贵阳市五校2022届高三年级联合考试（一）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	C	D	D	A	C	D	C	A

【解析】

1．在B中，$x-1>0\Rightarrow x>1$，$\therefore A\cap B=\{x\,|\,1<x<2\}$，故选B．

2．$z=1+\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}=1+\dfrac{2(1-\mathrm{i})}{2}=2-\mathrm{i}$，$\therefore |z|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$，故选A．

3．由题可得其可行域为如图1，l：$z=x+2y\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{z}{2}$，当$l$经过点$A(0,\ -1)$时，$z$取到最小值，$\therefore z_{\min}=0+2(-1)=-2$，故选B．

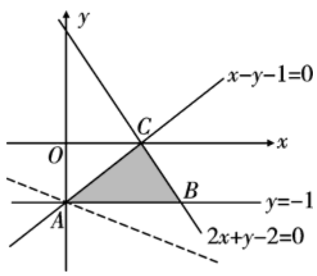

图1

4．展开式中常数项为$T_{3+1}=\mathrm{C}_4^3(x^3)^1\cdot\left(-\dfrac{2}{x}\right)^3=-32$，故选D．

5．由直方图估计样本平均值为$57.5\times0.15+62.5\times0.25+67.5\times0.3+72.5\times0.2+77.5\times0.1$ $=66.75$，故C错误，故选C．

6．双曲线C的一条渐近线为$\sqrt{3}x-y=0$，在圆M中，圆心$M(2,\ 0)$，半径$r=2$．圆心到渐近线的距离$d=\dfrac{|2\sqrt{3}-0|}{2}=\sqrt{3}$，由垂径定理得$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=2$，故选D．

7．按循环结构中，每一次循环得情况为：$S=11,\ n=9;\ S=20,\ n=8;\ S=28,\ n=7$，退出循环时，$n=7$，即$n=8$满足循环条件，但$n=7$不满足条件，所以条件为$n>7$，故选D．

8．在$\triangle ABC$中，$\cos A=\dfrac{3^2+4^2-\sqrt{13}^2}{2\times3\times4}=\dfrac{1}{2}$，在$\triangle ABD$中，$|BD|=\sqrt{3^2+2^2-2\times3\times2\times\dfrac{1}{2}}=\sqrt{7}$，故选A．

9．根据三视图知该几何体是一个四棱锥，底面为矩形，一条侧棱与底面垂直．因此可以将其补形为一个长方体，则该四棱锥的外接球也就是长方体的外接球，故$2R=\sqrt{2^2+4^2+2^2}=2\sqrt{6}$，所以$R=\sqrt{6}$，所以$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=8\sqrt{6}\pi$，故选C．

10．因为$2<2.5<4$，$3<3.5<9$，所以$1<a<2$，$1<b<2$，$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}=2^{1.5}>2$，所以$c$最大，

故排除 A，B；设$y=\log_x\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{\ln(x+0.5)}{\ln x}$，$x>1$，则$y'=\frac{\frac{1}{x+0.5}\ln x-\frac{1}{x}\ln(x+0.5)}{(\ln x)^2}=$

$\frac{\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}}{x(x+0.5)(\ln x)^2}$，因为$x>1$，所以$x^x<(x+0.5)^{(x+0.5)}$，所以$\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}<0$，

所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减．所以$f(2)>f(3)$，即$a>b$，所以$b<a<c$，故选 D．

11．取直线AB为旋转轴，设$OG=x$，由帕普斯得定理知$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{2}\pi R^2\bullet 2\pi\bullet x$，所以$x=\frac{12}{\pi}\text{cm}$，

即$OG=\frac{12}{\pi}\text{cm}$，故选 C．

12．在$f(x)$中，定义域$\mathbf{R}$关于原点对称，且$f(-x)=\frac{4\bullet(-x)}{(-x)^2+1}=-\frac{4x}{x^2+1}=-f(x)$，所以$f(x)$为

