

合肥市第六中学 2022 届高三上学期 6 月月考试题

理科数学

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围:高考范围。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

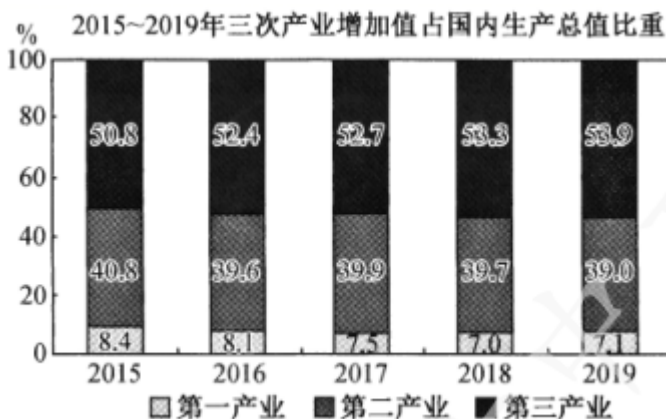
1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x | \sqrt{x-1} < 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$ C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 5\}$

2. 若复数 $z = \frac{2-i}{i}$ (i 为虚数单位), 则在复平面内, $\bar{z}$ 对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 三大产业或三次产业,其划分世界各国不完全一致,但基本均划分为三大类:第一产业、第二产业和第三产业。第一产业主要指生产食材以及其他一些生物材料的产业,包括种植业、林业、畜牧业、水产养殖业等直接以自然物为生产对象的产业(泛指农业);第二产业主要指加工制造产业(或指手工制作业),利用自然界和第一产业提供的基本材料进行加工处理;第三产业是指第一、第二产业以外的其他行业(现代服务业或商业),范围比较广泛,主要包括交通运输业、通讯产业、商业、餐饮业、金融业、教育、公共服务等非物质生产行业。右图是我国 2015 年~2019 年三次产业增加值占国内生产总值比重的柱状图,根据柱状图,下列说法正确的是



- A. 2015~2019 年,第三产业增加值占国内生产总值比重构成递增的等差数列
B. 2015~2019 年,第一产业增加值占国内生产总值比重逐年降低
C. 2015~2019 年,第三产业增加值占国内生产总值比重最大
D. 2015~2019 年,第二产业增加值占国内生产总值比重的中位数为 39.9

4. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 1$, $a_4 + a_5 = 8$, 则 $a_7 =$

- A. $\frac{64}{3}$ B. $-\frac{64}{3}$ C. $\frac{32}{3}$ D. $-\frac{32}{3}$

5.若 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{5}) = \frac{5}{13}$, 则 $\sin(\frac{7\pi}{10} - \alpha) =$

- A. $-\frac{5}{13}$ B. $-\frac{12}{13}$ C. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{5}{13}$

6.若单位向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b}) = -\frac{1}{2}$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 等于.

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7.知 $\log_2^3 = a, 3^b = 7$, 则 $\log_{21}^{56} =$

- A. $\frac{ab+3}{a+ab}$ B. $\frac{3a+b}{a+ab}$ C. $\frac{ab+3}{a+b}$ D. $\frac{b+3}{a+ab}$

8.某方舱医院有 6 个医疗小组, 每个小组都配备 1 位主治医师, 现根据工作需要, 医院准备将其中 3 位主治医师由原来的小组均相应地调整到其他医疗小组, 其余的 3 位主治医师仍在原来的医疗小组(不做调燃). 如果调整后每个医疗小组仍都配备 1 位主治医师, 则调整的不同方案数为

- A. 36 B. 40 C. 48 D. 56

9.若 α, β 是空间两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线, 则下列命题中正确的是

(1)若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$; (2)若 $m // \alpha, n // \beta$, 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$

(3)若 $\alpha \cap \beta = n, m \subset \beta$, 且 $m \perp n$, 则 $m \perp \alpha$ (4)若 $m // n, n \subset \alpha, \alpha // \beta, m \not\subset \beta$, 则 $m // \beta$

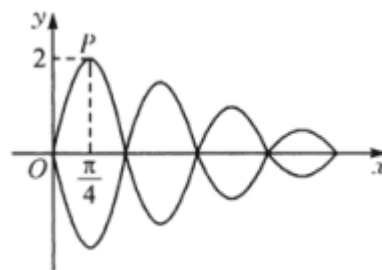
- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ③④

10.已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点, 过点 F 且斜率为 1 的直线与双曲线的

右支交于点 M, 与 y 轴交于点 N, 若点 N 为 MF 的中点, 则该双曲线的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $1+\sqrt{2}$

11.如图的曲线就像横放的葫芦的轴截面的边缘线, 我们叫葫芦曲线(也像湖面上高低起伏的小岛在水中的倒影与自身形成的图形, 也可以形象地称它为倒影曲线), 它每过相同的间隔振幅就变化一次, 且过点 $P(\frac{\pi}{4}, 2)$, 其对应的方程为 $|y| = (2 - \frac{1}{2}[\frac{2x}{\pi}])|\sin \omega x|$ ($x \geq 0$ 其中 $[x]$ 为



