，木板的速度反向，大小不变，此后木板向左做匀减速运动，重物向右做匀减速运动，最后木板和重物达到共同的速度 v。设木板的质量为 m。重物的质量为 2m，取向右为动量的正向，由动量守恒得 $2mv_0-mv_0=3mv$①

设从第一次与墙碰撞到重物和木板具有共同速度 v 所用的时间为 t_1,

对木板应用动量定理得 $2\mu mgt_1=mv-m(-v_0)$ ②

由牛顿第二定律得 $2\mu mg=ma$ ③

式中 a 为木板的加速度。

在达到共同速度 v 时，木板离墙的距离 l 为 $l=v_0t_1-\frac{1}{2}at_1^2$ ④

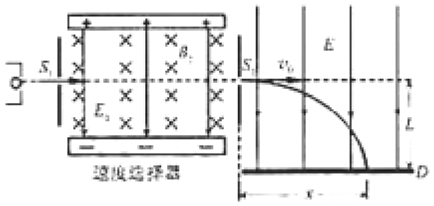
开始向右做匀速运动到第二次与墙碰撞的时间为 $t_2=\frac{l}{v}$ ⑤

从第一次碰撞到第二次碰撞所经过的时间为 $t=t_1+t_2$ ⑥

由以上各式得 $t=\frac{4v_0}{3\mu g}$ ⑦

166.(2010·福建卷·T20)如图所示的装置，左半部为速度选择器，右半部为匀强的偏转电场。一束同位素离子流从狭缝 S_1 射入速度选择器，能够沿直线通过速度选择器并从狭缝 S_2 射出的离子，又沿着与电场垂直的方向，立即进入场强大小为 E

的偏转电场，最后打在照相底片 D 上。已知同位素离子的电荷量为 q(q＞0)，速度选择器内部存在着相互垂直的场强大小为 E_0 的匀强电场和磁感应强度大小为 B_0 的匀强磁场，照相底片 D 与狭缝 S_1、S_2 的连线平行且距离为 L，忽略重力的影响。



(1)求从狭缝 S_2 射出的离子速度 v_0 的大小；

(2)若打在照相底片上的离子在偏转电场中沿速度 v_0 方向飞行的距离为 x, 求出 x 与离子质量 m 之间的关系式(用 E_0、B_0、E、q、m、L 表示)。

【答案】

(1)能从速度选择器射出的离子满足

$$qE_0 = qv_0B_0 \quad ①$$

所以 $v_0 = \dfrac{E_0}{B_0}$ ②

(2)离子进入匀强偏转电场 E 后做类平抛运动，则

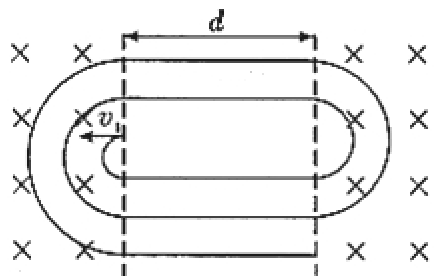
$$x = v_0 t \quad ③$$

$$L = \frac{1}{2}at^2 \quad ④$$

由牛顿第二定律得 $qE = ma$ ⑤

由②③④⑤解得　$x=\dfrac{E_0}{B_0}\sqrt{\dfrac{2mL}{qE}}$

167.(2010·山东卷·T25)如图所示，以两虚线为边界，中间存在平行纸面且与边界垂直的水平电场，宽度为 d，两侧为相同的匀强磁场，方向垂直纸面向里。一质量为 m、带电量+q、重力不计的带电粒子，以初速度 v_1 垂直边界射入磁场做匀速圆周运动，后进入电场做匀加速运动，然后第二次进入磁场中运动，此后粒子在电场和磁场中交替运动。已知粒子第二次在磁场中运动的半径是第一次的二倍，第三次是第一次的三倍，以此类推。求



