

贵阳市五校 2022 届高三年级联合考试（一）

理科数学

贵州省实验中学 贵阳二中 贵阳八中 贵阳九中 贵阳民中

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$ ，集合 $B = \{x \mid y = \lg(x - 1)\}$ ，则 $A \cap B =$

A. $[1, 2)$

B. $(1, 2)$

C. $(-1, +\infty)$

D. $(-1, 2)$
2. 已知 i 为虚数单位，若复数 $z = 1 + \frac{2}{1+i}$ ，则 $|z| =$

A. $\sqrt{5}$

B. $\sqrt{10}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $2-i$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-2 \leq 0, \\ x-y-1 \geq 0, \\ y+1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x+2y$ 的最小值为

A. -3

B. -2

C. $-\frac{1}{2}$

D. 1
4. 二项式 $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项为

A. 8

B. -8

C. 32

D. -32
5. 2021 年 4 月 8 日，教育部办公厅“关于进一步加强中小学生体质健康管理工作的通知”中指出，各地要加强对学生体质健康重要性的宣传，中小学校要通过体育与健康课程、大课间、课外体育锻炼、体育竞赛、班团队活动、家校协同联动等多种形式加强教育引导，让家长 and 中小学生对科学认识体质健康的影响因素，了解运动在增强体质、促进健康、预防肥胖与近视、锤炼意志、健全人格等方面的重要作用，提高学生体育与健康素养，增强体质健康管理的意识和能力。某高中学校共有 2000 名男生，为了了解这部分学生的身体发育情况，学校抽查了 100 名男生的体重情况，根据所得数据绘制样本的频率分布直方图如图 1 所示。根据此图，下列说法中错误的是

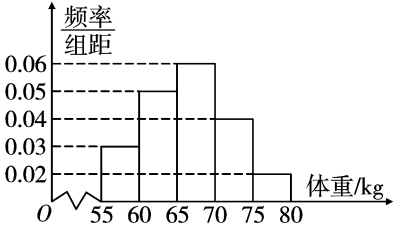


图 1

- A. 样本的众数约为 $67\frac{1}{2}$

B. 样本的中位数约为 $66\frac{2}{3}$

C. 样本的平均值约为 66

D. 为确保学生体质健康，学校将对体重超过 75kg 的学生进行健康监测，该校男生中需要监测的学生频数约为 200 人

6. 若双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的一条渐近线与圆 $M: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 交于点 A, B 两点，则 $|AB|$ 的值为

A. $\sqrt{3}$

B. 1

C. $2\sqrt{3}$

D. 2

7. 如图 2 所示的框图所给出的程序运行结果为 $S = 28$ ，则判断框中应填入的条件是

A. $n \leq 7?$

B. $n < 7?$

C. $n \geq 7?$

D. $n > 7?$

8. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB = 3$ ， $BC = \sqrt{13}$ ， $AC = 4$ ，且 D 为 AC 的中点，则 $|BD| =$

A. $\sqrt{7}$

B. $\sqrt{19}$

C. $\sqrt{13 - 6\sqrt{3}}$

D. $\sqrt{13 + 6\sqrt{3}}$

9. 如图 3，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的外接球的体积为

A. 6π

B. 24π

C. $8\sqrt{6}\pi$

D. $64\sqrt{6}\pi$

10. 已知 $a = \log_2 2.5$ ， $b = \log_3 3.5$ ， $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}$ ，则 a, b, c 的大小关系是

A. $c < b < a$

B. $c < a < b$

C. $a < b < c$

D. $b < a < c$

11. 古希腊数学家帕普斯在《数学汇编》第 3 卷中记载着一个定理：“如果同一个平面内的一个闭合图形的内部与一条直线不相交，那么该闭合图形围绕这条直线旋转一周所得到的旋转体的体积等于闭合图形的面积乘以重心旋转所得周长”。如图 4，半圆 O 的直径 $AB = 18\text{cm}$ ，点 D 是该半圆弧的中点，半圆弧与直径所围成的半圆面（不含边界）的重心 G 位于对称轴 OD 上，则运用帕普斯的上述定理可以求出 $OG =$

