



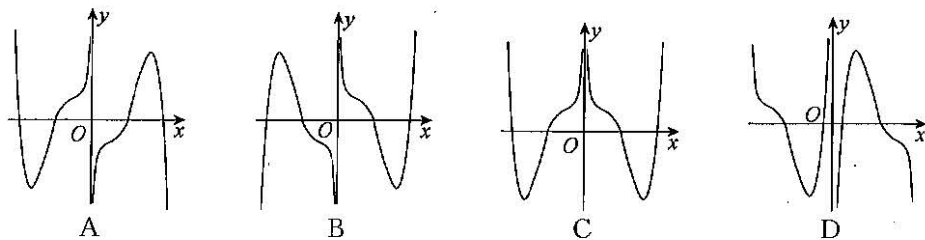
2021—2022 学年度高三一轮复习周测卷(八)

数学·三角函数的图象与性质

(考试时间 120 分钟,总分 150 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 函数 $f(x) = \frac{e^{|x|} \cdot \sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为



2. 已知函数 $f(x) = -2\sin x$ 的图象可由函数 $g(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的

图象先向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位,然后将每个点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变)得到,则函数 $g(x)$ 图象的对称中心可能是

- A. $(\frac{\pi}{12}, 0)$ B. $(\frac{\pi}{6}, 0)$ C. $(\frac{\pi}{4}, 0)$ D. $(\frac{\pi}{3}, 0)$

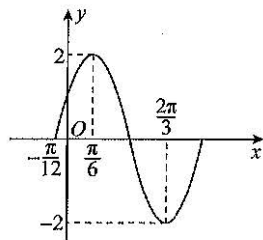
3. 为得到函数 $y = -\sin 2x$ 的图象,可将函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度

4. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示,则 ω

和 φ 的值分别为

- A. $2, \frac{\pi}{6}$ B. $2, -\frac{\pi}{3}$
C. $1, \frac{\pi}{6}$ D. $1, -\frac{\pi}{3}$



5. 对于函数 $f(x) = -2\sin(3x + \frac{\pi}{4}) + \frac{1}{2}$ ($x \in \mathbb{R}$),有以下四种说法:①函数的最小值是 $-\frac{3}{2}$;

②函数图象的对称轴是直线 $x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$ ($k \in \mathbb{Z}$);③函数图象的对称中心为 $(\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$);④函数在区间 $[-\frac{7\pi}{12}, -\frac{\pi}{3}]$ 上单调递增.其中正确的说法的个数是

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 下列结论正确的是

A. $\sin 1 < \cos 1$

B. $\cos(-\frac{23\pi}{5}) > \cos(-\frac{17\pi}{4})$

C. $\tan(-52^\circ) > \tan(-47^\circ)$

D. $\sin(-\frac{\pi}{18}) > \sin(-\frac{\pi}{10})$

7. 将函数 $f(x) = \cos x$ 的图象先向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位,再把所得函数图象的横坐标变为原来的

$\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$),纵坐标不变,得到函数 $g(x)$ 的图象.若函数 $g(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上没有零点,则 ω 的取值范围是

A. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{8}{9}]$

B. $(0, \frac{8}{9}]$

C. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$

D. $(0, 1]$

8. 已知函数 $f(x) = \tan(\omega x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \omega > 0$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$,且 $f(x)$ 的图象过点

$(\frac{\pi}{3}, 0)$,则方程 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ($x \in [0, \pi]$) 的所有解的和为

A. $\frac{7\pi}{6}$

B. $\frac{5\pi}{6}$

C. 2π

D. $\frac{\pi}{3}$

二、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有多个选项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分,选对但不全的得 3 分,有选错的得 0 分)

9. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象相邻的两条对称轴之间

的距离为 $\frac{\pi}{2}$,且 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后关于坐标原点对称,则下列结论正确的是

A. $\varphi = \frac{\pi}{6}$

B. $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$

C. 点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时,函数 $f(x)$ 的最大值为 2

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\cos x)$,则下列关于该函数性质说法正确的有

A. $f(x)$ 的一个周期是 2π

B. $f(x)$ 的值域是 $[-1, 1]$

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(\pi, 0)$ 对称

D. $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上单调递减

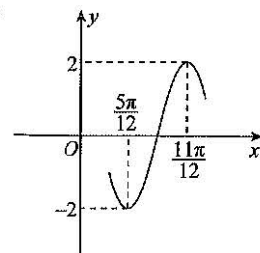
11. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的部分图象如图所示,则下列说法正确的是