(1)粒子第一次经过电场的过程中电场力所做的功 W_1。

(2)粒子第 n 次经过电场时电场强度的大小 E_n。

(3)粒子第 n 次经过电场所用的时间 t_n。

(4)假设粒子在磁场中运动时，电场区域场强为零。请画出从粒子第一次射入磁场至第三次离开电场的过程中，电场强度随时间变化的关系图线(不要求写出推导过程，不要求标明坐标刻度值)。

【答案】(1) $W_1=\dfrac{3mv_1^2}{2}$ (2) $E_n=\dfrac{(2n-1)mv_1^2}{2qd}$ (3) $t_n=\dfrac{2d}{(2n-1)v_1}$

【解析】

(1)设磁场的磁感应强度大小为 B,例子第 n 次进入磁场时的半径为 R_n,速度为 v_n,

由牛顿第二定律得 $qv_nB = m\frac{v_n^2}{R_n}$ ①

由①式得 $v_n = \frac{qBR_n}{m}$ ②

因为 $R_2 = 2R_1$, 所以 $v_2 = 2v_1$③

对于粒子第一次在电场中的运动，由动能定理得 $W_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ ④

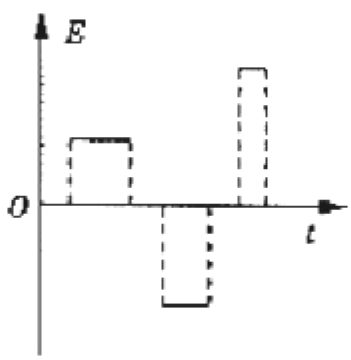
联立③④式得 $W_1 = \frac{3mv_1^2}{2}$ ⑤

(2) $W_n = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{1}{2}mv_{n-1}^2 = \frac{1}{2}m(nv_1)^2 - \frac{1}{2}m((n-1)v_1)^2$， $W_n = E_nqd$， 所以

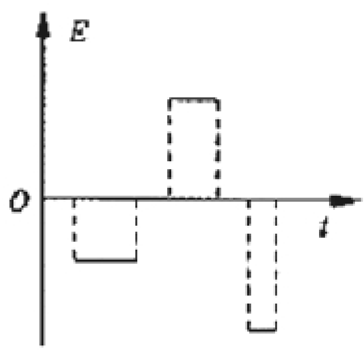
$E_n = \frac{(2n-1)mv_1^2}{2qd}$。

(3) $v_n - v_{n-1} = a_nt_n$， $a_n = \frac{qE_n}{m}$， 所以 $t_n = \frac{2d}{(2n-1)v_1}$。

(4)

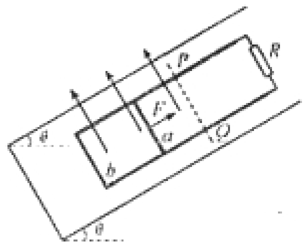


或



168.(2010·福建卷·T21)如图所示， 两条平行的光滑金属导轨固定在倾角为 θ 的绝缘斜面上， 导轨上端连接一个定值电阻。导体棒 a 和 b 放在导轨上， 与导轨垂直

并良好接触。斜面上水平虚线 PQ 以下区域内，存在着垂直穿过斜面向上的匀强磁场。现对 a 棒施以平行导轨斜向上的拉力，使它沿导轨匀速向上运动，此时放在导轨下端的 b 棒恰好静止。当 a 棒运动到磁场的上边界 PQ 处时，撤去拉力，a 棒将继续沿导轨向上运动一小段距离后再向选滑动，此时 b 棒已滑离导轨。当 a 棒再次滑回到磁场边界 PQ 处时，又恰能沿导轨匀速向下运动。已知 a 棒、b 棒和定值电阻的阻值均为 R,b 棒的质量为 m，重力加速度为 g，导轨电阻不计。求



(1)a 棒在磁场中沿导轨向上运动的过程中，a 棒中的电流强度 I，与定值电阻 R 中的电流强度 IR 之比；

(2)a 棒质量 m_a；

(3)a 棒在磁场中沿导轨向上运动时所受的拉力 F。

【答案】(1) $\frac{I_a}{I_R}=\frac{2}{1}$　(2) $m_a=\frac{3}{2}m$　(3) $F=\frac{7}{2}mg\sin\theta$

