巴蜀中学2021届高考适应性月考卷（九）

数学参考答案

一、**单项选择题**（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	C	B	A	B	C

【解析】

1．由题意，$M=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$，$N=\{-2,\ 2\}$，则$\complement_M N=\{-1,\ 0,\ 1\}$，故选B．

2．设$z=a+b\mathrm{i}$，则$\overline{z}=a-b\mathrm{i}$，由题意，$-2a+4b\mathrm{i}=1+2\mathrm{i}$，则$a=-\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{1}{2}$，所以$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故选A．

3．由题意，直线m，n可以平行（直二面角时），可以相交，也可以异面，故选D．

4．甲、乙、丙三人被系统随机地预约到A, B, C三家医院接种新冠疫苗的情况有$\mathrm{A}_3^3=6$种，$P=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$，故选C．

5．设切点$P(x_0,\ \ln x_0)(x_0>0)$，由$y'=\dfrac{1}{x}$得曲线在点P处的切线l方程为$y-\ln x_0=\dfrac{1}{x_0}(x-x_0)$，$l$过$(0,\ 0)$，则$-\ln x_0=\dfrac{1}{x_0}(-x_0)$，解得$x_0=\mathrm{e}$，所以$P(\mathrm{e},\ 1)$，故选B．

6．由$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$且$\alpha$是第三象限角得$\tan\alpha=\sqrt{2}$，$\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$\cos\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，因此$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，故选A．

7．由题意知组距为10，共6组，由六个矩形面积之和为1，求得速度在[50，60]内的频率为0.05，因此平均速度为$5\times0.1+15\times0.15+25\times0.2+35\times0.3+45\times0.2+55\times0.05=30$（km/h），根据表格拥堵等级为3，故选B．

8．易知该圆的半径$r=\sqrt{3}$，圆心$C(\cos\theta,\ \sin\theta)$在单位圆上，因为原点$O$到直线$y=\sqrt{3}x-1$的距离为$\dfrac{1}{2}$，则点$C$到直线$y=\sqrt{3}x-1$的距离$d$的最大值为$\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{2}$，由$AB=2\sqrt{r^2-d^2}$可知，当$d$取最大值$\dfrac{3}{2}$时，线段$AB$长度的最小值为$\sqrt{3}$，故选C．

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分）

题号	9	10	11	12
答案	ABD	BD	BD	BD

【解析】

9．$2^a+2^b\geqslant 2\sqrt{2^a\cdot 2^b}=2\sqrt{2^{a+b}}=2\sqrt{2}$，A 正确；$a^2+b^2<a^2+b^2+2ab=(a+b)^2=1$，B 正确；$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{ab}\geqslant\frac{1}{\frac{(a+b)^2}{4}}=4$，C 错误；$a+\frac{1}{a}\geqslant 2\sqrt{a\cdot\frac{1}{a}}=2$，虽然不能取等，但不等式成立，D 正确，故选 ABD.

10．函数 $f(x)$ 是 $(-\infty，0]$ 和 $(0，+\infty)$ 上的单调递增函数，但是 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=-\infty$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上不单调，A 错误；当 $a\geqslant 0$ 时，$f(a^2+1)\geqslant f(1)=0$，$f(-a)\leqslant f(0)=0$，$f(a^2+1)\geqslant f(-a)$；当 $a<0$ 时，$a^2+1>-a>0$，由函数 $f(x)$ 在 $(0，+\infty)$ 上单调递增知 $f(a^2+1)>f(-a)$；B 正确；令 $x_1=0，x_2=1，f(x_1)=f(x_2)，且 x_1+x_2>0$，C 错误；当 $x=0$ 时，$f(x)-f(-x)=0$；当 $x>0$ 时，$g(x)=f(x)-f(-x)=\log_2 x-2^{-x}+1$ 在 $(0，+\infty)$ 上单调递增，$g\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}<0$，$g(1)=\frac{1}{2}>0$，故存在 1 个解；同理知 $x<0$ 时也存在 1 个解；故方程 $f(x)-f(-x)=0$ 共有 3 个解，D 正确，故选 BD.

