

2022 届高三年级江西智学联盟体第一次联考

文科数学

试卷满分:150 分

考试时长:120 分钟

注意事项：

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将答题卡交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A=\{x|x^2-4x-5>0\}$, $B=\{x|x>3\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}}A)\cup B=$
 - $[-1,+\infty)$
 - $(5,+\infty)$
 - $[-1,5]$
 - $(3,5]$
- 欧拉公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$ (i 为虚数单位) 是由瑞士著名数学家欧拉发现的,它将指数函数的定义域扩大到复数集,建立了三角函数和指数函数的关系,在复变函数论里占有非常重要的地位. 根据此公式, e^{-2i} 表示的复数在复平面内位于
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
- 已知 $x=\log_3\frac{1}{\pi}$, $y=\cos 5$, $z=e^{0.2}$, 则
 - $x<z<y$
 - $y<x<z$
 - $z<x<y$
 - $x<y<z$
- 已知命题 $p:\exists x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right), 2x_0\cdot\cos x_0>3\sin x_0$, 则命题 p 的真假以及命题 p 的否定分别为
 - 假, $\neg p:\exists x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right), 2x_0\cdot\cos x_0\leqslant 3\sin x_0$
 - 假, $\neg p:\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right), 2x\cdot\cos x\leqslant 3\sin x$
 - 真, $\neg p:\exists x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right), 2x_0\cdot\cos x_0\leqslant 3\sin x_0$
 - 真, $\neg p:\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right), 2x\cdot\cos x\leqslant 3\sin x$
- 白马寨是丰城市闻名遐迩的江西省历史文化名村,始建于南宋咸淳九年,即公元 1273 年,是有名的江南望族. 村子建筑布局讲究风水,全村六十四条巷道依据八卦图的演变程序而精心

设计,没有一条直巷,隐含八卦图中六十四卦象,又为“聚财”之意. 白马寨至今完好地保存着 125 幢明清古建筑,成为吸引四方游客的一个旅游景区. 我校高一年级周末准备用系统抽样的方法从 1200 名学生中抽取 40 人前往景区开展研学活动,现将 1200 名学生随机地从 1~1200 编号,按编号顺序平均分成 40 组(1~30 号,31~60 号, $\cdots$,1171~1200 号),若第 4 组与第 6 组抽出的号码之和为 274,则第 10 组抽到的号码是

- 272
- 274
- 287
- 296

6. 设函数 $f(x)=x\cos x-\sin x$ 的图象在点 $(t,f(t))$ 处切线的斜率为 k , 则函数 $k=g(t)$ 的图象大致为



7. 将函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的一半,纵坐标不变,得到函数 $g(x)$ 的图象,则下列说法中正确的是

- $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$
- $g(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$ 上是增函数
- $x=-\frac{\pi}{24}$ 是 $g(x)$ 图象的一条对称轴
- $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 是 $g(x)$ 图象的一个对称中心

8. 已知 O 是 $\triangle ABC$ 的外心,且 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{CO}=\mathbf{0}$, 则 $\angle ACB=$

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{2\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{4}$

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $n\in\mathbf{N}^*$, $a_1-a_4=3$, $\frac{S_9}{S_6}=\frac{3}{2}$, 若 $a_m=\frac{1}{2}$, $m\in\mathbf{N}^*$, 则 $m=$

- 6
- 5
- 8
- 7

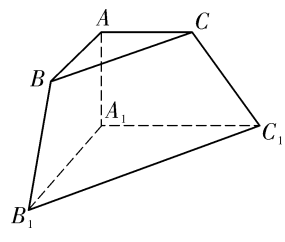
10. 给定抛物线 $E:y^2=8x$, F 是其焦点, 直线 $l:y=k(x-2)$, 它与 E 相交于 A,B 两点, 如果

$\overrightarrow{FB}=\lambda\overrightarrow{AF}$ 且 $\lambda\in\left[\frac{1}{9},\frac{1}{3}\right]$, 那么 k 的取值范围是

- $\left[-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right]$
- $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$
- $\left[-\sqrt{3},-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},\sqrt{3}\right]$
- $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

11. 如图,三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB\perp AC$, $BC=6$, $A_1B_1=A_1C_1=4\sqrt{2}$, $AA_1=5\sqrt{2}$,平面 $BCC_1B_1\perp$ 平面 ABC ,则该三棱台外接球的体积为

- A. $\frac{500\pi}{3}$ B. 100π
- C. 150π D. $\frac{400\pi}{3}$



12. 若关于 x 的不等式 $me^x - \ln(x-2) + \ln m + 2 \geq 0$ 恒成立,则正数 m 的取值范围是

A. $[e^{-1}, +\infty)$ B. $[e^{-3}, +\infty)$ C. $[e^{-2}, +\infty)$ D. $[e^{-4}, +\infty)$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 若正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2, a_{n+1}^2=4a_n^2+4a_n+1$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是_____.