【解析】本题考查共点力平衡、闭合电路的欧姆定律和法拉弟电磁感应定律及考生的推理能力和分析综合能力。

(1)a 棒沿导轨向上运动时，a 棒、b 棒及电阻 R 中的电流分别为 I_a、I_b、I_R 有

$I_R R = I_b R_b$　①

$I_a = I_b + I_R$　②

由 ①②解得 $\frac{I_a}{I_R}=\frac{2}{1}$ ③

(2)由于 a 棒在 PQ 上方滑动过程中机械能守恒，因而 a 棒在磁场中向上滑动的速度大小 v_1 与在磁场中向下滑动的速度大小 v_2 相等，即 $v_1=v_2=v$④

设磁场的磁感应强度为 B，导体棒长为 L。a 林在磁场中运动时产生的感应电动势为

$E=BLv$ ⑤

当 a 棒沿斜面向上运动时 $I_b=\frac{E}{2\times\frac{3R}{2}}$ ⑥ $I_bLB=mg\sin\theta$ ⑦

向下匀速运动时，a 棒中的电流为 I_a，则 $I_a=\frac{E}{2R}$ ⑧ $I_aLB=m_ag\sin\theta$ ⑨

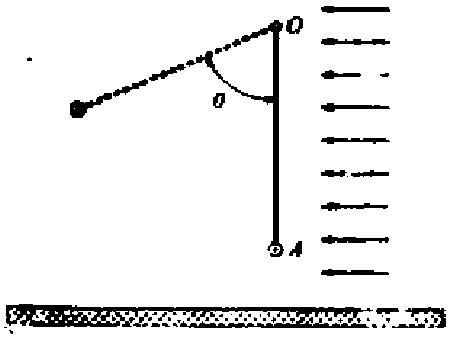
由④⑤⑥⑦⑧⑨解得 $m_a=\frac{3}{2}m$

(3)由题知导体棒 a 沿斜面向上运动时，所受拉力 $F=I_aLB+m_ag\sin\theta$

联立上列各式解得 $F=\frac{7}{2}mg\sin\theta$

169.(2010·浙江卷·T23)如图所示，一矩形轻质柔软反射膜可绕过 O 点垂直纸面的水平轴转动，其在纸面上的长度 OA 为 L_1，垂直纸面的宽度为 L_2。在膜的下端(图中 A 处)挂有一平行于转轴，质量为 m，长为 L_2 的导体棒使膜绷成平面。在膜下方水平放置一足够大的太阳能光电池板，能接收到经反射膜反射到光电池板上的所有光能，并将光能转化成电能。光电池板可等效为一个电池，输出电压恒定为 U；输出电流正比于光电池板接收到的光能(设垂直于入射光单位面积上的光