- A. $24\pi\text{ cm}$

B. $12\pi\text{ cm}$

C. $\frac{12}{\pi}\text{cm}$

D. $\frac{24}{\pi}\text{cm}$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ ，有如下四个结论：① $f(x)$ 的图象关于原点对称；② $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称；③若“ $\forall x \in \mathbf{R}, m \geq f(x)$ ”为真命题，则 m 的最小值为 2；④若“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, m \leq f(x_0)$ ”为真命题，则 m 的最大值为 -2 。其中所有正确结论的编号是

- A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②③④

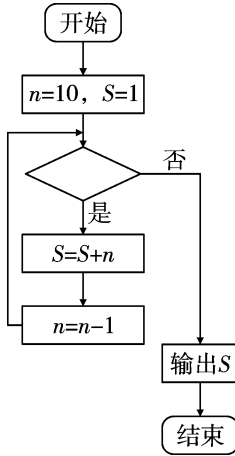


图 2

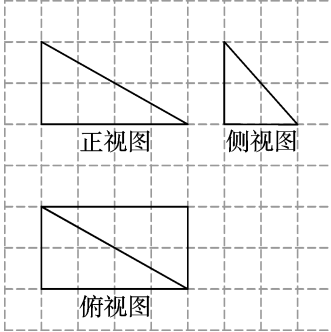


图 3

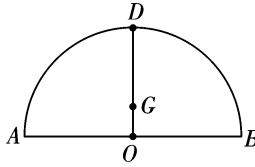


图 4

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $2\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 垂直，且 $|\vec{b}|=\sqrt{2}$ ，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为_____.
14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n ，且有 $a_3+a_9=3$ ， $b_5+b_7=6$ ，则 $\frac{S_{11}}{T_{11}}$ 的值为_____.
15. 已知点 M 为圆 $O':(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 上的动点，过圆心作直线 l 垂直于 x 轴交点为 A ，点 B 为 A 关于 y 轴的对称点，动点 N 满足到 B 点与到 l 的距离始终相等，记动点 N 到 y 轴距离为 m ，则 $m+|MN|$ 的最小值为_____.
16. 如图 5，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， E, F 分别是棱 AA_1, CC_1 的中点，过直线 EF 的平面分别与棱 BB_1, DD_1 交于 M, N ，设 $BM=x, x\in[0, 1]$ ，给出以下四个结论：①平面 $MENF\perp$ 平面 BDD_1B_1 ；②当且仅当 $x=\frac{1}{2}$ 时，四边形 $MENF$ 的面积最小；③四边形 $MENF$ 的周长 $L=f(x), x\in[0, 1]$ 是单调函数；④四棱锥 C_1-MENF 的体积 $V=h(x)$ 在 $[0, 1]$ 上先减后增. 其中正确命题的序号是_____.

