

2022 届高三年级江西智学联盟体第一次联考 文科数学参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	C	A	C	B	D	C	A	B

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. $a_n = 3 \times 2^{n-1} - 1$ 14. $\frac{4}{15}$ 15. $\frac{4}{e^4}$ 16. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. 解: (1) 由 $(c-b)\sin C = a\sin A - (b+2c)\sin B$,

得 $(c-b)c = a^2 - (b+2c)b$, 3 分

即 $c^2 + b^2 - a^2 = -bc$, $2bc\cos A = -bc$, $\cos A = -\frac{1}{2}$,

故 $A = 120^\circ$; 6 分

(2) 由 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{b^2 + c^2 - 9}{2bc} \geq \frac{2bc - 9}{2bc}$, 解得 $bc \leq 3$, 9 分

故 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}$, 当且仅当 $b=c$ 时取等号,

即 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 12 分

18. (1) 证明: 连接 BC_1 交 B_1C 于 E 点, 连接 DE ,

因为在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E 是 BC_1 中点,

又因为 D 是 AB 的中点, 所以 $DE \parallel AC_1$,

$\because AC_1 \not\subset$ 平面 CDB_1 , $DE \subset$ 平面 CDB_1 ,

所以 $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ; 5 分

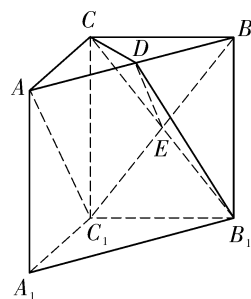
(2) 解: 因为 $AC = BC = 3$, $AB = 3\sqrt{2}$,

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$, 则 $AC \perp BC$,

D 是 AB 的中点, 所以 $AD = CD = BD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 8 分

因为 $AA_1 = 6$, 所以 $B_1D = \sqrt{BB_1^2 + BD^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$, $B_1C = \sqrt{CD^2 + B_1D^2} = 3\sqrt{5}$,

则 $S_{\triangle CDB_1} = \frac{1}{2}CD \cdot B_1D = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{27}{4}$,



$$\therefore V_{D-CC_1B_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle CC_1B_1} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

设点 C_1 到平面 CDB_1 的距离为 h , 根据 $V_{C_1-CDB_1} = V_{D-CC_1B_1}$,

$$\text{可得 } \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\triangle CDB_1} = \frac{1}{3} \times h \times \frac{27}{4} = \frac{9}{2} \Rightarrow h = 2,$$

所以点 C_1 到平面 CDB_1 的距离是 2. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

$$19. \text{解: (1)} \bar{x} = 1 \times \frac{30}{1000} + 3 \times \frac{60}{1000} + 5 \times \frac{130}{1000} + 7 \times \frac{280}{1000} + 9 \times \frac{260}{1000} + 11 \times \frac{160}{1000} + 13 \times \frac{60}{1000} + 15 \times \frac{20}{1000} = 8.$$

即 1000 名患者潜伏期的平均数为 8. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$(2) \text{抽取的短潜伏者的人数为 } 400 \times \frac{30+60+130+280}{1000} = 200,$$

长潜伏者的人数为 $400 - 200 = 200$. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

列联表如下:

	短潜伏者	长潜伏者	合计
60 岁及以上	100	150	250
60 岁以下	100	50	150
合计	200	200	400

$$K^2 = \frac{400 \times (100 \times 50 - 150 \times 100)^2}{250 \times 150 \times 200 \times 200} = \frac{80}{3} \approx 26.7 > 10.828.$$

故有 99.9% 的把握认为潜伏期长短与患者年龄有关. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

$$20. \text{解: (1)} f'(x) = \frac{2}{x} \ln x - 1 + \frac{m}{x} = \frac{2 \ln x - x + m}{x},$$

$$\text{令 } g(x) = 2 \ln x - x + m, (x > 0), g'(x) = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

故 $g(x)$ 在 $(0, 2)$ 上递增, 在 $(2, +\infty)$ 上递减;

$$\text{故 } g(x)_{\max} = g(2) = 2 \ln 2 + m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2 - 2 \ln 2,$$

又 $g(0^+) \rightarrow -\infty, g(+\infty) \rightarrow -\infty$, 故实数的取值范围是 $m \in (2 - 2 \ln 2, +\infty)$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$(2) \text{法一: 先证: } \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} > \sqrt{x_1 x_2}, \text{不妨令 } x_1 > x_2,$$

$$\text{即证: } \ln x_1 - \ln x_2 < \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 x_2}} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} - \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}.$$

$$\text{再令 } \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} = t, \text{即证: } \ln t^2 < t - \frac{1}{t} (t > 1),$$

$$\text{令 } F(t) = 2 \ln t - t + \frac{1}{t}, (t > 1), F'(t) = \frac{2}{t} - 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{-t^2 + 2t - 1}{t^2} \leq 0, \text{易得 } F(t) \text{ 为减函数,}$$

$$\text{故 } F(t) < F(1) = 0, \text{即 } \ln t^2 < t - \frac{1}{t}, \text{故 } \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} > \sqrt{x_1 x_2} \text{ 得证. } \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

由 $\begin{cases} 2\ln x_1 = x_1 - m \\ 2\ln x_2 = x_2 - m \end{cases}$, 两式相减, 得 $\frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = 2 > \sqrt{x_1 x_2}$, 即 $x_1 x_2 < 4$ 12 分

