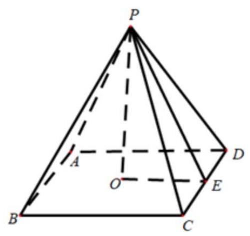
# 2021 届高三第二次江西名校联考
# 理科数学详细解析

**一、选择题。**

1. A　**解析**：由 $z=i(1-i)=1+i$，得 $\bar{z}=1-i$，故选：$A$.

**2.** B　**解析**：$\because A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$’ $B=\{x|x>-1\}$’ $\therefore A\cap B=\{0,1,2\}$. 故选：$B$.

**3.** B　**解析**：




如图，$O$ 为正方形 $ABCD$ 的中心, $E$ 为 $CD$ 的中点,

设 $CD=a,PE=h',PO=h,$由题意得：$\begin{cases}\cos 52^\circ=\dfrac{a/2}{h'}=\dfrac{3}{5}\\ h^2=h'^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2\end{cases}$　解得 $h=\frac{2}{3}a$. 故选：$B$.

**4.**C　**解析**：双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{\sqrt{2}}x$,

∴两条渐近线互相垂直，$\therefore \frac{b}{\sqrt{2}}\times(-\frac{b}{\sqrt{2}})=-1$，得 $b^2=2$，

又 $\because c^2=a^2+b^2=4$，$\therefore c=2$.

∴双曲线的焦距长为：4．故选：$C$.

**5.**D　**解析**：由题意 $f'(x)=2e^{2x}-\cos x$，

所以在 $x=0$ 处的切线斜率为 $f'(0)=2-1=1$.

因为 $f(0)=1-0=1$，所以切线方程为 $y-1=1\cdot(x-0)$，即 $y=x+1$．故选 $D$.

**6.** D　**解析**：由于 $(1+x)(1-2x)^{2020}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2021}x^{2021}$，

令 $x=0$，可得 $a_0=1$；

令 $x=1$，可得 $a_0+a_1+a_2+\cdots a_{2021}=2$

$\therefore a_1+a_2+\cdots a_{2021}=1$，故选 $D$.

**7.** C　　**解析**：$\because \log_{2.8}e<1$,而$\ln 2.8>1$,故选项 $A$ 错误；

由于函数$y=x^{0.2}$在 $R$ 上是增函数，$0.4>0.3$，$\therefore 0.4^{0.2}>0.3^{0.2}$,故选项 $B$ 错误；

由于函数$y=\frac{\ln x}{x}$在$(e,+\infty)$上是减函数，$\therefore \frac{\ln e}{e}>\frac{\ln \pi}{\pi}$, 即$\pi\ln e>e\ln \pi$, $\therefore e^{\pi}>\pi^{e}$，故选项 $C$ 正确；

由于函数$y=\frac{\ln x}{x}$在$(0,e)$上是增函数，

$0<\sqrt{3}<\sqrt{\pi}<e$ $\therefore \frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}<\frac{\ln\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}$, 即$\sqrt{\pi}\ln\sqrt{3}<\sqrt{3}\ln\sqrt{\pi}$, $\therefore \sqrt{\pi}\ln 3<\sqrt{3}\ln \pi$，故选项 $D$ 错误，故选：$C$.

**8.** B　　**解析**：由函数$f(x)=A\cos(2x+\varphi)(A>0,0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$图象的一部分，可得$A=2$，函数的图象关于直线$x=\frac{a+b}{2}=\frac{x_1+x_2}{2}$对称，$\therefore a+b=x_1+x_2$.

由五点法作图可得$2a+\varphi=-\frac{\pi}{2}$，$2b+\varphi=\frac{\pi}{2}$，$\therefore a+b=-\varphi$.

再根据$f(x_1+x_2)=f(a+b)=2\cos(-2\varphi+\varphi)=2\cos(-\varphi)=\sqrt{3}$，可得$\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，$f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

在$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$上，$2x+\frac{\pi}{6}\in(0,\pi)$，故$f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$上是减函数．故选：$B$.

**9.** D　　**解析**：由题意可知，抛物线的焦点坐标为$F\left(\sqrt{2},0\right)$，直线 $AB$ 的斜率不为 0，

不妨设直线 $AB$ 为$x=my+\sqrt{2}$，$m>0$，

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

$\because \overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，$\therefore y_1=-2y_2$，

由$\begin{cases}y^2=4\sqrt{2}x,\\x=my+\sqrt{2}\end{cases}$得$y^2-4\sqrt{2}my-8=0$，

$y_1y_2=-8$，

由$\begin{cases}y_1y_2=-8,\\y_1=-2y_2\end{cases}$得$y_2^2=4$，$y_2=-2$，$y_1=4$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times|OF|\times|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 6=3\sqrt{2}$．故选 $D$.

