

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的第1项是1, 第2项是2, 以后各项由 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n \geq 2$) 给出.

(1) 写出这个数列的前5项;

(2) 利用数列 $\{a_n\}$, 通过公式 $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 构造一个新的数列

$\{b_n\}$, 试写出数列 $\{b_n\}$ 的前5项.

*5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n-2}{2n-15}$, 前 n 项和为 S_n . 求 S_n 取得最小值时 n 的值.

例4 用10 000元购买某个理财产品一年.

(1) 若以月利率0.400%的复利计息, 12个月能获得多少利息(精确到1元)?

(2) 若以季度复利计息, 存4个季度, 则当每季度利率为多少时, 按季结算的利息不少于按月结算的利息(精确到 10^{-5})?

例6 某工厂去年12月试产1050个高新电子产品, 产品合格率为90%. 从今年1月开始, 工厂在接下来的两年中将生产这款产品. 1月按去年12月的产量和产品合格率生产, 以后每月的产量都在前一个月的基础上提高5%, 产品合格率比前一个月增加0.4%, 那么生产该产品一年后, 月不合格品的数量能否控制在100个以内?

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, $a_3 = 2\sqrt{2} + 1$, 前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{S_n}{n}$.

求证:

(1) 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 中的任意三项均不能构成等比数列.

9. 用测量工具测量某物体的长度，由于工具的精度以及测量技术的原因，测得 n 个数据

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n.$$

证明：用 n 个数据的平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

表示这个物体的长度，能使这 n 个数据的方差

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$$

最小.

5. 一个距地心距离为 r ，质量为 m 的人造卫星，与地球之间的万有引力 F 由公式 $F = \frac{GMm}{r^2}$ 给出，其中 M 为地球质量， G 为引力常量. 求 F 对于 r 的瞬时变化率.

17. 作函数 $y = \frac{e^x(2x-1)}{x-1}$ 的大致图象.

18. 已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x+m)$. 当 $m \leq 2$ 时，求证 $f(x) > 0$.

19. 已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.