11．令 $n=1$，知 $a_2=S_1+1=a_1+1$，结合 $a_1+a_2=2$，知 $a_1=\frac{1}{2}，a_2=\frac{3}{2}，a_{n+1}=S_n+1\Rightarrow a_n=S_{n-1}+1\Rightarrow a_{n+1}-a_n=a_n(n\geqslant 2)$，但 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_2=\frac{3}{2}$，$\frac{a_2}{a_1}=3\neq 2$，

故 $a_n=\begin{cases}\frac{1}{2}，n=1,\\ \frac{3}{2}\cdot 2^{n-2}=3\cdot 2^{n-3}，n\geqslant 2,\end{cases}$ $S_n=\frac{\frac{3}{2}(1-2^{n-1})}{1-2}+\frac{1}{2}=3\times 2^{n-2}-1$，$S_6=3\times 16-1=47$，

故 A 错误，B 正确；$\frac{a_1}{S_1}=1$，$n\geqslant 2$ 时，$\frac{a_n}{S_n}=\frac{3\times 2^{n-3}}{3\times 2^{n-1}-1}=\frac{3}{12-\frac{1}{2^{n-3}}}\in\left(\frac{1}{4},\frac{3}{10}\right]$，所以 $\frac{a_n}{S_n}$ 无最小值，有最大值，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=2+\frac{\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}<\frac{10}{3}$，故选 BD.

12．记内切圆与 PQ 相切于 N，与 F_1Q 相切于 K，则 $PM=PN, QK+QN$；故 $F_1P+F_1Q-PQ=F_1M+F_1K+PM+QK-PN-QN=F_1M+F_1K=2F_1M=4a$，A 不正确；由以 F_1Q 为直径的圆过点 P，知 $PF_1\perp PQ$；若双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$，则 $a=2, b=\sqrt{6}, c=\sqrt{10}$；设 $PF_1=x, QF_2=y$，则 $PF_2=x-4, QF_1=y+4$，故 $x^2+(x-4)^2=(2\sqrt{10})^2=40\Rightarrow x=6$，$6^2+(2+y)^2=(4+y)^2\Rightarrow y=6$；故$\triangle PF_1Q$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 6\times(2+6)=24$，B 正确；若 $e=\sqrt{5}$，则 $\frac{b}{a}=2$，故渐近线为 $y=\pm 2x$，设 $PF_1=y, PF_2=x$，

由 $\begin{cases} y-x=2a, \\ y^2+x^2=4c^2, \\ \frac{c}{a}=\sqrt{5}, \end{cases}$ 得 $y=2x$，则 $k=\pm 2$，此时直线不可能与右支交于两点，故 C 不正确；

若 $3PF_2=QF_2$，设 $PF_2=x, QF_2=3x$，则 $PF_1=x+2a, QF_1=3x+2a$，故 $(x+2a)^2+(4x)^2$ $=(3x+2a)^2\Rightarrow x=a$，故 $(a+2a)^2+a^2=(2c)^2\Rightarrow e=\frac{\sqrt{10}}{2}$，D 正确，故选 BD.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	120°	$\left[\frac{1}{2}, 2\right]$	$\frac{9}{2}\pi$	$2, \sqrt{3}$

【解析】

13．$|\vec{a}^2|-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}^2|=3(|\vec{a}^2|+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}^2|)$，则 $-8\vec{a}\cdot\vec{b}=2|\vec{a}^2|+2|\vec{b}^2|-8|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\theta=2|\vec{a}^2|$ $+2|\vec{b}^2|$，由于 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，因此 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$，则 $\theta=120°$．

14．由椭圆性质可知，当 A, B 分别为椭圆的顶点时，$\frac{AF}{BF}$ 取最值．当 A 为椭圆的右顶点时，AF 最小，此时 $AF=3-1=2$，此时 B 恰为椭圆的左顶点，BF 最大，此时 $BF=3+1=4$，此时 $\frac{|AF|}{|BF|}$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$，同理可得 $\frac{|AF|}{|BF|}$ 的最大值为 2，即 $\frac{|AF|}{|BF|}$ 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

15．设题中的正四面体为 $ABCD$，将它放置于正方体内，如图 1 所示，此时可得该正方体的内切球恰好与正四面体的六条棱都相切．设正方体棱长为 x，则 $\sqrt{2}x=3$，解得 $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，因此正方体的内切球直径 $2r=x$，得 $r=\frac{x}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，因此正方体内切球的表面积 $S=4\pi r^2=\frac{9\pi}{2}$．

