

考新
版高

2021—2022 学年度高三一轮复习周测卷(九)

数学·三角恒等变换

(考试时间 120 分钟,总分 150 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$, $\cos 2\alpha = \frac{4}{5}$, 则 $\sin^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 已知 α 是第四象限角, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$
A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3} \cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值为
A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$
- 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $3\cos 2\alpha + 8\sin \alpha + 5 = 0$, 则 $\tan \alpha =$
A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$
- 已知顶点在原点的锐角 α 绕原点逆时针转过 $\frac{\pi}{6}$ 后, 终边交单位圆于点 $P(-\frac{1}{3}, y)$, 则 $\sin \alpha$ 的值为
A. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{6}+1}{6}$
- 已知函数 $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \sin x - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (0, \frac{3\pi}{4}]$, 则 $f(x)$ 的值域为
A. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ C. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -1)$ D. $[-\frac{1}{2}, 1]$
- 若 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 2^x + 2^{-x}$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\frac{1}{\sin \theta} =$
A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
- 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x$. 若 $f(x_1) \cdot f(x_2) = -3$, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值是
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

二、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有多个选项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分,选对但不全的得 3 分,有选错的得 0 分)

9. 下列式子的运算结果为 $\sqrt{3}$ 的是

- A. $2(\sin 35^\circ \cos 25^\circ - \cos 35^\circ \sin 25^\circ)$ B. $2(\cos 35^\circ \cos 5^\circ + \sin 35^\circ \sin 5^\circ)$
C. $\frac{1 + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ}$ D. $\frac{\tan \frac{\pi}{6}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{6}}$

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($0 < \omega \leq 3$) 的图象的一条对称轴为直线 $x = \frac{\pi}{8}$, 函数 $g(x) =$

$f(x) + 2\cos(2x + \frac{\pi}{4})$, 则下列关于函数 $g(x)$ 的说法错误的是

- A. 直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 是 $g(x)$ 图象的一条对称轴 B. $g(x)$ 的最小正周期为 π
C. 点 $(\frac{\pi}{8}, 0)$ 是 $g(x)$ 图象的一个对称中心 D. $g(x)$ 的最大值为 $\sqrt{5}$
11. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x$, $x \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是
A. $-2 \leq f(x) \leq 2$
B. $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上只有 1 个零点
C. $f(x)$ 的最小正周期为 π
D. $x = \frac{2\pi}{3}$ 为 $f(x)$ 图象的一条对称轴
12. 若函数 $f(x)$ 满足: 对任意一个三角形, 只要它的三边长 a, b, c 都在函数 $f(x)$ 的定义域内, 就有函数值 $f(a), f(b), f(c) \in (0, +\infty)$ 也是某个三角形的三边长, 则称函数 $f(x)$ 为“保三角形函数”, 下面四个函数中, 是“保三角形函数”的有
A. $f(x) = x^2 (x > 0)$
B. $f(x) = \sqrt{x} (x > 0)$
C. $f(x) = \sin x (0 < x < \frac{\pi}{4})$
D. $f(x) = \cos x (0 < x < \frac{\pi}{2})$

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $\frac{1}{\sin 250^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 290^\circ} =$
14. 若 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$, 则 $\sin(\frac{5\pi}{12} + \alpha) =$

15. 若 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos 2\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$, α, β 均为锐角, 且 $\alpha < \beta$, 则 $\alpha + \beta$ 的值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为_____; 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 则 m 的最小值为_____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题(本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)

在① $f(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, ② $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{12}$ 处取到最大值, ③ 若 $|f(x_1) - f(x_2)| = 1$, 则

$|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$ 这三个条件中任选一个, 补充到下面的问题中, 并解答.

问题: 已知函数 $f(x) = \sin \omega x \cos(\omega x + \frac{\pi}{3})$, $\omega \in (0, 3]$. 若_____, 求实数 ω 的值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

(1) 求 ω 与 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $f(\frac{A}{2}) = 1$, 求 $\sin B + \sin C$ 的取值范围.

19. (12 分)

已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值;

(2) 求 $\cos 2\alpha$ 的值;

(3) 若 $\beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{5}{13}$, 求 $\sin \beta$.

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x - \frac{1}{2}$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值, 并写出相应的 x 的取值集合;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{6}$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8})$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x + 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和值域;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f^2(x) - k \cdot f(x) - 2 \leq 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = 4 \cos x \cdot \cos(x - \frac{\pi}{3}) + a$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递增区间;

(3) 若 $\frac{2\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 的一个零点, 求实数 a 的值及函数 $f(x)$ 在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域.