不超过 x 的最大整数, $0 < \omega < 5$). 若该葫芦曲线上一点 M 到 y 轴的距离为 $\frac{5\pi}{3}$, 则点 M 到 x 轴的距离为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 F 且倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 与抛物线相交于 A 、 B 两

点, $|AB| = 8$, 过 A, B 两点分别作抛物线的切线, 交于点 Q . 下列说法不正确的是

A. $QA \perp QB$

B. $\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 的面积为 $2\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = 2$

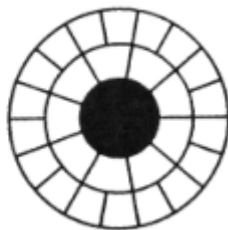
D. 若 $M(1, 1)$, P 是抛物线上一动点, 则 $|PM| + |PF|$ 的最小值为 2

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

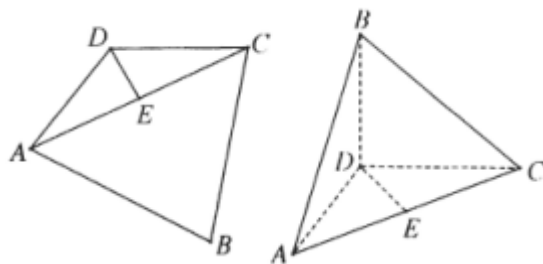
13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 4 \geq 0 \\ x - y + 1 \leq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 3x - 2y$ 的最小值为 _____

14. 已知 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -e^x + 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 _____

15. 在我国古代, 9 是数字之极, 代表尊贵之意, 所以中国古代皇家建筑中包含许多与 9 相关的设计. 例如, 北京天坛圜丘的地面由扇环形的石板铺成, 如图, 最高一层的中心是一块天心石, 围绕它的第一圈有 9 块石板, 从第二圈开始, 每一圈比前一圈多 9 块, 共 9 圈, 则第 7 圈的石板数为 _____, 前 9 圈的石板总数为 _____. (本小题第 1 空 2 分, 第二空 3 分)



16. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $DA = DC = 4$, $BA = BC = 4\sqrt{2}$, $\angle ADC = 120^\circ$, E 为 AC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 折起, 使得 $BD = 4$, 以 D 为球心, DE 为半径的球与三棱锥 $B-ADC$ 各面交线的长度之和为 _____。



三.解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A、B、C 所对的边分别是 a、b、c,且 $\frac{\sqrt{3}b}{2c-\sqrt{3}a}=\frac{\cos B}{\cos A}$

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $b=2$,求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.

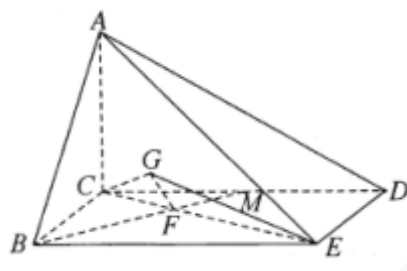
18. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 A - BCDE 中,底面 BCDE 为矩形,M 为 CD 中点,连接 BM,CE 交于点 F,G 为 $\triangle ABE$ 的重心.

(1)证明:GF//平面 ABC;

(2)若平面 ABC $\perp$ 底面 BCDE,平面 ACD $\perp$ 底面 BCDE,BC= 3,CD=6,

AC=6 $\sqrt{3}$,求平面 GCE 与平面 ADE 所成锐二面角的大小. .



19. (本小题满分 12 分)

树木根部半径与树木的高度呈正相关,即树木根部越粗,树木的高度也就越高.某块山地上种植了 A 树木,某农科所为了研究 A 树木的根部半径与树木的高度之间的关系,从这些地块中用简单随机抽样的方法抽取 6 棵 A 树木,调查得到 A 树木根部半径 x(单位:米)与 A 树木高度 y(单位:米)的相关数据如下表所示:

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y	1.1	1.3	1.6	1.5	2.0	2.1

(1)求 y 关于 x 的线性回归方程;

(2)对(1)中得到的回归方程进行残差分析,若某 A 树木的残差为零,则认为该树木“长势标准”,以此频率来估计概率,则在此片树木中随机抽取 80 棵,记这 80 棵树木中“长势标准”的树木数量为 X,求随机变量 X 的数学期望与方差.

参考公式: 回归直线方程为

$$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}, \text{ 其中 } \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右顶点分别为 A、B, 右焦点为 F, 过 F 的直线 l 与 C 交于 P、

Q 两点.

(1) 设 $\triangle APF$ 和 $\triangle BQF$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 , 若 $S_1 = 3S_2$, 求直线 l 的方程;

(2) 当直线 l 绕 F 点旋转时, 求证: 四边形 APBQ 的对边 AP 与 BQ 所在直线的斜率的比值恒为常数.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - 1 - ax$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求证 $f(x) \geq 0$;

(2) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq x^2$, 求实数 a 的取值范围.

第 22 题(本大题 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比大于 1 的等比数列 ($n \in N^*$), $a_2 = 4$, 且 $1 + a_2$ 是 a_1 与 a_3 的等差中项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式,

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 记 $T_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_n}$. 求 T_n .