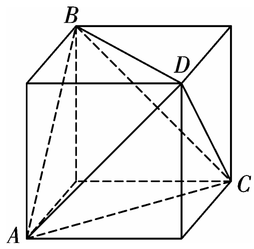

图 1

16．由正弦定理得 $2\sin B\cos C+2\sin C\cos B=a\sin A$，$2\sin A=a\sin A$，因此 $a=2$，$4\sqrt{3}S=4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}bc\sin A=b^2+c^2+a^2$，因此 $2\sqrt{3}bc\sin A=b^2+c^2+b^2+c^2$ $-2bc\cos A$，即 $\sqrt{3}\sin A+\cos A=\frac{b^2+c^2}{bc}=\frac{c}{b}+\frac{b}{c}$，由于 $\sqrt{3}\sin A+\cos A=2\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 2$，$\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\geqslant 2$，当且仅当 $A=\frac{\pi}{3}$，$b=c$ 时等式成立，因此 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=4$，解得 $b=c=2$，$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$．

四、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 10 分）

解：（1）选①：

当 $n=1$，$a_1=3$，

当 $n\geqslant 2$，$a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-2}a_{n-1}=(n-1)\cdot 3^{n-1}$，

作差有 $3^{n-1}a_n=(2n+1)\cdot 3^{n-1}$，则 $a_n=2n+1$，

又 $a_1=2+1=3$，符合，

所以 $a_n=2n+1$．……………………………………………………………………（5 分）

选②：

$c_1+c_2+\cdots+c_n=\left(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}\right)+\left(\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\right)=\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{2n+3}-\frac{1}{3}$，

又 $a_1=3$，所以 $a_{n+1}=2n+3$，

所以 $a_n=2n+1$．……………………………………………………………………（5 分）

选③：

当 $n=1$，$a_1=3$，

$n \geqslant 2$，$S_{n-1}=\dfrac{(a_{n-1}+1)^2}{4}-1(n\in \mathbf{N}_+)$，

作差：$a_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{(a_n+1)^2}{4}-\dfrac{(a_{n-1}+1)^2}{4}$，

$4a_n=a_n^2+2a_n+1-a_{n-1}^2-2a_{n-1}-1$，

所以 $(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-2)=0$，$a_n>0$，有 $a_n-a_{n-1}=2$，

故数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，$a_1=3$，$d=2$，

所以 $a_n=2n+1$．……………………………………………………………………（5 分）

（2）$b_n=2^n$，$a_{b_n}=2b_n+1=2^{n+1}+1$，易知 $\{a_{b_n}\}$ 为单调递增数列，

又 $2^{10}=1024<2021$，$2^{11}=2048>2021$，

所以 $n+1\leqslant 10$，$n\leqslant 9$，$n\in \mathbf{N}^*$，所以有 9 项符合．……………………………（10 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）$f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x+a+1=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+a+1$，

……………………………………………………………………………………………（3 分）

当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，$x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[\dfrac{1}{2},1\right]$，

则 $f(x)_{\min}=1+a+1=0$，则$a=-2$．……………………………………………………（6 分）

（2）$f(x)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)-1$，则 $g(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)-1$，

令 $g(x)=0$，则 $\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$，

令 $t=\omega x+\dfrac{\pi}{6}$，则 $\sin t=\dfrac{1}{2}$，当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，$t\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\omega+\dfrac{\pi}{6}\right]$，

……………………………………………………………………………………………（8 分）

则问题转化为 $y=\sin t$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\omega+\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上有且仅有 2 个 t，使得 $\sin t=\dfrac{1}{2}$，求 ω 的取值范围．作出 $y=\sin t$ 和 $y=\dfrac{1}{2}$ 的图象，如图 2，观察交点个数，

由题意列不等式：$\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}\omega+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{13\pi}{6}$，