奇函数，其图象关于原点对称，故①正确，②错误；$\forall x\in\mathbf{R}$，$m>f(x)\Leftrightarrow m\geqslant f(x)_{\max}$，

当$x\leqslant 0$时，$f(x)\leqslant 0$；当$x>0$时，$f(x)=\frac{4x}{x^2+1}=\frac{4}{x+\frac{1}{x}}\leqslant\frac{4}{2\sqrt{1}}=2$，当且仅当$x=\frac{1}{x}$，

即$x=1$时，上式等号成立，故$f(x)_{\max}=2$，所以$m\geqslant 2$，所以$m_{\min}=2$，所以③正确，故选 A．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\sqrt{2}-2$	①②

【解析】

13．设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为θ，由题可得$(2\vec{a}+\vec{b})\bullet\vec{b}=0\Rightarrow 2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}\bullet\vec{b}=0\Rightarrow 2|\vec{a}|\times|\vec{b}|\times\cos\theta+|\vec{b}|^2$

$=0$．因为$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，可求得$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影$|\vec{a}|\times\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

14．因为$\{a_n\}$，$\{b_n\}$为等差数列，则有$a_3+a_9=2a_6=3$，$b_5+b_7=2b_6=6$．$S_{11}=11a_6$，$T_{11}=11b_6$，

所以$\frac{S_{11}}{T_{11}}=\frac{11a_6}{11b_6}=\frac{a_6}{b_6}=\frac{1}{2}$．

15．由抛物线的定义可知，如图 2，动点 N 的轨迹为开口向左的抛物线，其焦点坐标为 $B(-1,\ 0)$，准线方程为 $x=1$，可求得抛物线方程为：$y^2=-4x$．连接 $O'B$ 交圆 O' 于 M 点，交抛物线于 N 点，此时 $|MN|+m$ 最小，利用两点距离公式可求得 $|O'B|=2\sqrt{2}$，$|MN|+m=2\sqrt{2}-2$．

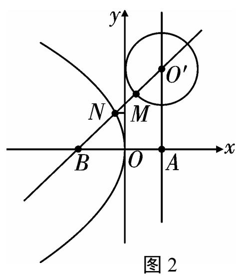

图 2

16．如图 3，①连接 EF，BD，B_1D_1，则由正方体的性质可知，$EF\perp$平面 BDD_1B_1，所以平面 $MENF\perp$平面 BDD_1B_1，所以①正确；②连接 MN，因为 $EF\perp$平面 BDD_1B_1，所以 $EF\perp MN$，所以四边形 $MENF$ 是菱形．$S=\dfrac{1}{2}\times EF\times MN$，四边形 $MENF$ 的对角线 EF 是固定的，

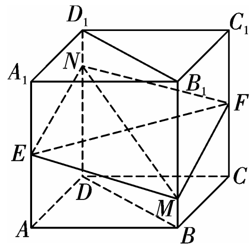

图 3

$|MN|=\sqrt{(1-2x)^2+2}$，所以当且仅当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，四边形 $MENF$ 的面积最小，故②正确；③因为 $EF\perp MN$，所以四边形 $MENF$ 是菱形．当 $x\in\left[0,\ \dfrac{1}{2}\right]$ 时，EM 的长度由大变小．当 $x\in\left[\dfrac{1}{2},\ 1\right]$ 时，EM 的长度由小变大．所以函数 $L=f(x)$，$x\in[0,\ 1]$ 不单调．所以③错误；④四棱锥则分割为两个小三棱锥，它们以 C_1EF 为底，以 M，N 分别为顶点的两个小棱锥 $M-C_1EF$，$N-C_1EF$．因为三角形 C_1EF 的面积是个常数．M，N 到平面 C_1EF 的距离是个常数，所以四棱锥 C_1-MENF 的体积 $V=h(x)$ 为常值函数，所以④错误．

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）选择①：$\because S_n=\dfrac{n(n+3)}{2}$，$\therefore$ 可推得 $\{a_n\}$ 是公差 $d=1$，$a_1=2$ 的等差数列，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．……………………………………………………………（6 分）