**10.** C　　**解析**：$n=1$ 时,$a_1=2$，

因为$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n$，

所以$n\geq 2$时，$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=2^{n-1}$,

两式相减得到$na_n=2^{n-1}$，$n=1$时不适合上式，

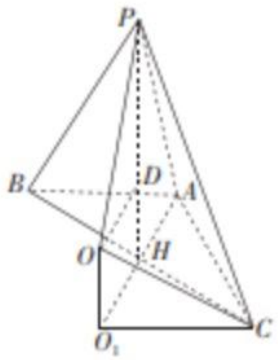
所以$b_n=\frac{a_n}{(n+1)2^{n-1}}=\begin{cases}1,n=1\\\frac{1}{n(n+1)},n\geq 2\end{cases}$,

当$n=1$时，$S_1=b_1=1$，

当$n \geq 2$时，$S_n = 1 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} < \frac{3}{2}$，所以$t \geqslant \frac{3}{2}$；

所以 $t$ 的最小值为$\frac{3}{2}$；故选 $C$.

**11.** A　　**解析：**根据题意画出图形，如图所示：




如图，设$\triangle ABC$的外接圆的圆心为$O_1$，连接$O_1C, O_1A, BC \cap O_1A = H$,连接$PH$.

由题意可得$AH \perp BC$,且 $AH = \frac{1}{2}O_1A = \sqrt{2}, BH = \frac{1}{2}BC = \sqrt{6}$.

因为$PB = PC = BC = 2\sqrt{6}$,所以$PH \perp BC$,且 $PH = \sqrt{\left(2\sqrt{6}\right)^2 - \sqrt{6}^2} = 3\sqrt{2}$.

又因为$PH^2 + AH^2 = PA^2$,所以$PH \perp AH$.

所以 $PH \perp$ 平面$ABC$ .

设 $O$ 为三棱锥$P - ABC$ 外接球的球心，连接$OO_1, OP, OC$,过 $O$ 作 $OD \perp PH$，垂足为 $D$，

则外接球的半径 $R$ 满足 $R^2 = OO_1{}^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = \left(3\sqrt{2} - OO_1\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2$，

解得$OO_1 = \sqrt{2}$，

从而$R^2 = 10$，所以三棱锥$P - ABC$ 外接球的表面积为$4\pi R^2 = 40\pi$．故选 $A$.

**12.**B　　**解析：**因为 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1{}^2 - x_2{}^2) > k(x_1x_2 + x_2{}^2)$ 等价于 $\ln\frac{x_1}{x_2} > \frac{k}{\frac{x_1}{x_2} - 1}$.

不妨假设 $x_1 > x_2 > 0$，令 $t = \frac{x_1}{x_2}(t > 1)$，则 $\ln t > \frac{k}{t-1}$，即 $k < (t - 1)\ln t$.

设 $g(t) = (t - 1)\ln t\ (t > 1)$，则 $k < g(t)_{\min}$.

当 $t > 1$ 时，$g'(t) = \ln t + 1 - \frac{1}{t} > 0$ 恒成立，故 $g(t)$在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，$g(t) > g(1) = 0$.

所以 $k \leqslant 0$，$k$ 的最大值为 0．故选 $B$.

**二、填空题。**

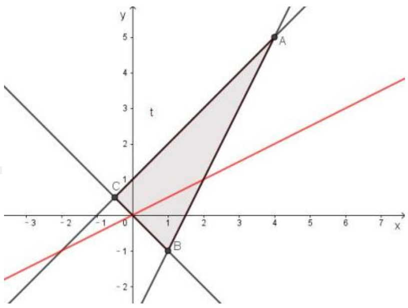
**13.** 8　　**解析：**$\vec{a} + 2\vec{b} = (3, m - 6)$；

$\because (\vec{a}+2\vec{b})\perp\vec{b}\ \therefore (\vec{a}+2\vec{b})\cdot\vec{b}=6-3(m-6)=0$；$\therefore m=8$.

故答案为：8．

**14.**14　　**解析**：由约束条件得到可行域如图：

目标函数化为：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，直线经过图中点 $A$ 时，在 $y$ 轴上的截距最大，此时 $z$ 取得最大值，




由$\begin{cases}x-y+1=0\\2x-y-3=0\end{cases}$

得到$A(4,5)$，所以$z=x+2y$的最大值为$4+2\times5=14$.

故答案为：14．

15. $\dfrac{2}{3}$　　**解析**：由茎叶图可知：$x=0$，$y=4$.

