

巴蜀中学 2021 届高考适应性月考卷 (八)

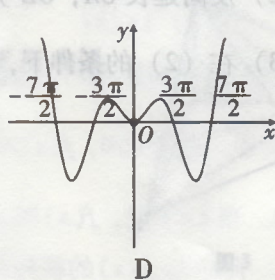
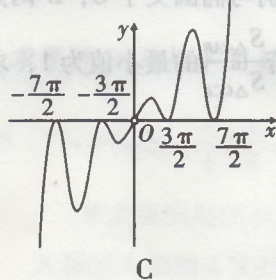
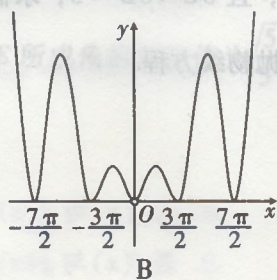
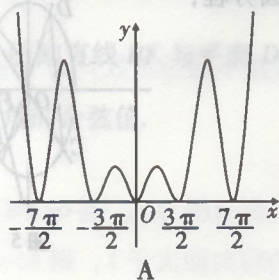
数 学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. “ $x \in \{x \mid \log_3(2-x) \leq 1\}$ ” 是 “ $x \in \{x \mid |x-1| \leq 1\}$ ” 的 () 条件.
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充分必要 D. 既不充分也不必要
2. 已知复数 z 在复平面内对应的点都在射线 $y=3x(x>0)$ 上, 且 $|z|=\sqrt{10}$, 则 z 的虚部为
A. 3 B. $3i$ C. ± 3 D. $\pm 3i$
3. “垃圾分类” 已成为当下最热议的话题, 我们每个公民都应该认真履行, 逐步养成 “减量、循环、自觉、自治” 的行为规范, 某小区设置了 “可回收垃圾”、“不可回收垃圾”、“厨余垃圾”、“其他垃圾” 四种垃圾桶. 一天, 小区住户李四提着属于 4 个不同种类垃圾桶的 4 袋垃圾进行投放, 发现每个桶只能再投一袋垃圾就满了, 作为一个意识不到位份子, 李四随机把 4 袋垃圾投放到了 4 个桶中, 则有且仅有一袋垃圾投放正确的概率为
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
4. 已知直线 $3x+4y-10=0$ 与圆 $C: x^2+y^2-2x+4y-20=0$ 相交于 A, B 两点, 点 P 在圆 C 上, 且满足 $S_{\triangle PAB}=4$, 则满足条件的 P 点个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 已知在边长为 3 的等边 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, 则 $\overrightarrow{CP}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影为
A. $\frac{15}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{15}{2}$
6. 函数 $f(x)=10^{|x|}+x\sin x$ 的大致图象为



7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, PA, PB, PC 两两垂直, $PA=3, PB=4, PC=5$, 点 E 为线段 PC 的中点, 过点 E 作该三棱锥外接球的截面, 则所得截面圆的面积不可能为

A. 6π B. 8π
C. 10π D. 12π

8. 函数 $f(x) = A\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($A>0, \omega>0$) 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调, 且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = f\left(\frac{\pi}{12}\right)$, 若 $f(x)$ 在 $[0, t)$ 上存在最大值和最小值, 则实数 t 的取值范围为

A. $\left[\frac{2}{3}\pi, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{2}{3}\pi, +\infty\right)$
C. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ D. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{2\pi}{3}, +\infty\right)$

二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项是符合题目要求的. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分)

9. 2020 年 12 月 31 日, 我国第一支新冠疫苗“国药集团中国生物新冠灭活疫苗”获得国家药监局批准附条件上市, 保护率为 79.34%, 中和抗体阳转率为 99.52%, 该疫苗将面向全民免费. 所谓疫苗的保护率, 是通过把人群分成两部分, 一部分称为对照组, 即注射安慰剂; 另一部分称为疫苗组, 即注射疫苗来进行的. 当从对照组和疫苗组分别获得发病率后, 就可以计算出疫苗的保护率 = (对照组发病率 - 疫苗组发病率) / 对照组发病率 $\times 100\%$. 关于注射疫苗, 下列说法正确的是

