

贵阳市 2022 届高三年级摸底考试试卷

文科数学

2021 年 8 月

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分.考试时间为 120 分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将姓名、报名号、座位号用钢笔填写在答题卡相应位置上.
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 请保持答题卡平整，不能折叠.考试结束后，监考老师将试题卷、答题卡一并收回.

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ ，则 $A \cap B =$

- | | |
|----------|----------|
| A. (1,2) | B. (1,2] |
| C. [0,3] | D. (0,1) |

2. 若复数 $z = \frac{-3+2i}{i}$ (i 是虚数单位)，则 z 在复平面内对应的点位于

- | | |
|---------|---------|
| A. 第一象限 | B. 第二象限 |
| C. 第三象限 | D. 第四象限 |

3. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ ，则 $\tan \alpha =$

- | | |
|------------------|-------------------|
| A. 2 | B. -2 |
| C. $\frac{1}{2}$ | D. $-\frac{1}{2}$ |



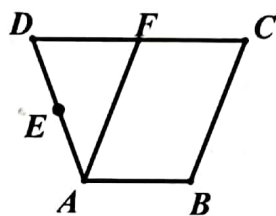
4. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $A(t, 1)$ 在 C 上且满足 $|AF| = 2$, 则 $p =$

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$
C. 1 D. 2

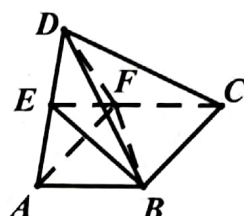
5. 如图甲, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $CD = 2AB$, E 、 F 分别为 AD 、 CD 的中点, 以 AF 为折痕把 $\triangle ADF$ 折起, 使点 D 不落在平面 $ABCF$ 内 (如图乙), 那么在以下 4 个结论中, 正确结论的个数是

① $CF \parallel$ 平面 ABD ; ② $BE \parallel$ 平面 CDF ; ③ $CD \parallel$ 平面 BEF .

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3



图甲



图乙

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 3$, 若点 D , E 分别是斜边 BC 的三等分点, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$ 的值为

- A. 2 B. $\sqrt{5}$
C. 4 D. 5

7. 已知圆 $x^2 + y^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ 被直线 $y = \sqrt{3}x$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 则 $a =$

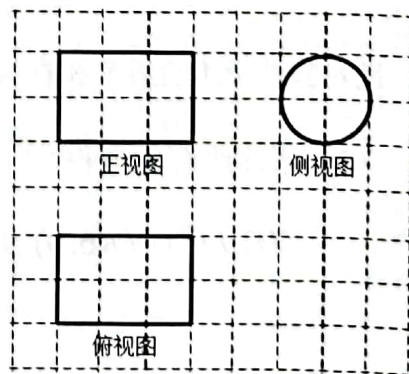
- A. $\pm \frac{2\sqrt{39}}{3}$ B. $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. ± 1 D. 0

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和 S_n 满足 $S_n + 1 = 2a_n$, 则 $a_3 =$

- A. 1 B. 2
C. 4 D. 8

9. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的外接球的体积为

- A. $\frac{13\sqrt{13}}{6}\pi$ B. 13π
C. 9π D. $\frac{9}{2}\pi$



10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且对任意实数 x 都有 $f(x)+f(4-x)=0$, 当

$x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = -x^2 + 4$, 则 $f(11) =$

- A. -117 B. 117
C. 3 D. -3

11. 水车 (如图1), 又称孔明车, 是我国最古老的农业灌溉工具, 主要利用水流的动力灌溉农作物, 是先人们在征服世界的过程中创造出来的高超劳动技艺, 是珍贵的历史文化遗产, 相传为汉灵帝时毕岚造出雏形, 经三国时孔明改造完善后在蜀国推广使用, 隋唐时广泛用于农业灌溉, 有1700余年历史. 下图2 是一个水车的示意图, 它的直径为3 m, 其中心 (即圆心) O 距水面0.75 m. 如果水车每4 min 逆时针转3圈, 在水车轮边缘上取一点 P , 我们知道在水车匀速转动时, P 点距水面的高度 h (单位: m) 是一个变量, 它是时间 t (单位: s) 的函数. 为了方便, 不妨从 P 点位于水车与水面交点 Q 时开始记时 ($t=0$), 则我们可以建立函数关系式 $h(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + k$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 来反映 h 随 t 变化的周期规律.