选择②：$\because$ 对任意 $n>1$ 满足 $S_n-1=S_{n-1}+a_{n-1}$；$\therefore a_n-a_{n-1}=1$，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列，　$\therefore a_n=a_2+(n-2)d=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．

……………………………………………………………………………（6 分）

选择③：$\because \{a_n\}$ 是等差数列且 $a_2=3$，

$3a_1+a_4=11$．$\therefore\begin{cases}a_2=a_1+d=3,\\3a_1+a_4=4a_1+3d=11,\end{cases}$ $\therefore a_1=2$，$d=1$，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．……………………………………………………………………（6 分）

（2）设 $c_n=(a_n-1)b_n=n\bullet 2^n$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，

则 $T_n=1\bullet 2^1+2\bullet 2^2+3\bullet 2^3+\cdots+(n-1)\bullet 2^{n-1}+n\bullet 2^n$，

那么有 $2T_n=1\bullet 2^2+2\bullet 2^3+3\bullet 2^4+\cdots+(n-1)\bullet 2^n+n\bullet 2^{n+1}$，

故上面两式错位相减相消得 $-T_n=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n-n\bullet 2^{n+1}$，

化简得 $T_n=(n-1)\bullet 2^{n+1}+2$．………………………………………………………（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意可知，$\dfrac{k+1}{10}=50\%$，解得 $k=4$，即 $0\sim4$ 表示下雨，$5\sim9$ 表示不下雨.

……………………………………………………………………………………（3 分）

所给的 20 组数据中 714，740，491，272，073，445，435，027，共 8 组表示 3 天中恰好有 2 天下雨，

故所求的概率为 $\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$．…………………………………………………………（6 分）

（2）由题中所给的数据可得 $\bar{t}=3$，$\bar{y}=25$，

所以 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})^2}=\dfrac{-16}{10}=-\dfrac{8}{5}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=25-\left(-\dfrac{8}{5}\right)\times3=\dfrac{149}{5}$，

所以回归方程为 $\hat{y}=-\dfrac{8}{5}t+\dfrac{149}{5}$，当 $t=7$ 时，$\hat{y}=-\dfrac{8}{5}\times7+\dfrac{149}{5}=\dfrac{93}{5}$．

……………………………………………………………………………………（10 分）

所以该地区 2022 年端午节有降雨的话，降雨量约为 $\dfrac{93}{5}$ mm．………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体，所以 $B_1C_1\perp$ 侧平面 A_1B_1BA，

而 $BE\subset$ 平面 A_1B_1BA，所以 $BE\perp B_1C_1$，

在 $\triangle BEB_1$ 中，$BE=\sqrt{2}$，$B_1E=\sqrt{2}$，$BB_1=2$，

所以$BE^2+B_1E^2=BB_1^2$，所以$BE\perp B_1E$，

又$B_1C_1\cap B_1E=B_1$，B_1C_1，$B_1E\subset$平面EB_1C_1，因此$BE\perp$平面EB_1C_1．

……………………………………………………………………………………（6 分）

（2）解：如图 4 所示，以点D为坐标原点，以$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DD_1}$分别为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，

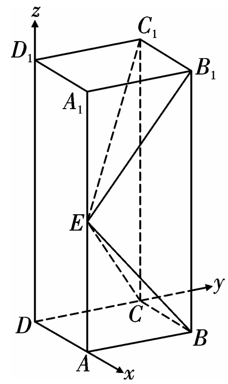

图 4

则$B(1,\ 1,\ 0)$，$C(0,\ 1,\ 0)$，$C_1(0,\ 1,\ 2)$，$E(1,\ 0,\ 1)$，

$\overrightarrow{EC}=(-1,\ 1,\ -1)$，$\overrightarrow{CC_1}=(0,\ 0,\ 2)$，$\overrightarrow{BE}=(0,\ -1,\ 1)$，

设$\vec{m}=(x_1,\ y_1,\ z_1)$是平面$BEC$的法向量，

则$\begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{BE}=0,\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{EC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-y_1+z_1=0,\\ -x_1+y_1-z_1=0\end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(0,\ 1,\ 1)$，