A. 只要注射了新冠疫苗, 就一定会不会感染新冠肺炎
B. 新冠疫苗的高度阳转率, 使得新冠肺炎重症感染的风险大大降低
C. 若对照组 10000 人, 发病 100 人; 疫苗组 20000 人, 发病 80 人, 则保护率为 60%
D. 若某疫苗的保护率为 80%, 对照组发病率为 50%, 那么在 10000 个人注射了该疫苗后, 一定有 1000 个人发病

10. 如图 1, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P, Q 分别是棱 BB_1, DD_1 上异于端点的两个动点, 且 $DQ=BP$, 则下列说法正确的是

A. 三棱锥 $D-APQ$ 的体积为定值
B. 对于任意位置的点 P , 平面 APQ 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的交线均为平行关系
C. $\angle PAQ$ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$
D. 对于任意位置的点 P , 均有平面 $APQ \perp$ 平面 A_1C_1CA

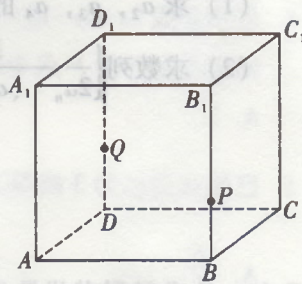


图 1

11. 已知非零实数 a, b 满足 $3^a = 2^b$, 则下列不等关系中正确的是

A. $a < b$ B. 若 $a < 0$, 则 $b < a < 0$
C. $\frac{|a|}{1+|a|} < \frac{|b|}{1+|b|}$ D. 若 $0 < a < \log_3 2$, 则 $a^b < b^a$

12. 给定两个函数 $f(x)$ 与 $g(x)$, 若实数 m, n 满足 $g(m) = f(n)$, 则称 $|n-m|$ 的最小值为函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的横向距. 已知 $k>0, f(x) = \ln \frac{x}{k} + \frac{1}{k}, g(x) = e^{x-k}$, 则

A. 当 $k=1$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的横向距为 0
B. 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的横向距为 0, 则 $0 < k \leq 1$
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的横向距随着 k 的增大而增大
D. 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的横向距大于 1, 则 $k > e$

三、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填写在答题卡相应位置上)

13. 在 $x(1+x)^5$ 的展开式中, 含 x^3 项的系数为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 若 $a_2 a_7 a_{12} = 3\sqrt{3}$, $b_1 + b_7 + b_{13} = 6\pi$,

则 $\tan \frac{b_2 + b_{12}}{a_3 a_{11}} =$ _____.

15. 如图2, 为测量 C 点到河对岸塔顶 A 的距离, 选取一测量点 D , 现测得 $\angle BCD = 75^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$, $CD = 40\text{m}$, 并在点 C 处测得塔顶 A 的仰角为 30° , 则 CA 的距离为_____m.

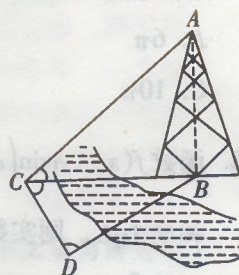


图2

16. 已知点 P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 右支上一点, F_1, F_2 为双曲线的左、右焦点, 点 D 为线段 PF_1 上一点, $\angle F_1PF_2$ 的角平分线与线段 F_2D 交于点 M , 且满足 $\overrightarrow{PM} = \frac{4}{7}\overrightarrow{PD} + \frac{3}{7}\overrightarrow{PF_2}$, 则 $\frac{|DM|}{|MF_2|} =$ _____;

若 D 为线段 PF_1 的中点且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 则双曲线 C 的离心率为_____.

(第一空2分, 第二空3分)

四、解答题 (共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分10分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 R , 已知_____, 在以下三个条件中任选一个条件填入横线上, 完成问题 (1) 和 (2):

① $\frac{\cos C}{ac} + \frac{\cos B}{ab} = \frac{2\cos B}{bc}$, ② $R\sin A + b\cos A = c$, ③ $a + c - b(\sqrt{3}\sin C + \cos C) = 0$.

问题: (1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $R = 2$, 求 $a + c$ 的最大值.

18. (本小题满分12分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 2$, $(S_{n+1} - S_n) \cdot a_n = 4S_n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 求 a_2, a_3, a_4 的值, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{ \frac{1}{2a_n \cdot (a_n - n + 1)} \right\}$ 的前 n 项和公式 T_n .

19. (本小题满分12分)

如图3, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 与 $ABEF$ 均为直角梯形, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $ABEF$, $AD \parallel BC$, $AF \parallel BE$, $AD \perp AB$, $AB \perp AF$, $AD = AB = 2BC = 2BE = 2$.

