

成都七中 2020~2021 学年度上期 2021 届高三阶段性测试

数学试卷（文科）

考试时间：120 分钟 总分：150 分

一. 选择题（每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求. 把答案涂在答题卷上.）

1. 复数 $z = (1+i)^2$ 的虚部为（ ）

- A. $2i$ B. 2 C. $-2i$ D. -2

2. $P = \{y | y = x^2\}$, $Q = \{x | y = \sqrt{2-x^2}\}$, 则 $P \cap Q =$ （ ）

- A. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ B. $\{(1,1)\}$ C. $\{0, \sqrt{2}\}$ D. $[0, \sqrt{2}]$

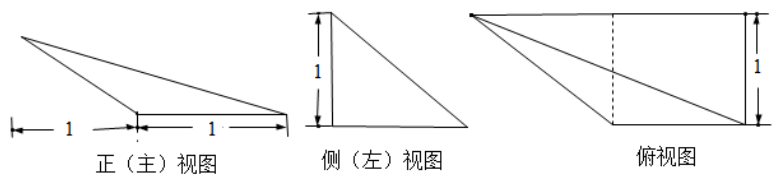
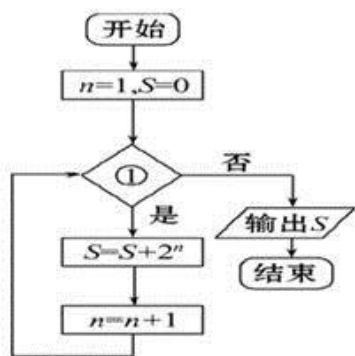
3. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2x \\ x+y \geq 1 \\ x \leq 1 \end{cases}$, 则 $\frac{y-1}{x+1}$ 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
C. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ D. $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

4. “ $a > 2$ ”是“函数 $f(x) = (x-a)e^x$ 在 $(0, +\infty)$ 上有极值”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 若如图所示的程序框图输出的 S 是 126, 则条件①可为（ ）



- A. $n \leq 5?$ B. $n \leq 6?$ C. $n \leq 7?$ D. $n \leq 8?$

6. 某几何体的三视图如上图所示, 则该几何体的体积为（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: kx - y + 4k = 0$ 与曲线 $y = \sqrt{9-x^2}$ 交于 A, B

两点, 且 $|AB| = 2$, 则 $k =$ （ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

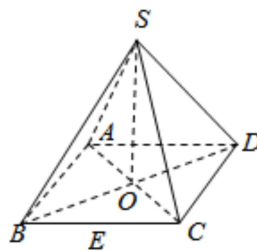
8. 关于函数 $f(x) = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$) 有如下命题, 其中正确的个数有 ()

- ① $y = f(x)$ 的表达式可改写为 $f(x) = 4\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$)
 ② $y = f(x)$ 是以 2π 为最小正周期的周期函数;
 ③ $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称;
 ④ $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称.

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$, AC 与 BD 的交点为 O , $SO \perp$ 平面 $ABCD$ 且 $SO = \sqrt{2}$, E 是边 BC 的中点, 动点 P 在四棱锥表面上运动, 并且总保持 $PE \perp AC$, 则动点 P 的轨迹的周长为 ()

- A. $\sqrt{}$ B. $2\sqrt{3}$
 C. $1 + \sqrt{2}$ D. $1 + \sqrt{3}$



10. 已知定义域为 $\mathbb{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 的周期为 2, 且 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$. 若函数 $F(x) = f(x) - \sin \frac{\pi}{2} x$ 在区间 $[-3, m]$ ($m \in \mathbb{Z}$ 且 $m > -3$) 上至少有 5 个零点, 则 m 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

11. 过抛物线 $E: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点 F 作两条互相垂直的弦 AB , CD , 设 P 为抛物线上的一动点, $Q(1, 2)$, 若 $\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|} = \frac{1}{4}$, 则 $|PF| + |PQ|$ 的最小值是 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

12. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$, 其导函数为 $f'(x)$, 若 $f(x) = f(-x) - 2\sin x$, 且当 $x \geq 0$ 时, $f'(x) + \cos x < 0$ 则不等式 $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) > f(x) + \sin x - \cos x$ 的解集为 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, +\infty\right)$ C. $\left(-\infty, -\frac{\pi}{4}\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{4}, +\infty\right)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卷的横线上。)

13. 某个年级有男生 780 人, 女生 420 人, 用分层抽样的方法从该年级全体学生中抽取一个容量为 20 的样本, 则此样本中女生人数为_____.