下面关于函数 $h(t)$ 的描述, 正确的是



图1

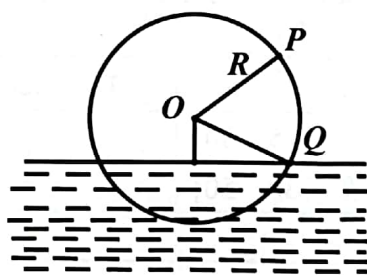


图2

- A. 最小正周期为 80π
B. 一个单调递减区间为 $[30, 70]$
C. $y = |h(t)|$ 的最小正周期为 40
D. 图像的一条对称轴方程为 $t = -\frac{40}{3}$



12. “群”是代数学中一个重要的概念,它的定义是:设 G 为某种元素组成的一个非空集合,

若在 G 内定义一个运算“ $*$ ”,满足以下条件:

① $\forall a, b \in G$, 有 $a*b \in G$;

② $\forall a, b, c \in G$, 有 $(a*b)*c = a*(b*c)$;

③在 G 中有一个元素 e , 对 $\forall a \in G$, 都有 $a*e = e*a = a$, 称 e 为 G 的单位元;

④ $\forall a \in G$, 在 G 中存在唯一确定的 b , 使 $a*b = b*a = e$, 称 b 为 a 的逆元.

此时称 $(G, *)$ 为一个群.

例如实数集 $\mathbb{R}$ 和实数集上的加法运算“ $+$ ”就构成一个群 $(\mathbb{R}, +)$, 其单位元是 0 , 每一个数的逆元是其相反数, 那么下列说法中, 错误的是

A. $G = \mathbb{Q}$, 则 $(G, +)$ 为一个群

B. $G = \mathbb{R}$, 则 $(G, \times)$ 为一个群

C. $G = \{-1, 1\}$, 则 $(G, \times)$ 为一个群

D. $G = \{\text{平面向量}\}$, 则 $(G, +)$ 为一个群

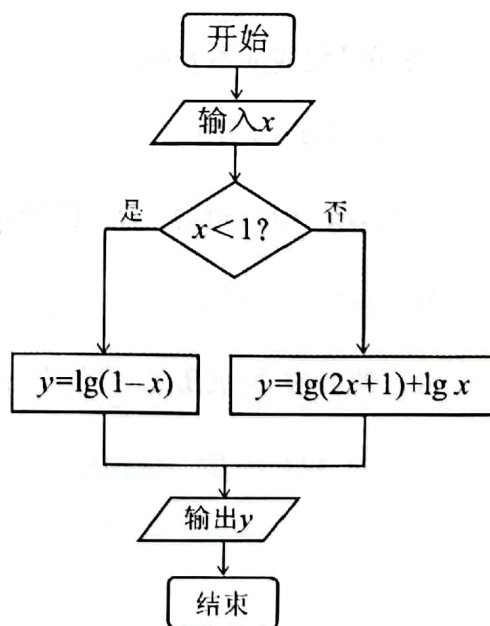
第II卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 如右图所示的算法程序框图中, 如果输入 x 的值为 2, 那么输出的结果为_____.

14. 2019 年中共中央、国务院印发了《关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见》,《意见》提出坚持“五育并举”, 全面发展素质教育. 为了落实相关精神, 某校举办了科技、艺术、劳动、美食文化周活动, 在本次活动中小明准备从水火箭、机甲大师、绘画展、茶叶采摘、茶叶杀青、自助烧烤 6 个项目中随机选择 2 个项目参加, 那么小明的选择中没有“茶叶采摘”这一项目的概率是_____.



15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 已知 $5b = 8c$, $B = 2C$, 则 $\cos B =$ _____.

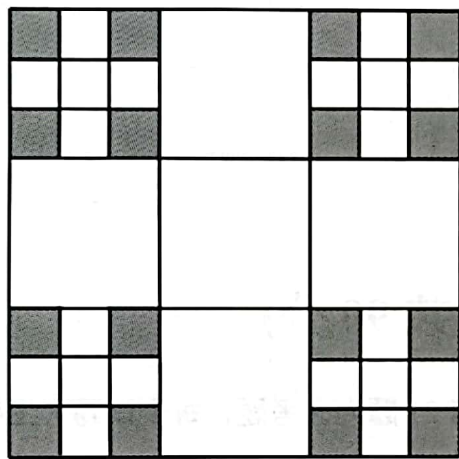
16. “康托尔尘埃”是数学理性思维的构造产物, 具有典型的分形特征, 其操作过程如下:

在一个单位正方形中, 首先, 将正方形等分成 9 个边长为 $\frac{1}{3}$ 的小正方形, 保留靠角的 4 个小正方形, 记 4 个小正方形的面积和为 S_1 ; 然后, 将剩余的 4 个小正方形分别继续 9

等分, 分别保留靠角的 4 个小正方形, 记所得的 16 个小正方形的面积和为 S_2 ;

操作过程不断地进行下去, 以至无穷, 保留的图形称为康托尔尘埃. 若

$S_1 + S_2 + \dots + S_n \geq \frac{19}{25}$, 则需要操作的次数 n 的最小值为 _____.