14. 祖冲之是我国南北朝时期杰出的数学家、天文学家. 他一生钻研自然科学,其主要贡献在数学、天文历法和机械制造三方面,特别是在探索圆周率 π 的精确度上,首次将“ π ”精确到小数点后第七位,即 $\pi=3.1415926\cdots$,在此基础上,我们从“圆周率”第三到第八位有效数字中随机取两个数字 a, b ,则事件“ $|a-b| \geq 5$ ”的概率为_____.

15. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的可导函数,且 $f'(x) \geq -2f(x), f(0)=4, f(3)=\frac{4}{e^6}$,则 $f(2)$ 的值为_____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的上、下焦点分别为 F_1, F_2 ,过 F_1 的直线交双曲线上支于 A, B 两点,且满足 $\overrightarrow{BF_1} = 4\overrightarrow{F_1A}, |AF_2| = |AB|$,则双曲线的离心率为_____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17—21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

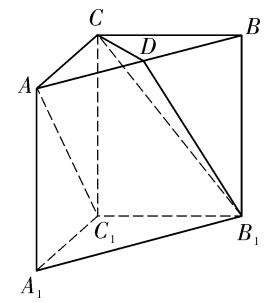
17. (12 分)已知 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $(c-b)\sin C = a\sin A - (b+2c)\sin B$.

(1)求角 A 的大小;

(2)若 $a=3$,求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (12 分)如图,直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D 是 AB 的中点, $AC=BC=3, AB=3\sqrt{2}, AA_1=6$.

- (1)求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;
- (2)求点 C_1 到平面 CDB_1 的距离.



19. (12 分)根据世卫组织新冠肺炎疫情在线平台的数据,截至 2021 年 6 月 18 日,新冠肺炎全球确诊数已经超过 17 710 万,新冠肺炎是一个传染性很强的疾病,其病毒在潜伏期内就具备了传染性. 某医疗研究机构收集了 1 000 名患者的病毒潜伏期的信息,将数据统计如下表所示:

潜伏期(单位:天)	$[0, 2]$	$(2, 4]$	$(4, 6]$	$(6, 8]$	$(8, 10]$	$(10, 12]$	$(12, 14]$	$(14, 16]$
人数	30	60	130	280	260	160	60	20

- (1)求 1 000 名患者潜伏期的样本平均数 $\bar{x}$ (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);
- (2)潜伏期不高于平均数的患者,称为“短潜伏者”;潜伏期高于平均数的患者,称为“长潜伏者”. 为研究潜伏期与患者年龄的关系,以潜伏期是否高于平均数为标准分为两类进行分层抽样,从上述 1 000 名患者中抽取 400 人,得到如下列联表,请将列联表补充完整,并根据列联表判断是否有 99.9% 的把握认为潜伏期长短与患者年龄有关.

	短潜伏者	长潜伏者	合计
60 岁及以上	100		
60 岁以下			150
合计			400

附表及公式:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln^2 x - x + m \ln x$ 有两个极值点 x_1, x_2 .

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 证明: $x_1 x_2 < 4$.

21. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 右焦点为 F , 且 E 上一点 P 到 F

的最大距离为 3.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若 A, B 为椭圆 E 上的两点, 线段 AB 过点 F , 且其垂直平分线交 x 轴于 H 点, $|AB| =$

$\frac{16}{5}$, 求 $|FH|$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所作的第一题计分。

22. 【选修 4—4: 坐标系与参数方程】(10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 6 \sin \theta + 8 \cos \theta$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程;

(2) 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 $P(4, -3)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$.

23. 【选修 4—5: 不等式选讲】(10 分)

设函数 $f(x) = |2x - m| + |2x + 2|$.

(1) 当 $m = -1$ 时, 求不等式 $f(x) > 9$ 的解集;

(2) 若 $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) < |2m - 3|$, 求 m 的取值范围.