功率保持恒定)。导体棒处在方向竖直向上的匀强磁场 B 中，并与光电池构成回路，流经导体棒的电流垂直纸面向外(注：光电池与导体棒直接相连，连接导线未画出)。



(1)若有一束平行光水平入射，当反射膜与竖直方向成 θ＝60°时，导体棒处于受力平衡状态，求此时电流强度的大小和光电池的输出功率。

(2)当 θ 变成 45°时，通过调整电路使导体棒保持平衡，光电池除维持导体棒力学平衡外，不能输出多少额外电功率？

【解析】本题是对平衡条件、安培力计算及能量守恒的考查，主要考查考生对空间的想象能力及对知识的灵活运用能力。

解：(1)导体棒所受安培力 $F_A = IBL_2$ ①

导体棒有静力平衡关系 $mg\tan(\theta) = F_A$ ②

解得 $I = \dfrac{mg\tan(\theta)}{BL_2}$ ③

所以当 θ＝60°时，$I_{60} = \dfrac{mg\tan(60^0)}{BL_2} = \sqrt{3}mg / BL_2$

光电池输出功率为 $P_{60} = UI_{60} = \sqrt{3}mgU / BL_2$

(2)当 θ＝45°时，根据③式可知维持静力平衡需要的电流为

$$I_{45}=\frac{mg\tan(45^0)}{BL_2}=\frac{mg}{BL_2}$$

根据几何关系可知 $\frac{P_{45}}{P_{60}}=\frac{L_1L_2\cos(45^0)}{L_1L_2(60^0)}=\sqrt{2}$

可得 $P_{45}=\sqrt{2}P_{60}=\sqrt{6}mgU/BL_2$

而光电池产生的电流为 $I_{充电}=\frac{P_{45}}{U}=\sqrt{6}\frac{mg}{BL_2}$

所以能提供的额外电流为 $I_{额外}=I_{充电}-I_{45}=(\sqrt{6}-1)\frac{mg}{BL_2}$

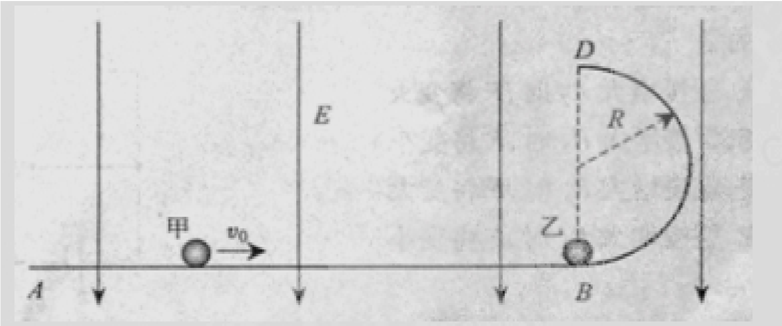
可提供额外功率 $P_{额外}=I_{额外}U=(\sqrt{6}-1)\frac{mgU}{BL_2}$

170.(2010·安徽卷·T24)如图，ABD 为竖直平面内的光滑绝缘轨道，其中 AB 段是水平的，BD 段为半径 R=0.2m 的半圆，两段轨道相切于 B 点，整个轨道处在竖直向下的匀强电场中，场强大小 $E=5.0\times10^3$V/m。一不带电的绝缘小球甲，以速度 υ_0 沿水平轨道向右运动，与静止在 B 点带正电的小球乙发生弹性碰撞。已知甲、乙两球的质量均为 $m=1.0\times10^{-2}$kg，乙所带电荷量 $q=2.0\times10^{-5}$C，g 取 10m/s²。(水平轨道足够长，甲、乙两球可视为质点，整个运动过程无电荷转移)

(1)甲乙两球碰撞后，乙恰能通过轨道的最高点 D，求乙在轨道上的首次落点到 B 点的距离；

(2)在满足(1)的条件下。求的甲的速度 υ_0；

(3)若甲仍以速度 v_0 向右运动，增大甲的质量，保持乙的质量不变，求乙在轨道上的首次落点到 B 点的距离范围。



【解析】本题是一个碰撞与临界相结合的综合题，涉及动量守恒与能量守恒的知识，计算过程比较复杂。

解：(1)在乙恰能通过轨道最高点的情况下，设乙到达最高点速度为 v_0，乙离开 D 点到达水平轨道的时间为 t，乙的落点到 B 点的距离为 x，则

$$m\frac{{v_D}^2}{R}=mg+qE \quad ①$$

$$2R=\frac{1}{2}(\frac{mg+qE}{m})t^2 \quad ②$$

$$x=v_Dt \quad ③$$

联立①②③得 $x=0.4m$ ④

(2) 设碰撞后甲、乙的速度分别为 $v_甲$、$v_乙$ 根据动量守恒定律和机械能守恒定律有

$mv_0=mv_甲+mv_乙$ ⑤

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_甲^2+\frac{1}{2}mv_乙^2 \quad ⑥$$

