

[试卷免费提供]

贵阳市 2021 年高三适应性考试 (一)

理科数学

2021 年 2 月

注意事项:

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、报名号、座位号填写在答题卡相应位置上。
2. 回答第I卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 请保持答题卡平整,不能折叠。考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 U 是全集,若集合 A 满足 $A \cap \complement_U B = \emptyset$, 则

- A. $A \cup B = A$ B. $A \cap B = B$
C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A \cup B = B$

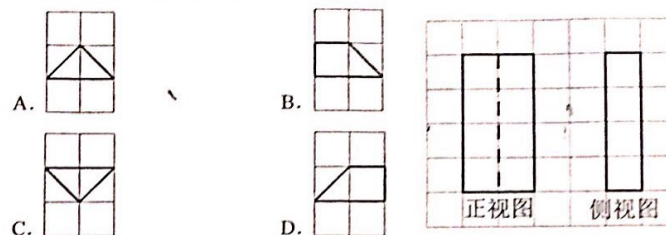
2. 已知复数 $1+i$ 是关于 x 的方程 $x^2 + px + 2 = 0 (p \in \mathbb{R})$ 的根, 则 $p =$

- A. 2 B. -2
C. 1 D. -1

3. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 右图是某几何体的正视图和侧视图, 则该几何体的俯视图不可能是



5. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $x > 1$ ”是“ $x^2 + 1 \geq 2x$ ”的

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 经数学家证明:“在平面上画有一组间距为 a 的平行线, 将一根长度为 $l (l \leq a)$ 的针任意掷在这个平面上, 此针与平行线中任一条相交的概率为 $p = \frac{2l}{\pi a}$ (其中 π 为圆周率)”。某试验者用一根长度为 2cm 的针, 在画有一组间距为 3cm 平行线所在的平面上投掷了 n 次, 其中有 120 次出现该针与平行线相交, 并据此估算出 π 的近似值为 $\frac{10}{3}$, 则 $n =$

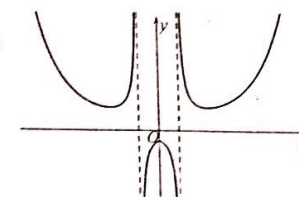
- A. 300 B. 400
C. 500 D. 600

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 3, 若 $a_2, a_1 + a_3, a_6$ 成等比数列, 则 $S_5 =$

- A. 9 或 13 B. 13
C. 15 或 35 D. 35

8. 右图是函数 $f(x)$ 的部分图象, 则 $f(x)$ 的解析式可能是

- A. $\frac{e^{|x|}}{2x^2 - 2}$ B. $\frac{\cos x}{2x^2 - 2}$
C. $\frac{\sin x}{2x^2 - 2}$ D. $\frac{\ln(|x| + e)}{2x^2 - 2}$



9. 若 $e < a < b < \pi$ (e 为自然对数的底数), 则 $a^b, b^a, \log_b a$ 的大小关系为

- A. $a^b < b^a < \log_b a$ B. $b^a < a^b < \log_b a$
C. $\log_b a < a^b < b^a$ D. $\log_b a < b^a < a^b$

第II卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分。

13. $(x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是_____。(用数字作答)。

14. 已知函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x$, 给出下列四个命题:

- ① 2π 是函数 $f(x)$ 的一个周期;
- ② 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称;
- ③ 函数 $f(x)$ 的图象过点 $(\pi, 0)$;
- ④ 函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调函数。

其中所有真命题的序号是_____。

15. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 $N(4, 0)$, 直线 l 过 F 且交 C 于 A, B 两点, 若以 NF 为直径的圆交 l 于点 M (异于 F), 且 M 是 AB 中点, 则线段 MF 的长为_____。

16. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1$, 且 $a_n \cdot a_{n+1} = \frac{n}{n+2}$, 则 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_{2n-2} \cdot a_{2n-1} \cdot a_{2n} =$ _____, $a_n =$ _____。

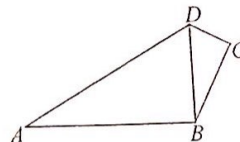
三、解答题: 第 17 至 21 题每题 12 分, 第 22、23 题为选考题, 各 10 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 12 分)

如图所示, 在平面四边形 $ABCD$ (A, C 在线段 BD 异侧) 中, $\angle BAD = \frac{\pi}{6}$, $\angle BCD = \frac{\pi}{2}$,

$AB = 2\sqrt{3}$, $AD = 4$ 。

- (1) 求 BD 的长;
- (2) 请从下面的三个问题中任选一个作答:
(作答时用笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框填涂)
- ① 求四边形 $ABCD$ 的面积取值范围;
- ② 求四边形 $ABCD$ 的周长的取值范围;
- ③ 求四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 的长的取值范围。



10. 根据圆锥曲线的光学性质: 从双曲线的一个焦点发出的光线, 经双曲线反射后, 反射光线的反向延长线过双曲线的另一个焦点. 由此可得, 过双曲线上任意一点的切

线, 平分该点与两焦点连线的夹角. 请解决下面问题: 已知 F_1, F_2 分别是双曲线

$C: x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点, 若从点 F_2 发出的光线经双曲线右支上的点 $A(x_0, 2)$ 反

射后, 反射光线为射线 AM , 则 $\angle F_2AM$ 的角平分线所在的直线的斜率为

- A. $-\sqrt{3}$
- B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. $\sqrt{3}$

11. 已知 $\triangle ABC$, $\overline{AM} = 3\overline{AB}$, $\overline{AN} = 3\overline{AC}$, 点 P 是四边形 $BCNM$ 内 (含边界) 的一点,

