绝密★启用前

2022届浙江省水球高考命题研究组方向性测试Ⅳ

数　　学

姓名________________　　　　准考证号____________________________

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部分3至4页。满分150分，考试时间120分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A,B 互斥，则

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A,B 相互独立，则

$P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分(共40分)

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

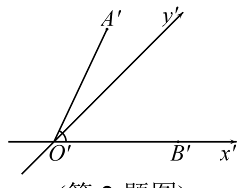
1. 已知全集 $U=\{x\mid x>0\}$，集合 $A=\{x\mid x>4\}$，则 $\complement_U A=$

A. $\{x\mid 0<x\le 4\}$　　B. $\{x\mid 0<x<4\}$　　C. $\{x\mid x\le 0\}$　　D. $\{x\mid x\le 4\}$

2. 如图是用斜二测画法画出的 $\angle AOB$ 的直观图 $\angle A'O'B'$，则 $\angle AOB$ 是

A. 锐角　　B. 直角

C. 钝角　　D. 无法判断

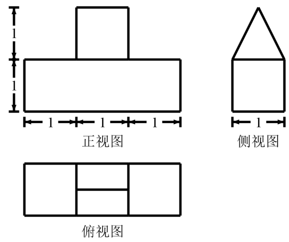


(第2题图)

3. 已知 $\bar{z}$ 是虚数 z 的共轭复数，则下列复数中一定是纯虚数的是

A. $z+\bar{z}$　　B. $z-\bar{z}$　　C. $z\cdot\bar{z}$　　D. $\frac{z}{\bar{z}}$

4. 某几何体的三视图(单位:cm)如图所示,则该几何体的体积(单位:cm^3)是



(第 4 题图)

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{9}{2}$

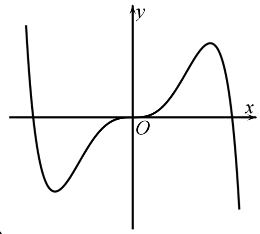
C. $\frac{10}{3}$　　D. 4

5. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\le 0 \\ 2x-y+2\ge 0 \\ y-2\le 0 \end{cases}$,则 $z=x+y$ 的取值范围是

A. $[2,3]$　　B. $[-1,3]$

C. $[-1,+\infty)$　　D. $(-\infty,3]$

6. 已知函数 $f(x)$ 的图像如图所示,则该函数的解析式可能是



(第 6 题图)

A. $f(x)=\log_2(\cos x^2)$　　B. $f(x)=x\log_2(\cos x^2)$

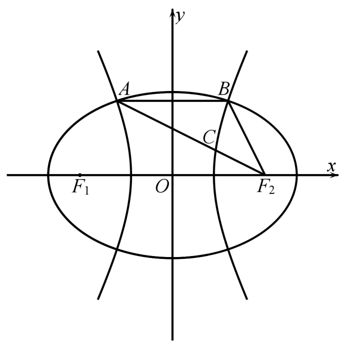
C. $f(x)=\log_2(1+\sin x^2)$　　D. $f(x)=x\log_2(1+\sin x^2)$

7. 已知 $k\in\mathbf{R}$,则"对任意 $a,b\in\mathbf{R}$,$a^2+b^2\ge kab$"是"$k\le 2$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 如图,已知椭圆 E_1 和双曲线 E_2 在 x 轴上具有相同的焦点 F_1, F_2,设双曲线 E_2 与椭圆 E_1 的上半部分交于 A, B 两点,线段 AF_2 与双曲线 E_2 交于点 C.若 $|AF_2|=2|BF_2|=3|CF_2|$,则椭圆 E_1 的离心率是



(第 8 题图)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且 $a_n a_{n+1}<0$,$a_n S_n=c>0$,$n\in\mathbf{N}^*$,则

A. $|a_2|<|a_3|<|a_4|$　　B. $|a_3|<|a_2|<|a_4|$

C. $|a_3|<|a_4|<|a_2|$　　D. $|a_4|<|a_3|<|a_2|$

10. 已知对任意单位向量 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$,总存在 $\mu_1, \mu_2, \mu_3\in\{-1,1\}$,使得 $|\mu_1\boldsymbol{e}_1+\mu_2\boldsymbol{e}_2+\mu_3\boldsymbol{e}_3|\ge M$,设 $M_{\mathrm{P}}, M_{\mathrm{S}}$ 分别表示 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 是平面向量和空间向量时 M 的最大值,则

A. $M_{\mathrm{P}}=\sqrt{2}+1$　　B. $M_{\mathrm{P}}=\sqrt{3}+1$

C. $M_{\mathrm{S}}=\sqrt{2}$　　D. $M_{\mathrm{S}}=\sqrt{3}$

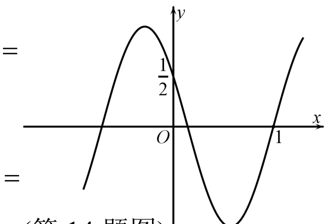
非选择题部分(共 110 分)

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 我国古代数学家刘洪在《乾象历》中采用一次内插的方法来确定合朔时刻.记经过 k 日后太阳运行的总度数为 $D(k)$,对经过 $k+\Delta k(0<\Delta k<1)$ 日后太阳运行的总度数 $D(k+\Delta k)$,刘洪给出了如下计算公式: $D(k+\Delta k)=D(k)+\Delta k[D(k+1)-D(k)]$.根据此式,若在某月中 $D(2)=1400°$, $D(3)=2200°$,则经过 2.1 日后太阳运行的总度数(单位: °)是______.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, x\geq -1\\ 3^{x+1}, x<-1\end{cases}$,则 $f(x)$ 的值域是______,单调递减区间是______.