A. $\omega = 2$

B. 点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 的一个对称中心

C. $\varphi = \frac{2\pi}{3}$

D. 函数 $f(x)$ 在区间 $[-\pi, -\frac{4\pi}{5}]$ 上是减函数



12. 已知函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 3 个零点, 将函数 $g(x)$ 图象上所有点的横坐标变为原来的 $\omega (0 < \omega < 1)$ 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 则下列结论正确的是

- A. 点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心
 B. 函数 $y = g(x) - \frac{1}{2}$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 3 个零点
 C. 函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 1 个极小值点
 D. 函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 1 个极大值点

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

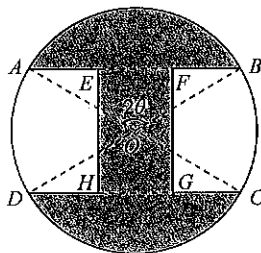
13. 已知函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi) \left(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则 φ 的值为_____.

14. 将函数 $f(x) = \cos 2x$ 图象上的所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 若 $g(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上单调递减, 则实数 a 的最大值为_____.

15. 将函数 $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x + \sqrt{3}$ 的图象向左平移 $a (a > 0)$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若 $g\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = g(x)$ 对任意实数 x 均成立, 则实数 a 的最小值为_____.

此函数 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}\right]$ 上的图象与直线 $y = 2$ 所围成的封闭图形的面积为_____.

16. 为迎接奥运会, 某商家计划设计一圆形图标, 图标内部有一“杠铃形图案”(如图中阴影部分), 圆的半径为 1 米, AC, BD 是圆的直径, E, F 在弦 AB 上, H, G 在弦 CD 上, 圆心 O 是矩形 $EFGH$ 的中心. 若 $EF = \frac{2}{3}$ 米, $\angle AOB = 2\theta$, $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{12}$, 则“杠铃形图案”面积的最小值为_____平方米.



四、解答题(本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
 (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 2\cos^2 x + m$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值为 1.

- (1) 求常数 m 的值;
 (2) 当 $x \in [0, \pi]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$.

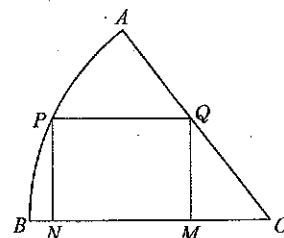
- (1) 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $\left(\frac{\pi}{3}, 2\right)$, 且 $0 < \omega < 3$, 求 ω 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 若函数 $g(x) = mf(x) + n (m > 0)$, 当 $x \in \left[-2\pi, -\frac{\pi}{3}\right]$ 时, 函数 $g(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$, 求 m, n 的值.

20. (12 分)

某地组织“迎国庆, 颂祖国”的活动, 在一个半径为 $50\sqrt{3}$ 米、圆心角为 60° 的扇形 OAB 草坪上, 由数千人的表演团队手持光影屏组成红旗图案. 已知红旗为矩形, 其四个顶点中有两个顶点 M, N 在线段 OB 上, 另两个顶点 P, Q 分别在弧 AB 、线段 OA 上.

- (1) 若组成的红旗是长 PN 与宽 MN 的长度比为 $3:2$ 的图案, 求此图案的面积;
 (2) 求组成的红旗图案面积的最大值.



21. (12 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi)$ 的部分图象如图所示.

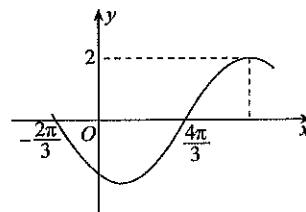
- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并写出函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

- (2) 将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$ (纵坐标

不变), 再将所得的函数图象上所有点向左平移 $m (0 < m < \frac{\pi}{2})$

个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 若函数 $g(x)$ 的图象关于直线

$x = \frac{5\pi}{12}$ 对称, 求函数 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上的值域.



22. (12 分)

已知函数 $f(x) = a\sin x + b\cos x (a, b \in \mathbf{R})$, 若平面内一点坐标为 $M(a, b)$, 则称 M 为函数 $f(x)$ 的“相伴特征点”, $f(x)$ 为 $M(a, b)$ 的“相伴函数”.

- (1) 已知 $f(x) = \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}$, 求函数 $f(x)$ 的“相伴特征点”;

- (2) 记 $M'\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 的“相伴函数”为 $g(x)$, 将 $g(x)$ 图象上所有点的纵坐标伸长到原来的 2

倍(横坐标不变), 再将所得图象上所有点横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{3}$ (纵坐标不变), 再将所

得的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $h(x)$ 的图象, 作出 $h(x)$ 在区间 $\left[\frac{5\pi}{36},$

$\frac{29\pi}{36}\right]$ 上的图象.

