



2021—2022 学年度高三一轮复习周测卷(五)

数学·一元函数导数及初步应用

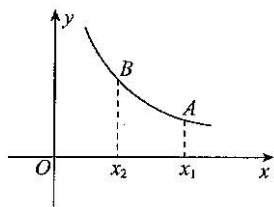
(考试时间 120 分钟,总分 150 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 0$, 则 $x_0 =$

- A. $\frac{1}{e}$ B. 1 C. e D. e^2

2. 如图, 点 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$ 在函数 $f(x)$ 的图象上, 且 $x_2 < x_1$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(x_1)$ 与 $f'(x_2)$ 的大小关系是

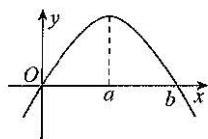
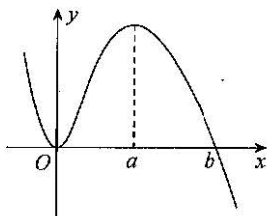


- A. $f'(x_1) > f'(x_2)$ B. $f'(x_1) < f'(x_2)$ C. $f'(x_1) = f'(x_2)$ D. 不能确定

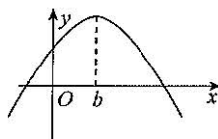
3. 函数 $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$ 的单调递增区间是

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

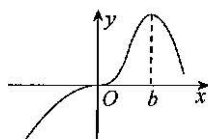
4. 若函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x)$ 的图象可能是



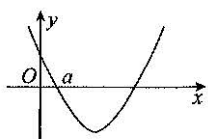
A



B



C



D

5. 函数 $f(x) = 12x - x^3$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最小值是

- A. -9 B. -16 C. -12 D. -11

6. 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ 在区间 $(a-4, a)$ 上存在最小值, 则 a 的取值范围是

- A. $(0, 4)$ B. $[0, 4)$ C. $[1, 4)$ D. $(1, 4)$

7. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - x + c (x \in \mathbb{R})$, 则下列结论错误的是

- A. 函数 $f(x)$ 一定存在极大值和极小值
B. 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, m), (n, +\infty)$ 上是增函数, 则 $n - m \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. 函数 $f(x)$ 的图象是中心对称图形
D. 函数 $f(x)$ 的图象在点 $(x_0, f(x_0)) (x_0 \in \mathbb{R})$ 处的切线与 $f(x)$ 的图象必有两个不同的公共点

8. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbb{R}$ 上的可导函数, 且 $f(x) < f'(x)$ 对于任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则

- A. $f(1) > ef(0), f(2020) > e^{2020}f(0)$ B. $f(1) < ef(0), f(2020) > e^{2020}f(0)$
C. $f(1) > ef(0), f(2020) < e^{2020}f(0)$ D. $f(1) < ef(0), f(2020) < e^{2020}f(0)$

二、选择题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多个选项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错的得 0 分)

9. 下列结论中正确的有

- A. 若 $y = \sin \frac{\pi}{3}$, 则 $y' = 0$ B. 若 $f(x) = 3x^2 - xf'(1)$, 则 $f'(1) = 3$
C. 若 $y = -\sqrt{x} + x$, 则 $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$ D. 若 $y = \sin x + \cos x$, 则 $y' = \cos x + \sin x$

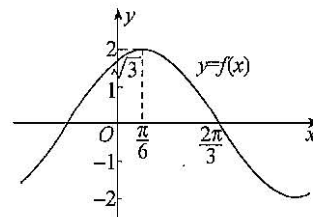
10. 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$, 若 $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 则下列结论中正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值域相同
B. 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极大值点, 则 x_0 是函数 $g(x)$ 的极小值点
C. 把函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 就可以得到函数 $g(x)$ 的图象
D. 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ 上都是增函数

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq e, \\ f(2e-x), & e < x < 2e, \end{cases}$ 若函数 $F(x) = f(x) - ax$ 有 4 个零点, 则 a 的可能值为

- A. $\frac{1}{e}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

12. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的图象如图所示, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 令 $g(x) = f(x) + f'(x)$, 则下列关于函数 $g(x)$ 的说法正确的是



- A. 函数 $g(x)$ 图象的对称轴为 $x = k\pi - \frac{\pi}{12} (k \in \mathbb{Z})$
B. 函数 $g(x)$ 的最大值为 2
C. 函数 $g(x)$ 的图象上存在点 P , 使得在 P 点处的切线与直线 $l: y = 3x - 1$ 平行
D. 若方程 $g(x) = 2$ 的两个不同的解分别为 x_1, x_2 , 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + x - 5$ 无极值点,则实数 a 的取值范围是_____.

14.函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为_____.

15.设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,且 $f(x) = x^3 + x^2 f'(\frac{2}{3}) - x$,则 $f'(-1) =$ _____.

16.对于三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$,给出定义:设 $f'(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的导函数,若方程 $f''(x) = 0$ 有实数解 x_0 ,则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $y = f(x)$ 的“拐点”.某同学经过探究发现:任何一个三次函数都有“拐点”,任何一个三次函数都有对称中心,且“拐点”就是对称中心.若 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{12}$,则函数 $f(x)$ 的

对称中心为_____; $f(\frac{1}{2019}) + f(\frac{2}{2019}) + f(\frac{3}{2019}) + f(\frac{4}{2019}) + \dots +$

$f(\frac{2018}{2019}) =$ _____.(本题第一空 2 分,第二空 3 分)

四、解答题(本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(10 分)

一个边长为 1 米的正方形铁片的四角截去四个边长都为 x 的小正方形,然后做成一个无盖方盒.

(1)试把方盒的容积 V 表示为 x 的函数.

(2)当 x 取何值时,方盒的容积 V 最大?

18.(12 分)

(1)若函数 $f(x) = (1 + \sin x)x$ 的导函数为 $f'(x)$,求 $f'(\frac{\pi}{2})$.

(2)设直线 l 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象的一条切线,证明:直线 l 与坐标轴所围成的三角形的面积与切点无关.

19.(12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$.

(1)求 $f(x)$ 的极值;

(2)求 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最值.

20.(12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - bx^2, a, b \in \mathbf{R}$,若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处与直线 $y = -\frac{1}{2}$ 相切.

(1)求 a, b 的值;

(2)求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{e}, e]$ 上的极值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x + 2)$.

(1)求 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2)证明: $f(x) > 0$.

22.(12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - mx + 50 (m \in \mathbf{R})$ 在 $x = 2$ 处取得极值.

(1)求 m 的值与 $f(x)$ 的单调区间;

(2)设 $0 < t \leq 2$,函数 $g(x) = \frac{f(x)}{16t}$,若对于任意 $x_1, x_2 \in [t - 2, t]$,都有 $|g(x_1) - g(x_2)| \leq$

1,求实数 t 的取值范围.