2020~2021学年度苏锡常镇四市高三教学情况调研(一)

数 学　　　　2021年3月

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答字写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共8小是，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的．

1．设全集$U=R$，集合$A=[2，4]$，$B=\{x|\log_2 x>1\}$,则集合$A\bigcap\left(C_U B\right)=$

A．∞　　B．$\{2\}$　　C．$\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$　　D．$\{x|x\leqslant 2\}$

2．“$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$”是“$\sin\alpha=\cos\alpha$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

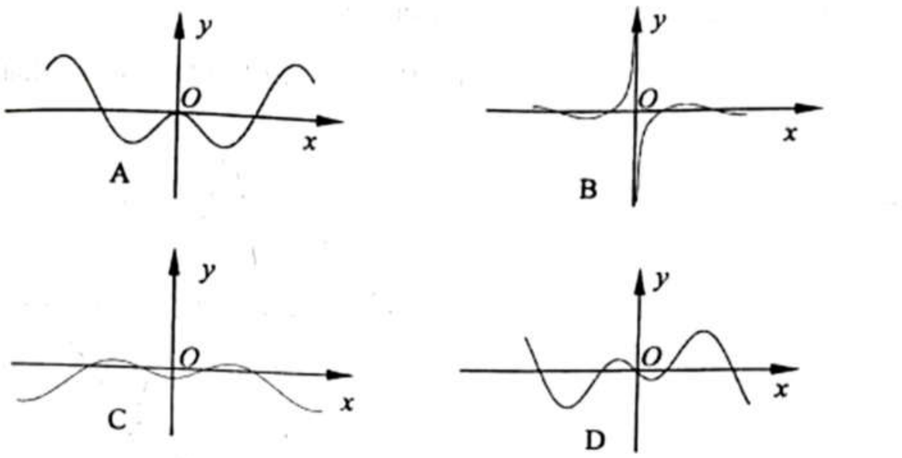
3．天干地支纪年法源于中国，中国自古便有十天干与十二地支，十天干即甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸；十二地支即子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥．天干地支纪年法是按顺序以一个天干和一个地支相配，排列起来，天干在前，地支在后，天干由“甲”起，地支由“子”起，例如，第一年为“甲子”，第二年为“乙丑”，第三年为“丙寅”……，以此类推，排列到“癸酉”后，天干回到“甲”重新开始，即“甲戌”，“乙亥”，然后地支回到“子”重新开始，即“丙子”……，以此类推．今年是辛丑年，也是伟大、光荣、正确的中国共产党成立100周年，则中国共产党成立的那一年是

A．辛酉年　　B．辛戌年　　C．壬酉年　　D．壬戌年

4．$(3-2x)(x+1)^5$ 式中 x^3 的系数为

A．-15　　B．-10　　C．10　　D．15

5.函数 $f\left(x\right)=\sin x\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ 的图象大致是



6．过抛物线 $y^2=2x$ 上一点 P 作圆 C：$x^2+\left(y-6\right)^2=1$ 的切线，切点为 A，B，则当四边形 $PACB$ 的面积最小时，P 点的坐标是

A．$(1,\sqrt{2})$　　B．$(\frac{3}{2},\sqrt{3})$　　C．$(2，2)$　　D．$(\frac{5}{2},\sqrt{5})$

7．若随机变量 $X\sim B\left(3，p\right)$，$Y\sim N\left(2，\sigma^2\right)$，若 $P(X\geqslant 1)=0.657$，$P(0<Y<2)=p$，

则 $P(Y>4)=$

A．0.2　　B．0.3　　C．0.7　　D．0.8

8．若 $f(x)=\begin{cases} x^3-\dfrac{16}{x}，x\neq 0 \\ 0，x=0 \end{cases}$ 则满足 $xf(x-1)\geq 0$ 的 x 的取值范围是

A．$[-1，1]\cup[3，+\infty)$　　B．$(-\infty，-1]\cup[0，1]\cup[3，+\infty)$

C．$[-1，0]\cup[1，+\infty)$　　D．$(-\infty，-3]\cup[-1，0]\cup[1，+\infty)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，则

A．函数 $y=f(x)$的图象可由函数 $y=\sin 2x$ 的图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位得到

B．函数 $y=f(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{8}$轴对称

C．函数 $y=f(x)$的图象关于点$(-\dfrac{\pi}{8},0)$中心对称

D．函数$y=x^2+f(x)$在$\left(0,\dfrac{\pi}{8}\right)$上为增函数

10．已知 O 为坐标原点，F_1,F_2分别为双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,\ b>0\right)$的左、右焦点，点 P 在双曲线右支上，则下列结论正确的有