(1) 已知点 G 为 AF 上一点, 且 $AG = 1$, 求证: $BG \parallel$ 平面 DCE ;

(2) 已知直线 BF 与平面 DCE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求平面 DCE 与平面 BDF 所成锐二面角的余弦值.

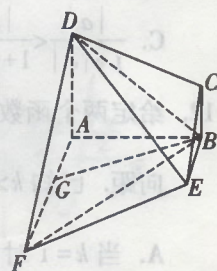


图3

20. (本小题满分 12 分)

在“十三五”期间,我国的扶贫工作进入了“精准扶贫”阶段.到 2020 年底,全国 830 个贫困县全部脱贫摘帽,最后 4335 万贫困人口全部脱贫,这是我国脱贫攻坚史上的一大壮举.重庆市奉节县作为国家贫困县之一,于 2019 年 4 月顺利脱贫摘帽.因地制宜发展特色产业,是奉节脱贫攻坚的重要抓手.奉节县规划发展了以高山烟叶、药材、反季节蔬菜;中山油橄榄、养殖;低山脐橙等为主的产业格局,各类特色农产品已经成为了当地村民的摇钱树.尤其是奉节脐橙,因“果皮中厚、脆而易剥,肉质细嫩化渣、无核少络,酸甜适度,汁多爽口,余味清香”而闻名.为了防止返贫,巩固脱贫攻坚成果,各职能部门对脐橙种植、销售、运输、改良等各方面给予大力支持.已知脐橙分类标准:果径 80~85mm 为一级果,果径 75~80mm 为二级果,果径 70~75mm 或 85mm 以上为三级果.某农产品研究所从种植园采摘的大量奉节脐橙中随机抽取 1000 个,测量这些脐橙的果径(单位: mm),得到如图 4 所示的频率分布直方图.

- (1) 试估计这 1000 个奉节脐橙的果径的中位数;
- (2) 在这 1000 个脐橙中,按分层抽样的方法在果径 70~85mm 中抽出 9 个脐橙,为进一步测量其他指标,在抽取的 9 个脐橙中再抽出 3 个,求抽到的一级果个数 X 的分布列与数学期望;
- (3) 以样本估计总体,用频率代替概率,某顾客从种植园的这批脐橙中随机购买 100 个,其中一级果的个数为 Y ,记一级果的个数为 k 的概率为 $P(Y=k)$,写出 $P(Y=k)$ 的表达式,并求出当 k 为何值时, $P(Y=k)$ 最大?

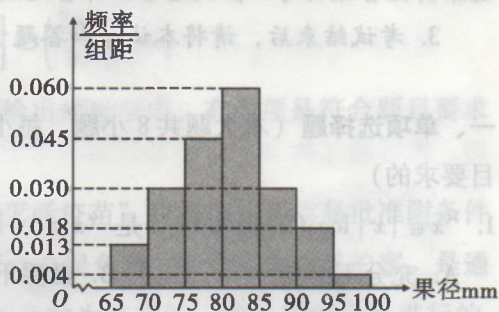


图 4

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - a\left(x + \frac{x}{x+1}\right)$, $a \geq \frac{1}{2}$.

- (1) 当 $x > 0$ 时, 求证: $f(x) < 0$;
- (2) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_n = \frac{1}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$, 求证: $S_{2n} - S_n + \frac{a_n}{4} > \ln 2$.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆方程 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 抛物线方程: $y^2 = 2px (p > 0)$, O 为坐标原点, F 是抛物线的焦点, 过 F 的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 如图 5 所示.

- (1) 证明: 直线 OA, OB 的斜率乘积为定值, 并求出该定值;
- (2) 反向延长 OA, OB 分别与椭圆交于 C, D 两点, 且 $OC^2 + OD^2 = 5$, 求椭圆方程;
- (3) 在 (2) 的条件下, 若 $\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OCD}}$ 的最小值为 1, 求抛物线方程.

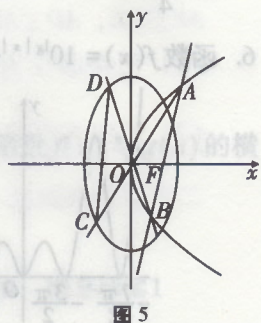


图 5