14. 已知 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1, \vec{a} - \vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 垂直, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

15. 已知集合 $\{a, b, c\} = \{0, 1, 2\}$, 有下列三个关系① $a \neq 2$; ② $b = 2$; ③ $c \neq 0$, 若三个关系中有且只有一个正确的, 则 $a + 2b + 3c =$ _____.

16. 设 a, b 是正实数, 函数 $f(x) = x \ln x$, $g(x) = -\frac{b}{3} + x \ln a$. 若存在 $x_0 \in \left[\frac{a}{3}, b\right]$,

使 $f(x_0) \leq g(x_0)$ 成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围为_____.

三、解答题(共 70 分, 22 与 23 题二选一, 各 10 分, 其余大题均为 12 分)

17. (本题 12 分) 已知向量 $\vec{m} = (\sin A, \sin B)$, $\vec{n} = (\cos B, \cos A)$, $\vec{m} \cdot \vec{n} = \sin 2C$,

且 A、B、C 分别为 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 所对的角.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\sin A, \sin C, \sin B$ 成等差数列, 且 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 18$, 求 c 边的长.

18. (本题 12 分) 某企业的甲、乙两种产品在东部地区三个城市以及西部地区两个城市的销售量 x, y 的数据如下:

	东部城市 A	东部城市 B	东部城市 C	西部城市 D	西部城市 E
x	40	50	60	20	30
y	110	180	210	30	70

(1) 已知销售量 x 和销售量 y 大致满足线性相关关系, 求出 y 关于 x 的线性回归方程

$\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2) 根据上述数据计算是否有 99% 的把握认为东、西部的地区差异与甲、乙两种产品的销售量相关.

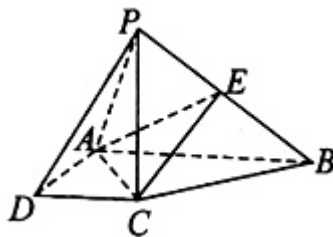
参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中

$n = a + b + c + d$. 临界值表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.01	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.076	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本题 12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是直角梯形,

$AB \perp AD, AB \parallel CD, PC \perp$ 底面 $ABCD, AB = 2AD = 2CD = 4, PC = 4, E$ 是 PB 的中点.



(1) 求证: 平面 $EAC \perp$ 平面 PBC ;

(2) 求点 P 到平面 AEC 的距离.

20. (本题 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点为 F_1, F_2 , 焦距为

$2\sqrt{2}$, 直线 $l: y = x - 1$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, $P\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$ 为弦 AB 的中点.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 相交于不同的两点 M, N , Q 为直线 l 与 y 轴交点,

若 $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON} = 3\overrightarrow{OQ}$ (O 为坐标原点), 求 m 的取值范围.

21. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}ax^3 (a > 0)$, 函数

$g(x) = f(x) + e^x(x-1)$, 函数 $g(x)$ 的导函数为 $g'(x)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $a = e$, ①求函数 $g(x)$ 的单调区间;

②求证: $x > 0$ 时, 不等式 $g'(x) \geq 1 + \ln x$ 恒成立.

22. (本题 10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为

参数). 在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 直线 l 的极坐标方程为

$$\rho \sin\left(\theta - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(I) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(II) 设点 $P(2, -3)$, 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|PA| \cdot |PB|$ 的值.

23. (本题 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

(I) 求函数 $f(x) = \frac{|3x+2| - |1-2x|}{|x+3|}$ 的最大值 M .

(II) 若实数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 \leq c \leq M$, 证明: $2(a+b+c) + 1 \geq 0$, 并说明取等条件.