法二: 由(1)知 $g(x)$ 在 $(0, 2)$ 上递增, 在 $(2, +\infty)$ 上递减; 且 $g(x_1) = g(x_2) = 0$,

不妨设 $x_1 < 2 < x_2$, 则: $g(x_1) - g\left(\frac{4}{x_2}\right) = -g\left(\frac{4}{x_2}\right) = -\left[2\ln\left(\frac{4}{x_2}\right) - \left(\frac{4}{x_2}\right) + m\right] = \left(\frac{4}{x_2}\right) -$

$2\ln\left(\frac{4}{x_2}\right) + 2\ln x_2 - x_2 = \frac{4}{x_2} - 4\ln 2 + 4\ln x_2 - x_2$, 8 分

令 $h(x) = \frac{4}{x} - 4\ln 2 + 4\ln x - x, x > 2$, 则 $h'(x) = -\frac{4}{x^2} + \frac{4}{x} - 1 = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2} < 0$,

故 $h(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上递减, $h(x) < h(2) = 2 - 4\ln 2 + 4\ln 2 - 2 = 0$, 即 $g(x_1) < g\left(\frac{4}{x_2}\right)$,

又 $x_1, \frac{4}{x_2} \in (0, 2)$, 故 $x_1 < \frac{4}{x_2}$, 即 $x_1 x_2 < 4$ 12 分

21. 解: (1) 由 $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}, a + c = 3$, 解得: $a = 2, c = 1, b^2 = 3$,

故椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4 分

(2) 设线段 AB 的斜率为 k , 当 k 不存在时, 易知: $|AB| = \frac{2b^2}{a} = 3$, 与题设矛盾; 5 分

故 k 存在, 可设 AB 的方程为: $y = k(x - 1)$, 代入 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$,

得 $3x^2 + 4k^2(x - 1)^2 = 12$, 整理得 $(3 + 4k^2)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$,

所以 $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{3 + 4k^2}, x_1 x_2 = \frac{4k^2 - 12}{3 + 4k^2}$, 7 分

$|AB|^2 = (1 + k^2)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = (1 + k^2) \left[\left(\frac{8k^2}{3 + 4k^2} \right)^2 - 4 \times \frac{4k^2 - 12}{3 + 4k^2} \right]$

$$= \frac{9 \times 16(k^2 + 1)^2}{(4k^2 + 3)^2} = \frac{16^2}{5^2},$$

解得 $k^2 = 3$, 10 分

当 $k = \sqrt{3}$ 时, 设线段 AB 中点为 $G(x_0, y_0)$, 则

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4k^2}{3 + 4k^2} = \frac{4}{5}, y_0 = k(x_0 - 1) = -\frac{\sqrt{3}}{5},$$

则 $G\left(\frac{4}{5}, -\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$, 则 AB 垂直平分线 $l': y + \frac{\sqrt{3}}{5} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{4}{5}\right)$,

令 $y = 0$, 得: $x = \frac{1}{5}$, 即 $H\left(\frac{1}{5}, 0\right)$.

当 $k = -\sqrt{3}$ 时, 同理, 可得 $H\left(\frac{1}{5}, 0\right)$,

故 $|FH| = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ 12 分

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22. 解:(1)由 $\rho=6\sin\theta+8\cos\theta$,得 $x^2+y^2=6y+8x$,即 $(x-4)^2+(y-3)^2=25$.

即曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-4)^2+(y-3)^2=25$,

由直线 l 的参数方程消去参数 t ,可得普通方程为 $4x+3y-7=0$ 4 分

(2)易知点 $P(4,-3)$ 在直线 l 上,则直线 l 的参数方程可化为
$$\begin{cases} x=4-\frac{3}{5}t' \\ y=-3+\frac{4}{5}t' \end{cases} \quad (t' \text{ 为参数}),$$

..... 6 分

将其代入曲线 C 的直角坐标方程可得: $\frac{9t'^2}{25}+\left(\frac{4}{5}t'-6\right)^2=25$,即 $t'^2-\frac{48}{5}t'+11=0$,

所以 $t'_1+t'_2=\frac{48}{5}$, $t'_1t'_2=11$, 8 分

由于 $P(4,-3)$ 在圆 C 外,

所以 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t'_1|}+\frac{1}{|t'_2|}=\frac{|t'_1|+|t'_2|}{|t'_1t'_2|}=\frac{|t'_1+t'_2|}{|t'_1t'_2|}=\frac{48}{55}$ 10 分

23. 解:(1)当 $m=-1$ 时, $f(x)=|2x+1|+|2x+2|=\begin{cases} 4x+3, & x>-\frac{1}{2} \\ 1, & -1\leq x\leq -\frac{1}{2} \\ -4x-3, & x<-1 \end{cases}$

当 $x>-\frac{1}{2}$ 时,由 $f(x)>9$ 得 $x>\frac{3}{2}$,故 $x>\frac{3}{2}$;

当 $x<-1$ 时,由 $f(x)>9$ 得 $x<-3$,故 $x<-3$;

即不等式 $f(x)>9$ 的解集为: $(-\infty,-3)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$; 4 分

(2) $f(x)=|2x-m|+|2x+2|\geq|(2x+2)-(2x-m)|=|m+2|$,

$\therefore |m+2|<|2m-3|$,则 $m^2+4m+4<4m^2-12m+9$,

解得 $m>5$ 或 $m<\frac{1}{3}$,故 a 的取值范围是 $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup(5,+\infty)$ 10 分