13. 已知多项式 $(x+2)(2x-3)^3=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$,则 $a_2=$ ______, $a_1-a_2+a_3-a_4=$ ______.



(第 14 题图)

14. 如图为函数 $y=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0, 0<\varphi<\pi)$ 的部分图像,则 $\omega=$ ______, $\varphi=$ ______.

15. 已知 a, b, c 成等差数列,点 $P(-1, 0)$ 到直线 $l: ax+by+c=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$,则直线 l 的倾斜角是______.

16. 一质点从△ABC 的顶点 A 出发,每次随机沿一条边运动至另一个顶点时终止,则质点 3 次运动结束后恰好位于顶点 A 的概率 $P=$ ______,记质点 4 次运动过程中经过顶点 B(包括第 4 次运动结束)的次数是 X, 则 $E(X)=$ ______.

17. 设正四面体 $ABCD$ 的棱长是 1, E, F 分别是棱 AD, BC 的中点, P 是平面 ABC 内的动点.当直线 EF, DP 所成的角恒为 θ 时,点 P 的轨迹是抛物线,此时 $|AP|$ 的最小值是______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分)在△ABC 中,角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $a^2=b^2+2bc\cos B$.

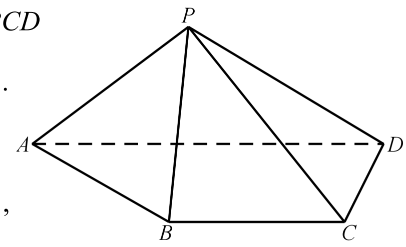
(Ⅰ)证明: $\sin(A-B)=\sin 2B$;

(Ⅱ)求角 B 的取值范围.

19.（本题满分 15 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是梯形，$AD \,//\, BC$，$AD=2BC$，$PA \perp PD$，$AB=PB=1$．

（Ⅰ）证明：$PA \perp$ 平面 PCD；

（Ⅱ）若 $BC=CD=1$，当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时，求直线 PB 与平面 PAD 所成角的正弦值．



(第 19 题图)

20.（本题满分 15 分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 和等差数列 $\{b_n\}$ 满足：$a_1=b_1=1$，$b_n \in \mathbf{N}^*$，且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$，$a_1+a_2+\cdots+a_{2n}=3(a_{b_1}+a_{b_2}+\cdots+a_{b_n})$．

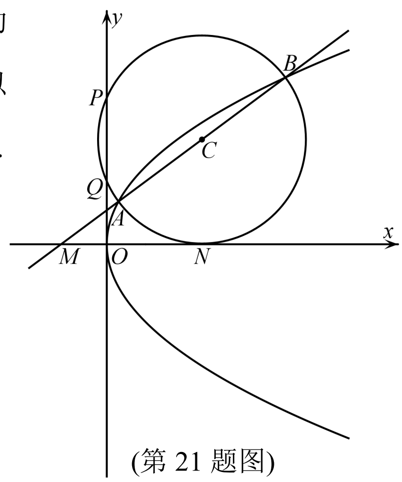
（Ⅰ）证明 $\{a_{b_n}\}$ 是等比数列，并求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，记 $c_n=a_n-S_n$，求数列 $\{c_n\}$ 中的最小项．

21.（本题满分 15 分）如图，已知抛物线 $y^2=4x$，斜率为正的直线交抛物线于 A,B 两点，交 x 轴的负半轴于点 M，以 AB 为直径的圆 C 与 x 轴相切于点 N，交 y 轴于点 P,Q．

（Ⅰ）求抛物线的准线方程；

（Ⅱ）求 $|MN|\cdot|PQ|$ 的最大值．



(第 21 题图)

22.（本题满分 15 分）已知 $a,b \in \mathbf{R}$，函数 $f(x)=\ln^2 x+ax^2+bx$，$x>0$．

（Ⅰ）当 $a=0$，$b=2\mathrm{e}$ 时，证明：$f(x) \geq 3$；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 有三个不同的极值点 $r,s,t\,(r<s<t)$，

（ⅰ）求 b 的取值范围；　　（ⅱ）证明：$f(s)>-\dfrac{5}{4}$．

注：$(\ln^2 x)'=[(\ln x)\cdot(\ln x)]'$．

命题&审核：水球高考命题研究组