



高三第一次质量监测 数 学

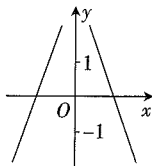
考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分.考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:集合,不等式,函数与导数,三角函数,解三角形,平面向量,复数,数列.

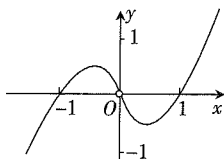
第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

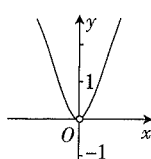
1. 集合 $M = \{x | y = \sqrt{5-x^2}\}$, $N = \{y \in \mathbf{N} | y = \sqrt{5-x^2}\}$ 则 $M \cap N =$
A. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq \sqrt{5}\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 已知复数 $z = \frac{2+3i}{2-3i}$, 则在复平面内,复数 $\bar{z}$ 所对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知向量 $a = (2, -1)$, $b = (-3, 2)$, $c = (1, m)$, 若 $(a+b) \perp c$, 则 $|c| =$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
4. 函数 $f(x) = (e^{2x} + e^{-2x}) \ln|x|$ 的部分图象大致为



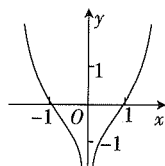
A



B



C



D

5. 已知正实数 a, b 满足 $a+b=2$, 则 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1}$ 的最大值为
A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 16
6. 若将函数 $f(x) = \cos(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($0 < \omega < 50$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后所得图象关于坐标原点对称, 则满足条件的 ω 的所有值的和 $M =$
A. 175 B. 225 C. 200 D. 250
7. 已知四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, P 为平面 $ABCD$ 内一点, 则 $(\vec{PA} + \vec{PB}) \cdot (\vec{PC} + \vec{PD})$ 的最小值为
A. -1 B. -2 C. -4 D. -6
8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x-1)$ 是奇函数, $f(x+1)$ 为偶函数, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{3^{x+1}-1}{3^x+1}$, 则以下各项中最小的是
A. $f(2018)$ B. $f(2019)$ C. $f(2020)$ D. $f(2021)$

考号

姓名

班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 3 分,有选错的得 0 分.

9. 下列命题为真命题的是

A. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

B. 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则 $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

C. 若 $a > b > 0$ 且 $c < 0$, 则 $\frac{c}{a^2} > \frac{c}{b^2}$

D. 若 $a > b$ 且 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $ab < 0$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$, 且 $f(\frac{\pi}{4} + x) = f(\frac{\pi}{4} - x)$, 则 φ 的值可以为

A. $-\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{3\pi}{4}$

D. $\frac{3\pi}{4}$

11. 已知复数 z 满足 $z^2 + 2|z| = 0$, 则 z 可能为

A. 0

B. -2

C. $2i$

D. $-2i$

12. 当 $x > 1$ 时, $(4k - 1 - \ln x)x < \ln x - x + 3$ 恒成立, 则整数 k 的取值可以是

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

第 II 卷

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡的相应位置.

13. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = 2, a_2 + a_4 = 4$, 则 $a_5 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 设集合 $A = \{x | \sqrt{x} < 4\}, B = \{x | (x - a)(x - 1) < 0\}$, 且 $A \supseteq B$, 则 a 的取值范围是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

15. $\cos \frac{8\pi}{7} \cdot \cos \frac{16\pi}{7} \cdot \cos \frac{32\pi}{7} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB = 90^\circ, \angle CAB = 15^\circ, D$ 为 AB 上一点, 且 $\angle ADC = 105^\circ, O$ 为边 AB 的中点, 且 $OD = 2$, 则该三角形外接圆的半径为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在① $f(x)$ 的一个极值点为 0, ② 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x + (e - 1)y - 1 = 0$ 垂直, ③ $f(-x) - f'(x)$ 为奇函数这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并回答下列问题.

已知函数 $f(x) = e^x + ax - 1$, 且 $\underline{\quad \quad \quad}$, 求 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值.

注: 如果选择多个条件解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = n^2 + n + m$.

(1) 求 m 的值;

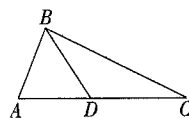
(2) 已知 $b_n = \frac{1}{S_n} + 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{8} AC \cdot BC \cdot \sin A$.

(1) 求 $\frac{\sin A}{\sin C}$;

(2) 若 D 是边 AC 上的点, 且 $AB = AD$, $BC = 2BD$. 求 $\sin C$ 的值.



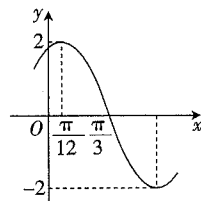
20. (12 分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 A, ω, φ 的值;

(2) 先将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若函数

$h(x) = f(x) + g(x)$ 在 $[0, m]$ 上单调递增, 求 m 的取值范围.



21. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对应边分别为 a, b, c ,已知 $b\cos C + c\cos B = 1$.

(1)求 a 的值;

(2)若 $1 \leq c \leq b \leq \sqrt{3}$,求 A 的最小值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x} + x$.

(1)当 $a=1$ 时,判断 $f(x)$ 的单调性,并求 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上的最值;

(2) $\exists x_0 \in (0, e], f(x_0) \leq a+2$,求 a 的取值范围.