设$\vec{n}=(x_2,\ y_2,\ z_2)$是平面$ECC_1$的法向量，

则$\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{CC_1}=0,\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{EC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2z_2=0,\\ -x_2+y_2-z_2=0\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=(1,\ 1,\ 0)$，

所以$\left|\dfrac{\vec{m}\bullet\vec{n}}{|\vec{m}|\bullet|\vec{n}|}\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\right|=\dfrac{1}{2}$，所以二面角$B-EC-C_1$的大小为$120^\circ$．

……………………………………………………………………………………（12 分）

20．（本小题满分 12 分）

（1）解：$g(x)=\dfrac{e^x}{x^2}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{e^x\bullet x^2-2xe^x}{x^4}=\dfrac{e^x(x-2)}{x^3}$，

当$0<x<2$时，$g'(x)<0$；

当$x<0$或$x>2$时，$g'(x)>0$，

$\therefore g(x)$在$(0,\ 2)$上单调递减，在$(-\infty,\ 0)$，$(2,\ +\infty)$上单调递增；

故$g(x)$有一个极小值$g(2)=\dfrac{e^2}{4}$，无极大值．……………………………………（6 分）

（2）证明：要证$f(x)>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$成立，只需证$\dfrac{e^x}{x}>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$成立，

即证$\dfrac{e^x}{x^2}>\dfrac{1}{4x}(\ln x-3)$成立，

令 $h(x)=\dfrac{1}{4x}(\ln x-3)$，则 $h'(x)=\dfrac{4-\ln x}{4x^2}$，

当 $0<x<\mathrm{e}^4$ 时，$h'(x)>0$；

当 $x>\mathrm{e}^4$ 时，$h'(x)<0$，

∴$h(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}^4)$ 上单调递增，在 $(\mathrm{e}^4,+\infty)$ 上单调递减，

∴$h(x)_{\max}=h(\mathrm{e}^4)=\dfrac{1}{4\mathrm{e}^4}$，

∵$g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ 由（1）可知 $g(x)_{\min}=g(2)=\dfrac{\mathrm{e}^2}{4}$，

∴$g(x)_{\min}>h(x)_{\max}$，

∴$g(x)>h(x)$，

∴$f(x)>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$. ……………………………………………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

（1）解：由题意得 $|MF_1|+|MF_2|=|PF_1|+|PF_2|=4$，则动点 M 的轨迹为椭圆，焦点在 x 轴上，

可设为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$．$a=2，c=\sqrt{3}$，$b=1$，

故动点 M 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………（6 分）

（2）证明：设直线 PA 与直线 PB 的斜率为 $k_1，k_2$．如果直线 l 与 x 轴垂直，设 l：$x=t$，

由题设可得 $t\neq 0$，且 $|t|<2$，可得 $A，B$ 的坐标分别为 $\left(t,\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$，$\left(t,-\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$.

则 $k_1+k_2=\dfrac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t}-\dfrac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t}=-1$，得 $t=2$，不符合题设.

从而可设直线 l：$y=kx+m(m\neq 1)$，将 $y=kx+m(m\neq 1)$ 代入 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，

得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，由题意可得 $\Delta=16(4k^2-m^2+1)>0$，

设 $A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}，x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$，

而 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}+\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{kx_1+m-1}{x_1}+\dfrac{kx_2+m-1}{x_2}$

$=\dfrac{2kx_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$，

由题意得 $k_1+k_2=-1$，故 $(2k+1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0$，

即 $(2k+1)\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}+(m-1)\dfrac{-8km}{4k^2+1}=0$，解得 $k=-\dfrac{m+1}{2}$．

当且仅当 $m>-1$ 时，$\Delta>0$，欲使 l：$y=-\dfrac{m+1}{2}x+m$，即 $y+1=-\dfrac{m+1}{2}(x-2)$，