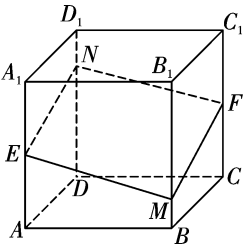


图 5

三、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 12 分）
- 给出下列 3 个条件：① $S_n=\frac{n(n+3)}{2}$ ；②对任意 $n>1$ 满足 $S_n-1=S_{n-1}+a_{n-1}$ 且 $a_2=3$ ；③ $\{a_n\}$ 是等差数列且 $a_2=3, 3a_1+a_4=11$. 现从中任选一个，补充在下列问题中，将序号填在横线上，并解答.
- 问题：已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=2^{(a_n-1)}$ ，_____.
- (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求数列 $\{(a_n-1)\cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. （本小题满分 12 分）
- 据贵州省气候中心报，2021 年 6 月上旬，我省降水量在 15.2~170.3mm 之间，毕节市局地、遵义市北部、铜仁市局地和黔东南州东南部不足 50mm，其余均在 50mm 以上，局地超过 100mm. 若我省某地区 2021 年端午节前后 3 天，每一天下雨的概率均为 50%. 通过模拟实验的方法来估计该地区这 3 天中恰好有 2 天下雨的概率. 利用计算机或计算器可以产生 0 到 9 之间取整数值的随机数 $x(x\in\mathbf{N}, \text{ 且 } 0\leq x\leq 9)$ 表示是否下雨：当 $x\in[0, k](k\in\mathbf{Z})$ 时表示该地区下雨，当 $x\in[k+1, 9]$ 时，表示该地区不下雨. 因为是 3 天，所以每三个随机数作为一组，从随机数表中随机取得 20 组数如下：
- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 332 | 714 | 740 | 945 | 593 | 468 | 491 | 272 | 073 | 445 |
| 992 | 772 | 951 | 431 | 169 | 332 | 435 | 027 | 898 | 719 |

- (1) 求出 k 的值，使得该地区每一天下雨的概率均为 50%；并根据上述 20 组随机数估计该地区这 3 天中恰好有 2 天下雨的概率；
- (2) 2016 年到 2020 年该地区端午节当天降雨量(单位：mm)如表：

时间	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年
年份 t	1	2	3	4	5
降雨量 y	28	27	25	23	22

经研究表明：从 2016 年到 2020 年，该地区端午节有降雨的年份的降雨量 y 与年份 t 具有线性相关关系，求回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$. 并预测该地区 2022 年端午节有降雨的话，降雨量约为多少？

参考公式： $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^n(t_i-\bar{t})^2}=\frac{\sum_{i=1}^nt_iy_i-n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^nt_i^2-n\bar{t}^2}$ ， $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.

19. （本小题满分 12 分）
- 如图 6，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=BC=1, BB_1=2, E$ 为棱 AA_1 的中点.
- (1) 证明： $BE\perp$ 平面 EB_1C_1 ；
- (2) 求二面角 $B-EC-C_1$ 的大小.

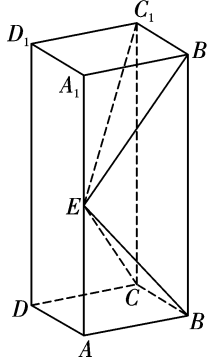


图 6

20. （本小题满分 12 分）
- 已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$.
- (1) 函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ ，求 $g(x)$ 的单调区间和极值；
- (2) 求证：对于 $\forall x\in(0, +\infty)$ ，总有 $f(x)>\frac{1}{4}\ln x-\frac{3}{4}$.

21. （本小题满分 12 分）
- 已知 $F_1(\sqrt{3}, 0), F_2(-\sqrt{3}, 0), P(0, 1)$ ，动点 M 满足 $|MF_1|+|MF_2|=|PF_1|+|PF_2|$.
- (1) 求动点 M 的轨迹方程；
- (2) 设直线 l 不经过点 P 且与动点 M 的轨迹相交于 A, B 两点. 若直线 PA 与直线 PB 的斜率和为 -1 ，证明：直线 l 过定点.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. （本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】
- 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=\sin t, \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\theta-5\rho\cos\theta-1=0$.
- (1) 求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标；
- (2) M 与 N 是曲线 C_1 上的两点，若 $OM\perp ON$ ，求 $\frac{1}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}$ 的值.

23. （本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】
- 已知函数 $f(x)=|x-3|+|x+m|$.
- (1) 若 $m=1$ ，求不等式 $f(x)\geq 6$ 的解集；
- (2) 若 $\exists x\in\mathbf{R}$ ，使得 $f(x)<2m$ ，求 m 的取值范围.

24. （本小题满分 10 分）（还未学过选修 4-4、4-5 的同学可选做此题）
- 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对边长为 $a, b, c, (c-2b)\cos A+a\cos C=0$.
- (1) 求角 A 的大小；
- (2) 若 $\sqrt{3}(c-b)=a$ ，证明： $\triangle ABC$ 是直角三角形.