解得 $\dfrac{4}{3}\leqslant\omega<4$．…………………（12 分）

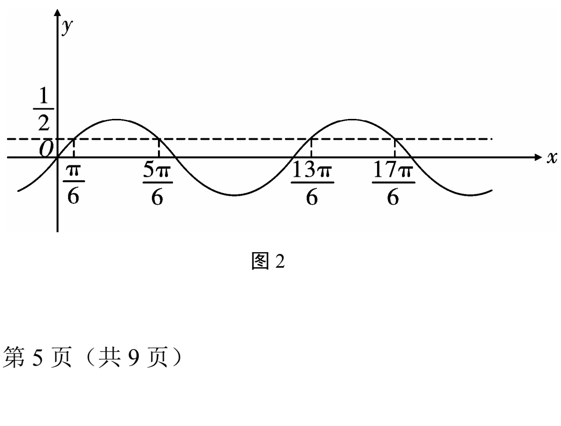

图 2

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题，$2+\frac{p}{2}=\frac{5}{2}$，则 $p=1$，

$\therefore x^2=2y$. ………………………………………………………………………………（4 分）

（2）$\because M(x_0,\ 2)$ 在抛物线 C 上，且 $x_0>0$，$\therefore x_0^2=4$，$x_0=2$，

设 $A(2x_1,\ 2x_1^2)$，$B(2x_2,\ 2x_2^2)$，

则直线 AM 的方程为 $y-2=\frac{2x_1^2-2}{2x_1-2}(x-2)$，即 $y=(x_1+1)x-2x_1$，

………………………………………………………………………………………………（8 分）

同理直线 BM 的方程为 $y=(x_2+1)x-2x_2$，

由 AP，BQ 分别垂直于 x 轴，得点 $P(2x_1,\ 2(x_1x_2+x_1-x_2))$，$Q(2x_2,\ 2(x_1x_2-x_1+x_2))$，

………………………………………………………………………………………………（10 分）

则直线 PQ 的斜率 $k=\frac{4(x_1-x_2)}{2(x_1-x_2)}=2$.……………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）茎叶图如图 3，

甲	茎	乙
5 6 7	11	7
2	12	0 3 5 8
2 1 9	13	2 8 3
5 3 0	14	3 1

图 3

$$\overline{x}_{甲}=\frac{11\times3+12\times1+13\times3+14\times3+0.1\times1+0.2\times2+0.3\times1+0.5\times2+0.6\times1+0.7\times1+0.9\times1}{10}$$

$=13.0$，

$$\overline{x}_{乙}=\frac{11\times1+12\times4+13\times3+14\times2+0.1\times1+0.2\times1+0.3\times3+0.5\times1+0.7\times1+0.8\times2}{10}=13.0，$$

从统计图中可以看出，甲、乙的平均水平是一样的；乙的成绩较为集中，差异程度较小，所以乙的成绩更稳定.

(若学生从中位数分析也同样给分，甲的中位数为 $\frac{13.1+13.2}{2}=13.15$，乙的中位数为 $\frac{12.8+13.2}{2}=13.0$.)……………………………………………………………（6 分）

（2）由茎叶图可计算：$P(\xi=0)=\dfrac{3}{C_{10}^{1}C_{10}^{1}}=\dfrac{3}{100}$；

$P(\xi=-1)=\dfrac{10+10+9+8+5+4+2+2}{C_{10}^{1}C_{10}^{1}}=\dfrac{50}{100}=\dfrac{1}{2}$；

$P(\xi=1)=1-\dfrac{50}{100}-\dfrac{3}{100}=\dfrac{47}{100}$,

ξ 的分布列为：

ξ	-1	0	1
P	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{100}$	$\dfrac{47}{100}$

$E(\xi)=-1\times\dfrac{1}{2}+0+1\times\dfrac{46}{100}=-\dfrac{3}{100}$． ……………………………………………………（12 分）