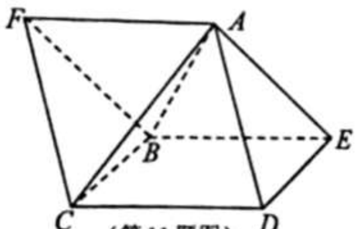
A．若 $PO=PF_2$，则双曲线的离心率 $e\geqslant 2$

B．若$\triangle POF_2$是面积为$\sqrt{3}$的正三角形，则$b^2=2\sqrt{3}$

C．若A_2为双曲线的右顶点，$PF_2\perp x$轴，则$F_2A_2=F_2P$

D．若射线F_2P与双曲线的一条渐近线交于点 Q，则$\left|QF_1-QF_2\right|>2a$

11．1982 年美国数学学会出了一道题：一个正四面体和一个正四棱锥的所有棱长都相等，将正四面体的一个面和正四棱锥的一个侧面紧贴重合在一起，得到一个新几何体．中学生丹尼尔做了一一个如图所示的模型寄给美国数学学会，美国数学学会根据丹尼尔的模型修改了有关结论．对于该新几何体，则



（第11题图）

A．$AF//CD$

B．$AF\perp DE$

C．新几何体有 7 个面

D．新几何体的六个顶点不能在同一个球面上

12．已知正数 x，y，z，满足 $3^x=4^y=12^z$，则

A．$6z<3x<4y$　　B．$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{z}$　　C．$x+y>4z$　　D．$xy<4z^2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(0,-2)$，$\boldsymbol{c}=(-1,\lambda)$，若 $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})//\boldsymbol{c}$，则实数 $\lambda=$__▲__．

14．已知复数 z 对应的点在复平面第一象限内，甲、乙、丙、丁四人对复数 z 的陈述如下(i 为虚数单位)：

甲：$z+\bar{z}=2$；乙：$z-\bar{z}=2\sqrt{3}i$；丙：$z\cdot\bar{z}=4$；丁：$\frac{z}{\bar{z}}=\frac{z^2}{2}$．

在甲、乙、丙、丁四人陈述中，有且只有两个人的陈述正确，则复数 $z=$__▲__．

15．若 $2\sqrt{3}\sin x+2\cos x=1$，则 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}-x\right)\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=$__▲__．

16．四面体的棱长为 1 或 2，但该四面体不是正四面体，请写出一个这样四面体的体积__▲__；这样的不同四面体的个数为__▲__．

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．(10 分)

在△ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，点 D 在边 BC 上，满足 $AB=\sqrt{3}BD$.

(1)若 $\angle BAD=30^\circ$，求 $\angle C$；

(2)若 $CD=2BD$，$AD=4$，求△ABC 的面积．

18．(12 分)

已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为整数，公比为 q，且$|q|>1$，数列$\{a_n\}$中有连续四项在集合 M＝$\{-96，-24，36，48，192\}$中，

(1)求 q，并写出数列$\{a_n\}$的一个通项公式；

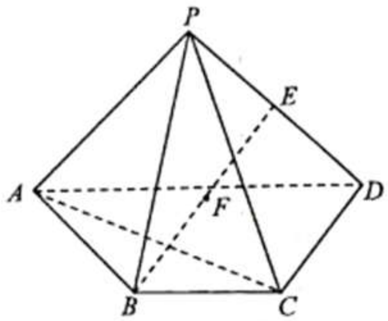
(2)设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，证明：数列$\{s_n\}$中的任意连续三项按适当顺序排列后，可以成等差数列．

19．(12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形，$BC//AD$，$AB\perp AD$，$AD=2AB=2BC=2$，$PC=\sqrt{2}$,E 为 PD 的中点．

(1)求直线 PB 与平面 PAC 所成角的正弦值；

(2)设 F 是 BE 的中点，判断点 F 是否在平面 PAC 内，并请证明你的结论．



（第 19 题图）

20．(12 分)

某地发现 6 名疑似病人中有 1 人感染病毒，需要通过血清检测确定该感染人员，血清检测结果呈阳性的即为感染人员，星阴性表示没感染．拟采用两种方案检测：

方案甲：将这 6 名疑似病人血清逐个检测，直到能确定感染人员为止；

方案乙：将这 6 名疑似病人随机分成 2 组，每组 3 人．先将其中一组的血清混在一起检测，若结果为阳性，则表示感染人员在该组中，然后再对该组中每份血清逐个检测，直到能确定感染人员为止；若结果为阴性，则对另一组中每份血清逐个检测，直到能确定感染人员为止，

(1)求这两种方案检测次数相同的概率；

(2)如果每次检测的费用相同，请预测哪种方案检测总费用较少?并说明理由．

21． (12 分)已知 O 为坐标系原点，椭圆 C∶$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ $c.\frac{x^2}{4}$＋y^2＝1的右焦点为点 F，右准线为直线 n．

(1)过点(4，0)的直线交椭圆 C 于 D，E 两个不同点，且以线段 DE 为直径的圆经过原点 O，求该直线的方程；

(2)已知直线 l 上有且只有一个点到 F 的距离与到直线 n 的距离之比为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.直线 l 与直线 n 交于点 N，过 F 作 x 轴的垂线，交直线 l 于点 M．求证：$\frac{FM}{FN}$为定值．

22．(12 分)

已知函数 $f(x)$＝1＋$m$lnx_(m∈R)．

(1)当 m＝2 时，一次函数 $g(x)$对任意 $x\in\left(0,+\infty\right)$，$f\left(x\right)\le g\left(x\right)\le x^2$ 恒成立，求 $g(x)$的表达式；

(2)讨论关于 x 的方程$\frac{f(x)}{f(\frac{1}{x})}$＝$x^2$解的个数．