三、解答题: 第17至21题每题12分, 第22、23题为选考题, 各10分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , $a = \sqrt{5}$, $b = 1$, $c = \sqrt{2}$, 点 M 是 BC 上的点.

(1) 若 AM 是 $\angle BAC$ 的角平分线, 求 $\frac{BM}{CM}$ 的值;

(2) 若 AM 是 BC 边上的中线, 求 AM 的长.



18. (本小题满分 12 分)

2021 中国国际大数据产业博览会于 5 月 26 日在“中国数谷”贵阳开幕, 本届数博会的大会主题是“数据创造价值, 创新驱动未来”, 本年度主题是“数智变, 物致新”, 大会采取线上线下相融的办会模式. 博览会期间, 某机构为了解贵阳市市民线上线下的观看方式是否与年龄有关, 研究了年龄在 $(15, 50]$ 周岁范围内的市民的观看方式, 并从这个年龄范围内的线上和线下观看的市民中各随机抽取了 100 人进一步研究, 将抽取的 200 人数据整理后得到如下表:

年龄段 (周岁)	线上观看市民人数	线下观看市民人数
$(15, 20]$	8	14
$(20, 25]$	13	24
$(25, 30]$	19	22
$(30, 35]$	25	18
$(35, 40]$	16	11
$(40, 45]$	11	8
$(45, 50]$	8	3

(1) 估计线上观看的市民年龄的中位数;

(2) 根据表格中的数据完成下面的 2×2 列联表, 并判断是否有 99% 的把握认为市民线上线下的观看方式与年龄段有关?

	线上观看市民	线下观看市民	总计
年龄在 $(15, 30]$			
年龄在 $(30, 50]$			
总计			

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

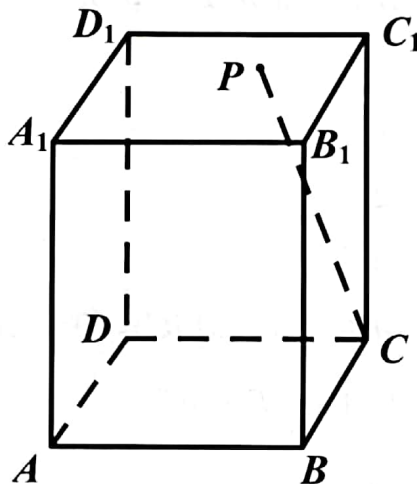
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828



19. (本小题满分 12 分)

长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=1$, $AA_1=2$, P 是上底面内的一点, 经过点 P 在上底面内的一条直线 l 满足 $l \perp PC$.

- (1) 作出直线 l , 说明作法 (不必说明理由);
- (2) 当 P 是 A_1C_1 中点时, 求三棱锥 $P-B_1CD$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a+1)\ln x + x - \frac{a}{x}$, $a < -1$.

- (1) 当 $a = -2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- (2) 证明: 对任意 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $f(x) > -a^2 - 3a$.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $A(-4,0)$, $B(4,0)$ 皆为曲线 C 上的点, P 为曲线 C 上异于 A , B 的任意一点, 且满足直线 PA 的斜率和直线 PB 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$.

- (1) 求曲线 C 的方程;
- (2) 直线 l 过点 $D(6,0)$ 且与曲线 C 交于 M, N 两点, 求 $\triangle OMN$ 面积的最大值.



请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑。

22.选修 4-4：坐标系与参数方程（本题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 6 + 3\cos\alpha \\ y = 3\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数)，点 P

是曲线 C_1 上任意一点，动点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MP}$ ，以坐标原点为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 记动点 M 的轨迹为 C_2 ，求 C_2 的极坐标方程；

(2) 已知直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_2 交于 A, B 两点，若 $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA}$ ，求 k 的值。

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 2|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \geq 5 - 2|x - 1|$ 的解集；

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + |x - 6|$ 的最小值为 m ，正实数 a, b 满足 $a + b = m$ ，

求证： $\frac{4}{a} + \frac{16}{b} \geq 9$ 。