联立⑤⑥得 $v_乙=v_0$ ⑦

由动能定理，得 $-mg\cdot 2R-qE\cdot 2R=\frac{1}{2}mv_D^2-\frac{1}{2}mv_{乙}^2$ ⑧

联立①⑦⑧得 $v_0=\sqrt{\frac{5(mg+Eq)}{m}}=2\sqrt{5}m/s$ ⑨

(3)设甲的质量为 M，碰撞后甲、乙的速度分别为 v_M、v_m，根据动量守恒定律和机械能守恒定律有

$Mv_0=Mv_M+mv_m$ ⑩

$\frac{1}{2}Mv_0^2=\frac{1}{2}Mv_M^2+\frac{1}{2}mv_m^2$ ⑪

联立⑩⑪得 $v_m=\frac{2Mv_0}{M+m}$ ⑫

由⑫和 $M\geqslant m$，可得 $v_0\leqslant v_m<2v_0$ ⑬

设乙球过 D 点时速度为 v_D'，由动能定理得

$-mg\cdot 2R-qE\cdot 2R=\frac{1}{2}mv_D'^2-\frac{1}{2}mv_m^2$ ⑭

联立⑨⑬⑭得

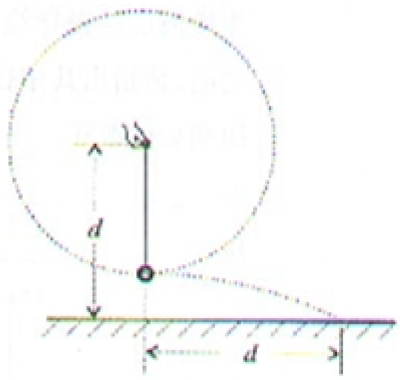
$2m/s\leqslant v_D'<8m/s$ ⑮

设乙在水平轨道上的落点距 B 点的距离 x’，有 $x'=v_D't$ ⑯

联立②⑮⑯得 $0.4m\leqslant x'<1.6m$

171.(2010·重庆卷·T24)小明站在水平地面上，手握不可伸长的轻绳一端，绳的另一端系有质量为 m 的小球，甩动手腕，使球在竖直平面内做圆周运动.当球某次

运动到最低点时，绳突然断掉，球飞离水平距离 d 后落地，如题 24 图所示。已知握绳的手离地面高度为 d，手与球之间的绳长为$\frac{3}{4}d$，重力加速度为 g.忽略手的运动半径和空气阻力。



题 24 图

(1)求绳断时球的速度大小 v_1，和球落地时的速度大小 v_2.

(2)问绳能承受的最大拉力多大？

(3)改变绳长，使球重复上述运动。若绳仍在球运动到最低点时断掉，要使球抛出的水平距离最大，绳长应为多少？最大水平距离为多少？

【解析】

(1)设绳断后球飞行时间为 t，由平抛运动规律，有

竖直方向$\frac{1}{4}$d=$\frac{1}{2}$gt^2，水平方向 d=v_1t

得　　$v_1=\sqrt{2gd}$

由机械能守恒定律，有$\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2+mg\left(d-\frac{3}{4}d\right)$

得　$v_2=\sqrt{\frac{5}{2}gd}$

(2)设绳能承受的最大拉力大小为 T，这也是球受到绳的最大拉力大小.

球做圆周运动的半径为 $R=\frac{1}{2\mu g}\left(\frac{I-\sqrt{I^2-\frac{9}{2}\mu m^2 gd}}{3m}\right)^2\frac{3}{4}d$

由圆周运动向心力公式，有 $F_T-mg=\frac{mv_1^{\ 2}}{R}$

得　$F_T=\frac{11}{3}$mg

(3)设绳长为 l，绳断时球的速度大小为 v_3，绳承受的最大拉力不变，

有 $F_T-mg=m\frac{v_3^{\ 2}}{l}$　　　得 $v_3=\sqrt{\frac{8}{3}gl}$

绳断后球做平抛运动，竖直位移为 $d-l$，水平位移为 x，时间为 t_1，

有 $d-l=\frac{1}{2}gt_1^2$　　　$x=v_3t_1$　　得 $x=4\sqrt{\frac{l(d-l)}{3}}$

当 $l=\frac{d}{2}$时，x 有极大值　$x_{max}=\frac{2\sqrt{3}}{3}d$

【解析】本题考查力学综合知识，包括平抛运动的处理，机械能守恒，圆周运动的向心力的表达式等知识点。第三问求极值问题对数理接合的能力要求较高。