所以 l 过定点 $(2,\ -1)$．……………………………………………………………………（12 分）

22．（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

解：（1）曲线 C_1 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，

曲线 C_2 的直角坐标方程为 $y-5x-1=0$，

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y-5x-1=0,\end{cases}$ 消 y 得到 $101x^2+40x=0$，解得 $x_1=0$，$x_2=-\dfrac{40}{101}$，

故 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标为 $(0,\ 1)$，$\left(-\dfrac{40}{101},\ -\dfrac{99}{101}\right)$．…………………………（5 分）

（2）曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$，

令 $M(\rho_1,\ \theta_1)$，$N\left(\rho_2,\ \theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)$，

则 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}=\dfrac{1}{\rho_1^2}+\dfrac{1}{\rho_2^2}$

$=\dfrac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1}{4}+\dfrac{\cos^2\left(\theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)+4\sin^2\left(\theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)}{4}$

$=\dfrac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1+\sin^2\theta_1+4\cos^2\theta_1}{4}$

$=\dfrac{5\cos^2\theta_1+5\sin^2\theta_1}{4}=\dfrac{5}{4}$，

即 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$ 的值为 $\dfrac{5}{4}$．………………………………………………………（10 分）

23.（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

解：（1）当 $m=1$ 时， $f(x)=|x-3|+|x+1|$.

当 $x\leqslant -1$ 时， $f(x)=-x+3-x-1=-2x+2\geqslant 6\Rightarrow x\leqslant -2$ ，所以 $x\leqslant -2$ ；

当 $-1<x<3$ 时， $f(x)=-x+3+x+1=4\geqslant 6$ ，不成立；

当 $x\geqslant 3$ 时， $f(x)=x-3+x+1=2x-2\geqslant 6\Rightarrow x\geqslant 4$ ，所以 $x\geqslant 4$ ，

所以，综上可知，所求解集为 $\{x\mid x\geqslant 4$ 或 $x\leqslant -2\}$. ……………………………（5 分）

（2）要求 $\exists x\in\mathbf{R}$ ，使得 $f(x)<2m$ ， m 的取值范围，

可先求 $\forall x\in\mathbf{R}$ ，使得 $f(x)\geqslant 2m$ 时， m 的取值范围，

$\forall x\in\mathbf{R}$ ， $f(x)=|x-3|+|x+m|\geqslant|x-3-(x+m)|=|-3-m|\geqslant 2m$ ，

当 $m<0$ 时， $|-3-m|\geqslant 2m$ 恒成立；

当 $m\geqslant 0$ 时， $m\leqslant 3$ ，

综上， $\forall x\in\mathbf{R}$ ，使得 $f(x)\geqslant 2m$ 时， m 的取值范围为 $(-\infty，3]$ ，

故 $\exists x\in\mathbf{R}$ ，使得 $f(x)<2m$ 时，m 的取值范围为 $(3，+\infty)$. …………………………（10 分）

24.（本小题满分 10 分）

（1）解：$\because (c-2b)\cos A+a\cos C=0$ ，

由正弦定理有： $\sin C\cos A-2\sin B\cos A+\sin A\cos C=0$ ，

$\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B\cos A$ ，

$\sin(A+C)=2\sin B\cos A$ ， $\sin B=2\sin B\cos A$ ，则 $\cos A=\dfrac{1}{2}$ ，

因为 $A\in(0，\pi)$ ，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………………………（5 分）

（2）证明：因为 $A=\dfrac{\pi}{3}$ ，所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$ ，即 $b^2+c^2-a^2=bc$ ，

又因为 $\sqrt{3}(c-b)=a$ ，可得 $b^2+c^2-3(c-b)^2=bc$ ，

即 $2b^2+2c^2-5bc=0$ ，即 $(c-2b)(2c-b)=0$ ，而 $b<c$ ，解得 $c=2b$ ，

所以 $a=\sqrt{3}b$ ，

故 $c^2=a^2+b^2$ ，

即 $\triangle ABC$ 是直角三角形．得证．………………………………………………………（10 分）