

考新
版高

2021—2022 学年度高三一轮复习周测卷(七)

数学·三角函数的概念及诱导公式

(考试时间 120 分钟,总分 150 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)=\frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\theta-\frac{5\pi}{6}\right)=$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

2. 已知 $25\sin^2\alpha+\sin\alpha-24=0$, α 在第二象限内, 则 $\cos\frac{\alpha}{2}=$

- A. $\pm\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. 以上都不对

3. 若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称, 则必有

- A. $\alpha+\beta=90^\circ$ B. $\alpha+\beta=k\cdot 360^\circ+90^\circ(k\in\mathbb{Z})$
C. $\alpha+\beta=k\cdot 360^\circ(k\in\mathbb{Z})$ D. $\alpha+\beta=(2k+1)\cdot 180^\circ(k\in\mathbb{Z})$

4. 已知点 $P(\cos\alpha+\sin\alpha, \sin\alpha-\cos\alpha)$ 在第三象限, 则 α 的取值范围是

- A. $\left(2k\pi+\frac{\pi}{4}, 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbb{Z})$ B. $\left(2k\pi+\frac{3\pi}{4}, 2k\pi+\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$
C. $\left(2k\pi+\frac{3\pi}{4}, 2k\pi+\frac{5\pi}{4}\right)(k\in\mathbb{Z})$ D. $\left(2k\pi+\frac{5\pi}{4}, 2k\pi+\frac{7\pi}{4}\right)(k\in\mathbb{Z})$

5. 已知点 $P(\sin\alpha-\cos\alpha, \tan\alpha)$ 在第一象限, 则在区间 $[0, 2\pi]$ 内的 α 的取值范围是

- A. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$
C. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$

6. 《九章算术》中有弧田面积计算问题, 术曰: 以弦乘矢, 矢又自乘, 并之, 二而一, 其大意是有弧

田面积计算公式: 弧田面积 $=\frac{1}{2}(\text{弦}\times\text{矢}+\text{矢}\times\text{矢})$. 弧田是由圆弧(弧田弧)和以圆弧的端点为端点的线段(弧田弦)围成的平面图形, 公式中的“弦”指的是弧田弦的长, “矢”指的是弧田所在圆的半径与圆心到弧田弦的距离之差. 现有一弧田, 其弧田弦 AB 等于 6 米, 其弧田弧所在圆为圆 O , 若用上述弧田面积计算公式算得该弧田的面积为 $\frac{7}{2}$ 平方米, 则 $\sin\angle AOB=$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{7}{25}$ C. $\frac{12}{25}$ D. $\frac{24}{25}$

7. 若 $\alpha\in(\pi, 2\pi)$, $\cos\alpha+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)=0$, 则 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 0 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 0

8. 关于函数, 有下列叙述: ①存在函数 $f(x)$ 满足, 对任意 $x\in\mathbb{R}$ 都有 $f(\sin 2x)=\sin x$; ②存在函数 $f(x)$ 满足, 对任意 $x\in\mathbb{R}$ 都有 $f(\sin 2x)=x^2+x$; ③存在函数 $f(x)$ 满足, 对任意 $x\in\mathbb{R}$ 都有 $f(x^2+2x)=|x+1|$; ④存在函数 $f(x)$ 满足, 对任意 $x\in\mathbb{R}$ 都有 $f(x^2+1)=|x+1|$. 其中, 叙述正确的有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、选择题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多个选项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知 $x\in\left\{x\mid x\neq\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$, 则函数 $y=\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{\cos x}{|\cos x|}-\frac{\tan x}{|\tan x|}$ 的值可能为

- A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

10. 已知点 $P(1, -1)$ 是角 α 终边上的一点, 则

A. 函数 $f(x)=\sin(2x+\alpha)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$

B. 函数 $f(x)=\sin(2x+\alpha)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$

C. 函数 $g(x)=\cos\left(3x+\alpha+\frac{5\pi}{4}\right)$ 为奇函数

D. 函数 $g(x)=\cos\left(3x+\alpha+\frac{5\pi}{4}\right)$ 为偶函数

11. 下列命题中正确命题的是

A. 已知 a, b 是实数, 则“ $\left(\frac{1}{3}\right)^a < \left(\frac{1}{3}\right)^b$ ”是“ $\log_3 a > \log_3 b$ ”的充要条件

B. 存在 $x\in(-\infty, 0)$, 使 $2^x < 3^x$

C. 若 $x=\theta$ 是函数 $f(x)=3\sin x-\cos x$ 的一个极值点, 则 $\sin 2\theta+2\cos^2\theta=-\frac{2}{5}$

D. 若角 α 的终边在第一象限, 则 $\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|}+\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|}$ 的取值集合为 $\{-2, 2\}$