若 $\overline{AP} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $(x+1)^2 + (y+1)^2$ 的最大值与最小值之差为

- A. 12
- B. 9
- C. $\frac{25}{2}$
- D. $\frac{17}{2}$

12. 在平面内, 已知动点 P 与两定点 A, B 的距离之比为 λ ($\lambda > 0$ 且 $\lambda \neq 1$), 那么点 P 的轨

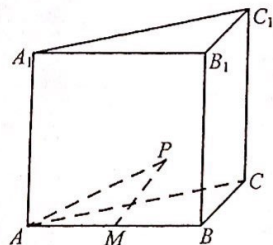
迹是圆, 此圆称为阿波罗尼斯圆. 在空间中, 也可得到类似结论. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$

中, $A_1A \perp$ 平面 ABC , $AB = BC = 2$, $BB_1 = \sqrt{2}\pi$, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 M 为 AB 的中

点, 点 P 在三棱柱内部或表面上运动, 且 $|PA| = \sqrt{2}|PM|$, 动点 P 形成的曲面将三棱柱

分成两个部分, 体积分别为 V_1, V_2 ($V_1 < V_2$), 则 $\frac{V_1}{V_2} =$

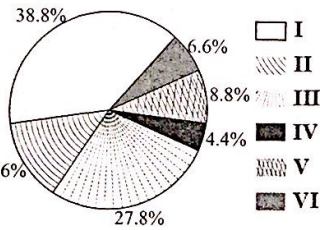
- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{5}$



18. (本题满分 12 分)

据报道, 2019 年全球进行了 102 次航天发射, 发射航天器 492 个. 中国以 34 次航天发射蝉联榜首, 美国、俄罗斯分列第二和第三位.

2019 年全球发射的航天器按质量 m (单位: kg) 可分为六类: I 类 ($0 \leq m < 50$), II 类 ($50 \leq m < 200$), III 类 ($200 \leq m < 500$), IV 类 ($500 \leq m < 1000$), V 类 ($1000 \leq m < 5000$), VI 类 ($m \geq 5000$), 其中 I 类航天器仍然保持较高的活跃度, 但整体的发射热度相较 2018 年有所降低, 发射数量仍以较大优势排名榜首, 总数达到 191 个, 占比下降到 38.8%; 而 II 类和 III 类航天器由于低轨宽带星座部署改变, 发射卫星数量均实现大幅增长. 根据 2019 年全球发射航天器数量按质量分类得到如图的饼形图:



假设 2021 年全球共计划发射 500 个航天器, 且航天器数量按质量分布比例与 2019 年相同.

(1) 利用该饼状图, 估计 2021 年发射的航天器中 IV 类, V 类, VI 类的个数;

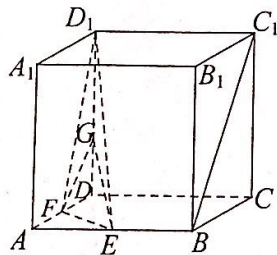
(2) 由 (1) 的计算, 采用分层抽样的方法, 从 IV 类, V 类, VI 类这三类中抽取 9 个航天器. 根据研究需要, 要从这 9 个航天器中随机抽取 3 个航天器作研究, 设这 3 个航天器来自这三类航天器的类别种数为 X , 求 X 的分布列及其期望.

19. (本题满分 12 分)

如图, 棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 AB, AD 的中点, G 为棱 DD_1 上的动点.

(1) 当 G 是 DD_1 的中点时, 判断直线 BC_1 与平面 EFG 的位置关系, 并加以证明;

(2) 若直线 DD_1 与平面 EFG 所成的角为 30° , 求锐二面角 D_1-EF-G 的余弦值.



20. (本题满分 12 分)

设 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, C 的短轴长为 2, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

直线 $l: x = my + n$ 交椭圆于点 A, B .

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 C 的左右顶点分别为 A_1, A_2 , 直线 AA_1, BA_2 的斜率分别是 k_1, k_2 , 若 $k_2 = 2k_1$, 试问直线 l 是否过定点? 并证明你的结论.

21. (本题满分 12 分)

已知曲线 $f(x) = xe^x - \frac{2}{3}ax^3 - ax^2, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 有三个极值点 $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$, 求实数 a 的取值范围, 并证

明: $0 < f(x_2) < \frac{e}{6}$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (本题满分 10 分)

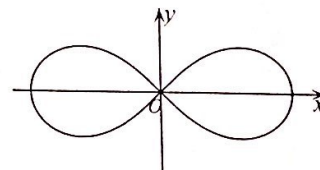
在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = r \cos \alpha, \\ y = r \sin \alpha. \end{cases} (0 < r < 2, \alpha \text{ 为参数})$ 以 O

为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C_2: \rho^2 = 4 \cos 2\theta$ (如图所示).

(1) 若 $r = \sqrt{2}$, 求曲线 C_1 的极坐标方程, 并求曲线 C_1 与 C_2 交点的直角坐标;

(2) 已知曲线 C_2 既关于原点对称, 又关于坐标轴对

称, 且曲线 C_1 与 C_2 交于不同的四点 A, B, C, D , 求矩形 $ABCD$ 面积的最大值.



23. 选修 4-5: 不等式选讲 (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - m| + 2|x + 1|$.

(1) 若 $m = 2$, 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;

(2) $\forall x_1 \in \mathbb{R}, \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_1) - 3 \geq x_2 + \frac{4}{x_2}$, 求实数 m 的取值范围.