∵正实数 $a$，$b$ 满足：$x$，$a$，$b$，$y$ 成等差数列；

$\therefore a+b=x+y=4$；$\therefore \frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=\frac{1}{6}[(a+1)+(b+1)]\cdot\left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\right)$

$=\frac{1}{6}\left(2+\frac{b+1}{a+1}+\frac{a+1}{b+1}\right)\geqslant\frac{1}{6}\left(2+2\sqrt{\frac{b+1}{a+1}\cdot\frac{a+1}{b+1}}\right)=\frac{2}{3}$.

当且仅当$a=2$，$b=2$时等号成立．故答案为：$\dfrac{2}{3}$．

**16.** $[6,+\infty)$　　**解析**：由圆 $C$：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$可知圆心$C(1,1)$，半径为$\sqrt{2}$，

因为 $M$ 是 $AB$ 的中点，所以$CM\perp AB$，

又因为$AC\perp BC$，所以三角形 $ABC$ 为等腰直角三角形，所以$CM=1$，

即点 $M$ 在以 $C$ 为圆心，1 为半径的圆上，点 $M$ 所在圆的方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

要使得$\angle PMQ\geq\frac{\pi}{2}$恒成立，则点 $M$ 所在的圆在以 $PQ$ 为直径的圆的内部，

而 $P$，$Q$ 在直线$l$:$3x-4y-9=0$上，

点 $C$ 到直线$l$:$3x-4y-9=0$的距离 $d=\dfrac{|3-4-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$,

所以以 $PQ$ 为直径的圆的半径的最小值为$r=2+1=3$，

所以 $PQ$ 的最小值为$2r=6$.

故答案为：$[6,+\infty)$.

**三、解答题。**

（一）必考题。

**17.**解：(1)由二倍角公式化 $\cos 2B-6\cos^2\frac{A+C}{2}+2=0$.得 $2\cos^2B+3\cos B-2=0$，解得 $\cos B=\frac{1}{2}$

或 $\cos B=-2$（舍去），$B\in(0,\pi)$ 得 $B=\frac{\pi}{3}$.

(2)由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{4}$，得 $ac=5$.由余弦定

理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac=10$，得 $(a+c)^2=25$.

则 $a+c=5$，所以 $\triangle ABC$的周长为 $5+\sqrt{10}$.

**18.**解：(1)记：“小华恰好命中两次”为事件 $A$，“小华射击甲靶命中”为事件 $B$，“小华第一次射击乙靶命中”为事件 $C$，“小华第二次射击乙靶命中”为事件 $D$，

由题意可知$P(B)=\frac{3}{5}$,$P(C)=P(D)=\frac{2}{3}$，由于$A=BC\bar{D}+B\bar{C}D+\bar{B}CD$，

$\therefore$ $P(A)=P(BC\bar{D}+B\bar{C}D+\bar{B}CD)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$,

故甲同学恰好命中一次的概率为$\frac{4}{9}$.

(2) $X=0$，1，2，3，5

$P(X=0)=\frac{2}{5}\times(\frac{1}{3})^2=\frac{2}{45}$，$P(X=1)=\frac{2}{5}\times C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{45}$，$P(X=2)=\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{15}$,

$P(X=3)=\frac{3}{5}\times C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$，$P(X=5)=\frac{3}{5}\times(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{15}$,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| $P$ | $\frac{2}{45}$ | $\frac{8}{45}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{15}$ |

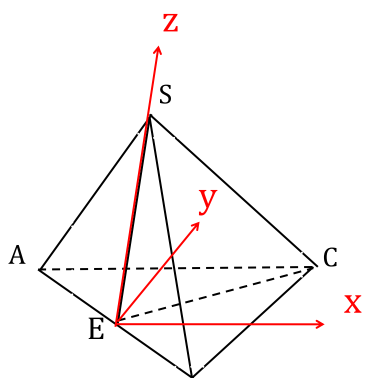
$E(X)=0\times\frac{2}{45}+1\times\frac{8}{45}+2\times\frac{1}{15}+3\times\frac{4}{9}+5\times\frac{4}{15}=\frac{134}{45}$.

**19.**解：(Ⅰ)当$m=1$时，$f(x)=e^{2x}+3e^x-2x$，

则$f'(x)=2e^{2x}+3e^x-2=(2e^x-1)(e^x+2)$，

令$f'(x)=0$，解得$x=-\ln2$，

$\therefore f(x)$在$(-\infty,-\ln2)$上单调递减，在$(-\ln 2,+\infty)$上单调递增.