12. 已知函数 $f(x)=\sin\left(x+\frac{[\cos x]}{2}\pi\right)$, 其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, 则

A. $f(x)$ 的一个周期为 2π

B. $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$

C. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

D. $f(x)=\frac{1}{3}$ 在区间 $[0, 3\pi]$ 上有 5 个实根

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13.在集合 $\left\{x \mid x = \frac{n\pi}{3}, n=1,2,3,\dots,10\right\}$ 中任取一个元素,所取元素恰好满足方程 $\cos x = \frac{1}{2}$ 的概率是_____.

14.若 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, α 是第二象限角,则 $\tan \frac{\alpha}{2}$ 的值为_____.

15.已知函数 $f(x) = \sin x$,若存在 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 满足 $0 \leq x_1 \leq x_2 < \dots < x_m \leq 6\pi$,且 $|f(x_1) - f(x_2)| + |f(x_2) - f(x_3)| + \dots + |f(x_{m-1}) - f(x_m)| = 12 (m \geq 0, m \in \mathbf{N}^*)$,则 m 的最小值为_____.

16.已知函数 $f(\alpha) = \frac{\sin(5\pi - \alpha) \cos(\pi + \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) \tan(3\pi - \alpha) \sin(\alpha - \frac{3\pi}{2})}$,化简 $f(\alpha) =$ _____.若 α 是第三象限角,且 $\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha) = -\frac{3}{5}$,则 $f(\alpha)$ 的值为_____.(本题第一空2分,第二空3分)

四、解答题(本题共6小题,共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(10分)

在下列条件:① $\frac{2\sin A - \cos A}{3\sin A + 4\cos A} = \frac{1}{7}$,② $4\sin^2 A = 4\cos A + 1$,③ $\sin A \cos A \tan A = \frac{1}{2}$ 中任

选一个,补充在下面的问题中,并求解.已知角 A 为锐角,_____.

(1)求 A ;

(2)求 $\sin(\pi + A) \cos(\frac{2021\pi}{2} - A)$ 的值.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

18.(12分)

已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{5}$.

(1)求 $\sin \alpha \cos \alpha$ 的值.

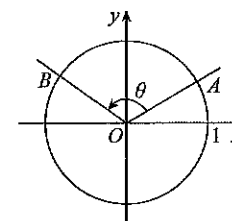
(2)若 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,求 $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$ 的值.

19.(12分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $A(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 为单位圆上一点,射线 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 θ 后交单位圆于点 B ,点 B 的纵坐标 y 关于 θ 的函数为 $y = f(\theta)$.

(1)求函数 $y = f(\theta)$ 的解析式,并求 $f(\frac{\pi}{2}) + f(\frac{2\pi}{3})$ 的值;

(2)若 $f(\theta) = \frac{1}{3}$,求 $\cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \sin(\theta + \frac{7\pi}{6})$ 的值.



20.(12分)

已知 $\sin(-\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(-\frac{7\pi}{2} + \alpha) = \frac{12}{25}$,其中 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$.

(1)求 $\tan \alpha$ 的值;

(2)求 $\frac{\sin^3 \alpha}{\sin \alpha - 3\cos \alpha}$ 的值.

21.(12分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2} \cos(x + \frac{\pi}{6})$, $x \in \mathbf{R}$.

(1)求 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值;

(2)求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(3)当 $x \in [0, \frac{2\pi}{3}]$ 时,求函数 $f(x)$ 的值域.

22.(12分)

已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(2\pi - \alpha) \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(-\frac{\pi}{2} + \alpha) \tan(\pi + \alpha)}$.

(1)化简 $f(\alpha)$,并求 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值;

(2)若 $\tan \alpha = 2$,求 $4\sin^2 \alpha - 3\sin \alpha \cos \alpha - 5\cos^2 \alpha$ 的值;

(3)求函数 $g(x) = 2f^2(x) - f(\frac{\pi}{2} + x) + 1$ 的值域.