

2021 届南宁市普通高中毕业班摸底测试

文科数学

(考试时间:120 分钟 满分:150 分)

注意事项:

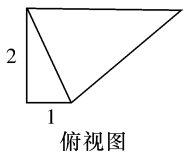
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 11\}$, 集合 $A = \{0, 4, 6, 8, 9, 10\}$, $B = \{x | 3 < x < 15\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 中元素的个数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 复数 $\frac{2+i}{1-i}$ 的虚部是
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}i$ C. $\frac{3}{2}i$ D. $\frac{3}{2}$
3. 一组数据的平均数为 m , 方差为 n , 将这组数据的每个数都乘以 a ($a > 0$) 得到一组新数据, 则下列说法正确的是
A. 这组新数据的平均数为 m B. 这组新数据的平均数为 $a+m$
C. 这组新数据的方差为 an D. 这组新数据的标准差为 $a\sqrt{n}$
4. 射线测厚技术原理公式为 $I = I_0 e^{-\rho\mu t}$, 其中 I_0, I 分别为射线穿过被测物前后的强度, e 是自然对数的底数, t 为被测物厚度, ρ 为被测物的密度, μ 是被测物对射线的吸收系数. 工业上通常用镅 ^{241}Am 低能 γ 射线测量钢板的厚度. 若这种射线对钢板的半价层厚度为 0.8 (单位: cm), 钢的密度为 7.6 (单位: g/cm^3), 则这种射线的吸收系数为
(注: 半价层厚度是指将已知射线强度减弱为一半的某种物质厚度, $\ln 2 \approx 0.6931$, 结果精确到 0.001)
A. 0.110 B. 0.112 C. 0.114 D. 0.116
5. 当 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = (\quad)$ 时, $\sin \theta + \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. 在平面内, $|AB| = 2a$ (a 为常数, 且 $a > 1$), 动点 C 满足: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$, 则点 C 的轨迹为
A. 圆 B. 椭圆 C. 抛物线 D. 直线

9. 一个几何体的直观图与正视图、俯视图如图所示, 则它的体积为



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

16. 已知球在底面半径为 1、高为 $2\sqrt{2}$ 的圆锥内, 则该圆锥内半径最大的球的体积为 _____.

三、解答题:本大题共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

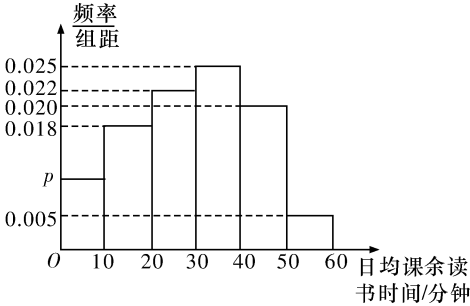
17. (本小题满分 12 分)

设正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 3, a_3 - a_2 = 2$.

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)记 $b_n = 4 - \log_2 a_n, S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和,求使得 $S_n \geq b_n$ 的 n 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

某地区为了解学生课余时间的读书情况,随机抽取了 n 名学生进行调查,将调查得到的学生日均课余读书时间分成 $[0, 10), [10, 20), [20, 30), [30, 40), [40, 50), [50, 60]$ 六组,绘制成如图所示的频率分布直方图,将日均课余读书时间不低于 40 分钟的学生称为“读书之星”,日均课余读书时间低于 40 分钟的学生称为“非读书之星”. 已知抽取的样本中日均课余读书时间低于 10 分钟的有 10 人.



- (1)求 p 和 n 的值;
- (2)根据已知条件和下面表中两个数据完成下面的 2×2 列联表,并判断是否有 95% 以上的把握认为“读书之星”与性别有关?

	非读书之星	读书之星	总计
男			
女		10	55
总计			

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

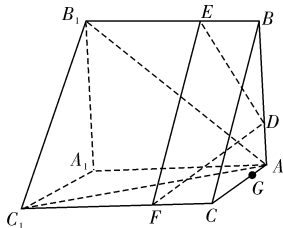
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,点 E, F 在侧棱 BB_1, CC_1 上,且 $B_1E=2EB, C_1F=2FC$,点 D, G 在棱 AB, AC 上,且 $BD=2DA, CG=2GA$.

(1)证明: 点 G 在平面 EFD 内;

(2)若 $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=1$, $AA_1=2$,求直线 DF 与平面 ABC 所成角的正切值.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2x^3-ax^2+a$.

(1) 当 $a > 0$ 时求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个零点,求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 若 M 是椭圆上的一个点, 且 $|MF_1| + |MF_2| = 4\sqrt{2}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2) 已知点 $P(2, y_0)$ 是椭圆 C 上位于第一象限内一点, 直线 l 平行于 OP (O 为原点) 交椭圆 C 于 A, B 两点, 点 D 是线段 AB 上 (异于端点) 的一点, 延长 PD 至点 Q , 使得 $3\overrightarrow{PD} = \overrightarrow{DQ}$, 求四边形 $PAQB$ 面积的最大值.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程:

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为: $\begin{cases} x = -1 + 2\cos \alpha \\ y = -\sqrt{3} + 2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 曲线 C_1 与坐标轴交于 (异于坐标原点 O) 两点 M, N .

(1)求线段 MN 的长度;

(2) 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知点 M, N 关于直线 l 对称, 求直线 l 的极坐标方程.

23. (本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲:

已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+a|$, $g(x)=x+3$.

(1) 当 $a = -2$ 时, 求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集;

(2) 设 $a > -1$, 且当 $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 时, $f(x) \leq g(x)$, 求 a 的取值范围.