$\therefore f(x)$的极小值是$f(-\ln2)=\frac{7}{4}+2\ln2$，无极大值．

(Ⅱ)当 $m\leqslant1$ 时，$g(x)=-me^{2x}-(m-2)e^{x}+x$，

$\therefore g'(x)=-2me^{2x}-(m-2)e^{x}+1=(-me^{x}+1)(2e^{x}+1)$，

令 $g'(x)=0$，解得$x=-\ln m$，

$\therefore g(x)$在$(-\infty,-\ln m)$上单调递增，在$(-\ln m,+\infty)$上单调递减．

$\therefore g(x)$的极大值 $h(m)=g(-\ln m)=-\ln m+\frac{1}{m}-1$．

$\because h'(m)=-\frac{1}{m}-\frac{1}{m^2}<0$，

$\therefore h(m)=-\ln m+\frac{1}{m}-1$ 在$(0,1]$上单调递减．故 $h(m)_{\min}=h(1)=0$

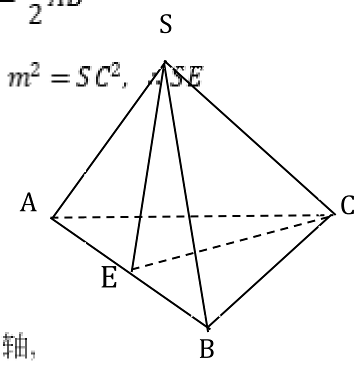
**20.**解：

(1)取 $AB$ 的中点 $E$, 连接 $SE,CE$.

$\because SA=SB \quad \therefore SE\perp AB$ 又$\because AB=2AE,\angle ASB=\gamma \quad \therefore AB=2SA\cdot\sin\frac{\gamma}{2}=2m\sin\frac{\gamma}{2}$

同理 $AC=2m\sin\frac{\beta}{2}$, $BC=2m\sin\frac{\theta}{2}$.

$\because \sin^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\beta}{2}=\sin^2\frac{\gamma}{2}\therefore BC^2+AC^2=AB^2$,即$\angle ACB=90°$.由 $CE=\frac{1}{2}AB$ $=m\sin\frac{\gamma}{2}$, $SE=SA\cos\frac{\gamma}{2}=m\cos\frac{\gamma}{2}$,得 $CE^2+SE^2=m^2=SC^2$, $\therefore SE\perp CE$.




又$\because SE\perp AB$, $AB\cap CE=E$, $\therefore SE\perp$平面$ABC$.

又$\because SE\subseteq$平面$SAB$ $\therefore$ 平面$SAB\perp$平面$ABC$.

(2)以 $E$ 为坐标原点, 平行$AC$的直线为 $x$ 轴, 平行 $BC$ 的直线为 $y$ 轴, $ES$ 为 $z$ 轴建立空间直角坐标系, 如图. 不妨设$m=2$,

则$A(-\sqrt{2},1,0)$，$B(\sqrt{2},-1,0)$，$C(\sqrt{2},1,0)$，$E(0,0,0)$， $S(0,0,1)$，设$D(x,y,z)$,$\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{CS}(0\leqslant\lambda\leqslant1)$, 则 $(x-\sqrt{2},y-1,z)=\lambda(-\sqrt{2},-1,1)\therefore D(\sqrt{2}-\sqrt{2}\lambda,1-\lambda,\lambda)$, $\overrightarrow{BD}=(-\sqrt{2}\lambda,2-\lambda,\lambda)$

设平面 $SAB$ 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$, 易求得 $\vec{n}=\left(1,\sqrt{2},0\right)$

$\sin 60° = \frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{BD}|}$, 则 $\frac{|2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\lambda|}{\sqrt{3}\sqrt{2\lambda^2+(2-\lambda)^2+\lambda^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 得

$\lambda^2+7\lambda+1=0$, $\because \lambda \geqslant 0$ $\therefore$ 不存在点$D$, 使直线与平面 $SAB$ 所成的夹角为$60°$.