21．（本小题满分 12 分）

（1）证明：如图 4，作 AC 的中点 M，连接 DM，BM，

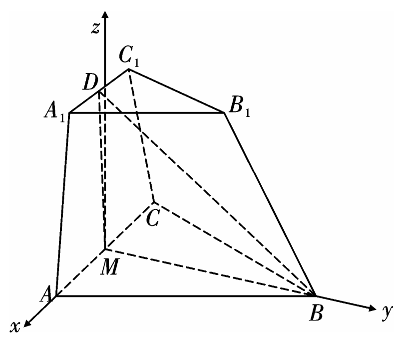

图 4

在等腰梯形 ACC_1A_1 中，D，M 为 A_1C_1，AC 的中点，

$\therefore AC\perp DM$， ………………………………（1 分）

在正△ABC 中，M 为 AC 的中点，

$\therefore AC\perp BM$， ……………………………（2 分）

$\because AC\perp DM$，$AC\perp BM$，$DM\cap BM=M$，

DM，$BM\subset$ 平面 BDM，

$\therefore AC\perp$ 平面BDM，

又 $BD\subset$ 平面BDM，$\therefore AC\perp BD$． ……………………………………………………………………（5 分）

（2）解：$\because AC\perp$ 平面BDM，

在平面 BDM 内作 $Mz\perp BM$，以 M 为坐标原点，以 $\overrightarrow{MA}$，$\overrightarrow{MB}$，$\overrightarrow{Mz}$ 分别为 x，y，z 轴正向，

如图建立空间直角坐标系，

$\because DM\perp AC$，$BM\perp AC$，$\therefore\angle DMB$ 为二面角 A_1-AC-B 的平面角，即 $\angle DMB=\theta$，

……………………………………………………………………………………………………（7 分）

$A(1,0,0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$，$C(-1,0,0)$，$D\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$，

$C_1\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$，$A_1\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$，

设平面 BB_1C_1C 的法向量为 $\vec{n}=(x, y, z)$，$\overrightarrow{CB}=(1, \sqrt{3}, 0)$，$\overrightarrow{CC_1}=\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$，

则有 $\begin{cases}\overrightarrow{CB}\cdot\vec{n}=0,\\ \overrightarrow{CC_1}\cdot\vec{n}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+\sqrt{3}y=0,\\ \frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\cdot y+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\cdot z=0\end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left(-\sqrt{3}, 1, \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)$，

又 $\overrightarrow{AA_1}=\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$，

$\therefore \sin\alpha=|\cos\langle\overrightarrow{AA_1}, \vec{n}\rangle|=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4+\frac{1-2\cos\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+\frac{2}{1+\cos\theta}}}$，

$\because \theta\in\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$，$\therefore \cos\theta\in\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$，

$\therefore \sin\alpha\in\left[\frac{\sqrt{21}}{7}, \frac{3\sqrt{13}}{13}\right]$．……………………………………………………（12 分）

22．（本小题满分 12 分）

（1）证明：当 $x>0$ 时， $f(x)<0 \Leftarrow \frac{1}{e^x}<\frac{1}{x+1} \Leftarrow e^x>x+1$，

令 $h(x)=e^x-x-1$，则 $h'(x)=e^x-1>0$，

$\therefore h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，$\therefore h(x)>h(0)=0$，

$\therefore e^x>x+1$．……………………………………………………………………（5 分）

（2）解：由题 $g(x)-f(x)<0$，即 $\ln(x+1)-ax^2-2ax-e^{-x}+\frac{1}{x+1}<0$，

令 $F(x)=\ln(x+1)-ax^2-2ax-e^{-x}+\frac{1}{x+1}$，易知 $F(0)=0$，

且 $F'(x)=\frac{1}{x+1}-2ax-2a+e^{-x}-\frac{1}{(x+1)^2}$，

要满足题意，必有 $F'(0)\leqslant 0$，则 $1-2a\leqslant 0$，$\therefore a\geqslant\frac{1}{2}$，…………………………（7 分）

当 $a\geqslant\frac{1}{2}$ 时，

$$F(x)=\ln(x+1)-ax^2-2ax-e^{-x}+\frac{1}{x+1}<\ln(x+1)-e^{-x}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{2}(x^2+2x),$$

记 $\varphi(x)=\ln(x+1)-\mathrm{e}^{-x}+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{2}(x^2+2x)$， $x>0$,

$$\varphi'(x)=\frac{1}{x+1}+\mathrm{e}^{-x}-\frac{1}{(x+1)^2}-(x+1)<\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}-(x+1)$$

$$=\frac{(2x+1)-(x+1)^3}{(x+1)^2}<\frac{(2x+1)-(x+1)^2}{(x+1)^2}=\frac{-x^2}{(x+1)^2}<0,$$

$\therefore \varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，则 $\varphi(x)<\varphi(0)=0$，即当 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$F(x)<\varphi(x)<0$，满足题意.

综上：$a\geqslant\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………………（12 分）