

考新
版高

2021—2022 学年度高三一轮复习周测卷(二)

数学·一元二次函数、方程和不等式

(考试时间 120 分钟,总分 150 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - x - 2 = 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1\}$ B. $\emptyset$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1\}$
2. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 的两根, 则 $x_1^2 + x_2^2 =$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
3. 若命题“ $ax^2 - 2ax + 4 > 0$ 恒成立”是假命题, 则实数 a 的取值范围是
A. $\{a | a < 0 \text{ 或 } a \geq 3\}$ B. $\{a | a \leq 0 \text{ 或 } a \geq 4\}$ C. $\{a | a < 0 \text{ 或 } a > 3\}$ D. $\{a | a < 0 \text{ 或 } a \geq 4\}$
4. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x^2 - (m+4)x + 2(m+2) < 0, m > 2\}$ 的真子集的个数为 15, 则实数 m 的取值范围为
A. $[5, 6)$ B. $(4, 5]$ C. $(5, 6]$ D. $(6, 7]$
5. 下列说法中正确的是
A. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
C. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$ D. 若 $ac > bc$, 则 $a > b$
6. 设 A, B 是两个非空集合, 定义: $A \otimes B = \{x | x \in (A \cup B) \text{ 且 } x \notin (A \cap B)\}$. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{4x - x^2}\}$, $B = \{x | x > 2\}$, 则 $A \otimes B =$
A. $[0, 1] \cup (4, +\infty)$ B. $[0, 1) \cup (2, +\infty)$
C. $[0, 2] \cup (4, +\infty)$ D. $[0, 2]$
7. 某文具店的某种商品的月进货量为 1 000 件, 分若干次进货, 每次进货量相同, 且需运费 10 元, 运来的货物除出售外, 还需租仓库存放, 一年的租金按一次进货量的一半来计算, 每件 2 元, 为使一年的运费和租金最省, 每次进货量应为
A. 20 件 B. 100 件 C. 250 件 D. 500 件
8. 若正数 x, y 满足 $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 5$, 则 $3x + 4y$ 的最小值是
A. 5 B. $\frac{28}{5}$ C. $\frac{24}{5}$ D. 6

二、选择题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多个选项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错的得 0 分)

9. 下列四个选项中, p 是 q 的充分条件的是
A. $p: a > b, q: a^2 > b^2$ B. $p: a > 1, q: \frac{1}{a} < 1$
C. $p: \tan x = 1, q: x = \frac{\pi}{4}$ D. $p: \log_{\frac{1}{2}} x < 0, q: x > 1$

10. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a^2 + b^2 = 2$, 则下列不等式中一定成立的是

- A. $ab \leq 1$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2$ C. $\lg a + \lg b \geq 0$ D. $a + b \leq 2$

11. 若关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 只有一个根, 则实数 a 的取值可以为

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 4

12. 已知 a, b 均为正数, 则 $ab < 1$ 的充分条件有

- A. $a + b < 2$ B. $a^2 + b^2 < 2$ C. $ab - \frac{3}{ab} < 2$ D. $\frac{1}{2a} + \frac{2}{b} < 2$

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若关于 x 的不等式 $ax^2 > -ax - 1$ 对任意实数 x 都成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 若关于 x 的不等式 $ax + b > 0$ 的解集是 $(1, +\infty)$, 则关于 x 的不等式 $\frac{ax-b}{x-6} < 0$ 的解集是_____.

15. 已知整数 a, b 满足 $\begin{cases} a^2 + 2b^2 = 3, \\ 2a - 3b = 5, \end{cases}$ x_1, x_2 是关于 x 的方程 $ax^2 - 3x - b = 0$ 的两根, 则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ 的值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = x^2 - 10x + 9$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为_____; 令 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ($x < 0$), 则函数 $g(x)$ 的最大值为_____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题(本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)

已知不等式 $ax^2 - 3x + 2 > 0$.

(1) 若 $a = -2$, 求不等式的解集;

(2) 若不等式的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > b\}$, 求 a, b 的值.

18.(12分)

- (1)已知 $x > \frac{1}{2}$, 求函数 $y = 2x + \frac{4}{2x-1}$ 的最小值;
 (2)已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 3$, 求 $xy + 2x + y$ 的最大值.

19.(12分)

- 已知关于 x 的二次函数 $y = x^2 - (2k-1)x + k^2 + 1$ 的图象与 x 轴有两个交点.
 (1)求实数 k 的取值范围;
 (2)若该函数的图象与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1, x_2 , 且它们的倒数之和是 $-\frac{3}{2}$, 求 k 的值.

20.(12分)

- (1)设 $a \geq b > 0$, 证明: $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$.
 (2)已知正实数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 证明: $ab \geq 9$.

21.(12分)

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2mx + m^2 - 1 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 + 5x - 6 \leq 0\}$.
 (1)若 $m = 1$, 求 $A \cup B$;
 (2)若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

22.(12分)

- 某公司销售一批新型削笔器, 该削笔器原来每个售价为 15 元, 年销售为 18 万个.
 (1)据市场调查, 若一个削笔器的售价每提高 1 元, 年销售量将相应减少 2 000 个, 要使年销售总收入不低于原收入, 该削笔器每个售价最多为多少元?
 (2)为了提高年销售量, 公司立即对该削笔器进行技术革新和销售策略改革, 并提高售价到 x 元. 公司计划投入 $\frac{1}{3}x^2$ 万元作为技改费用, 投入 30 万元作为固定宣传费用. 试问: 技术革新后, 该削笔器的年销售量 t (单位: 万个) 至少达到多少时, 才能使革新后的年销售收入不低于原收入与总投入之和? 并求此时每个削笔器售价.