21. 解：（1）因为椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点（1,$\frac{\sqrt{14}}{2}$），则

$\begin{cases} \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{a^2}+\frac{7}{2b^2}=1 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$ 解得$\begin{cases} a^2=8 \\ b^2=4 \end{cases}$故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

（2）①设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，当切线斜率存在时，可设该圆的切线方程为$y=kx+m$，

则$\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$ 即$3m^2-8k^2-8=0$

解方程组$\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1 \end{cases}$得$x^2+2(kx+m)^2=8$,即$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-8=0$,

则△$=16k^2m^2-4(1+2k^2)(2m^2-8)=8(8k^2-m^2+4)>0$ ,即$8k^2-m^2+4>0$

$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2} \\ x_1x_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2} \end{cases}$,

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{k^2(2m^2-8)}{1+2k^2}-\frac{4k^2m^2}{1+2k^2}+m^2=\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}$

则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2}+\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}=\frac{3m^2-8k^2-8}{1+2k^2}=0$ ,

所以$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$

而当切线的斜率不存在时切线为$x=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$与椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$的两个交点为

$(\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$或，$(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$满足$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$,

综上，$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$

②由①知$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=(-\frac{4km}{1+2k^2})^2-4\times\frac{2m^2-8}{1+2k^2}=\frac{8(8k^2-m^2+4)}{(1+2k^2)^2}$,

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(1+k^2)(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(1+k^2)\,\frac{8(8k^2-m^2+4)}{(1+2k^2)^2}}$

$=\sqrt{\frac{32}{3}\cdot\frac{4k^4+5k^2+1}{4k^4+4k^2+1}}=\sqrt{\frac{32}{3}[1+\frac{k^2}{4k^4+4k^2+1}]}$,

①当$k\neq0$时$|AB|=\sqrt{\frac{32}{3}[1+\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}]}$

因为$4k^2+\frac{1}{k^2}+4\geq8$所以$0<\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}\leq\frac{1}{8}$,

所以$\frac{32}{3}<\frac{32}{3}[1+\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}]\leq12$,

所以$\frac{4}{3}\sqrt{6}<|AB|\leq2\sqrt{3}$当且仅当$k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$时取"=".

当$k=0$时,$|AB|=\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

当 AB 的斜率不存在时，两个交点为$(\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$或$(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$,所以此时

$|AB|=\frac{4\sqrt{6}}{3}$,

综上,$|AB|$的取值范围为$[\frac{4}{3}\sqrt{6},2\sqrt{3}]$.

**22.**解：(1)由$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=2+2\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$为参数)，消去参数$\varphi$，得曲线$C_1$的普通方程为：$x^2+(y-2)^2=4$.

由$\rho=4\cos\theta$，得$\rho^2=4\rho\cos\theta$，得曲线$C_2$的直角坐标方程为：$x^2+y^2=4x$，即$(x-2)^2+y^2=4$.

∴两方程相减可得交线为$y=x$，

∴直线的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in R)$.

(2)由$l:2\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1$，得$\sqrt{3}\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=1$，

∴直线 $l$ 的直角坐标方程：$x+\sqrt{3}y=1$，直线 $l$ 的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{3}}{2}t\\y=\frac{1}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数).

∴直线$l_1$的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{3}}{2}t\\y=2+\frac{1}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数).

将直线$l_1$的参数方程代入曲线$C_1$: $x^2+(y-2)^2=4$中，得$t^2-\sqrt{3}t-3=0$.

设 $A$，$B$ 两点的参数为$t_1$，$t_2$，

$\therefore t_1+t_2=\sqrt{3}$，$t_1t_2=-3$，则$t_1$，$t_2$异号.

$\therefore \dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{1}{|t_1|}+\dfrac{1}{|t_2|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{|t_1-t_2|}{3}$

$=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

（二）选考题。

**23.**解：(1)当 $m=1$时，$f(x)\geqslant 4\Leftrightarrow|2x-3|+|x+1|\geqslant 4$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leqslant-1\\-2x+3-x-1\geqslant 4\end{cases}$或$\begin{cases}-1<x<\dfrac{3}{2}\\-2x+3+x+1\geqslant 4\end{cases}$或$\begin{cases}x\geqslant\dfrac{3}{2}\\2x-3+x+1\geqslant 4\end{cases}$

$\Leftrightarrow x\leqslant-1$ 或$-1<x\leqslant 0$ 或$x\geqslant 2$.

$\therefore\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$.

即不等式$f(x)\geqslant 4$ 的解集为$\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$.

(2) $f(x+1)+m<0\Leftrightarrow m<\frac{-|2x-1|}{|x+2|+1}$,

设$g(x)=\frac{-|2x-1|}{|x+2|+1}$, $x\in[-3,0]$

当$x\in[-3,-2]$时，$g(x)=\frac{2x-1}{-x-1}=-2+\frac{3}{x+1}$为减函数函数，$g(x)_{\min}=g(-2)=-5$,

当$x\in(-2,0]$时，$g(x)=\frac{2x-1}{x+3}=2-\frac{7}{x+3}$为增函数，$g(x)_{\min}>g(-2)=-5$,

∴实数 $m$ 的取值范围为$m\in(-\infty,-5)$.