

数学试题 (文科)

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

注意事项:

1. 答题前, 务必在答题卡和答题卷规定的地方填写自己的姓名、准考证号和座位号后两位。
2. 答第 I 卷时, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时, 必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卷上书写, 要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卷规定的位置绘出, 确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束, 务必将答题卡和答题卷一并上交。

第 I 卷 (满分 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 满分 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $\frac{1+3i}{1-i}$ (i 是虚数单位) 的模等于
 - A. $2\sqrt{5}$
 - B. $2\sqrt{2}$
 - C. $\sqrt{5}$
 - D. $\sqrt{2}$
2. 已知 $A = \{x | x^2 < 4x\}$, $B = \{x | y = \lg(x-2)\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $(0, 2]$
 - B. $(-\infty, 2]$
 - C. $(2, +\infty)$
 - D. $(2, 4)$
3. 下列双曲线中, 焦点在 y 轴上, 且渐近线互相垂直的是
 - A. $x^2 - y^2 = -4$
 - B. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$
 - C. $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$
 - D. $x^2 - y^2 = 1$
4. 声强级(单位: dB)由公式 $L_I = 10 \lg \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$ 给出, 其中 I 为声强(单位: W/m^2)。某班级为规范同学在公共场所说话的文明礼仪, 开展了“不敢高声语, 恐惊读书人”主题活动, 要求课下同学之间交流时, 每人的声强级不超过 40 dB。现有 4 位同学课间交流时, 声强分别为 $10^{-7} W/m^2$, $2 \times 10^{-9} W/m^2$, $5 \times 10^{-10} W/m^2$, $9 \times 10^{-11} W/m^2$, 则这 4 人中达到班级要求的有
 - A. 1 人
 - B. 2 人
 - C. 3 人
 - D. 4 人
5. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 a_6 = 16$, $2S_3 = a_2 + a_3 + a_4$, 则 $a_1 =$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 2
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. 4

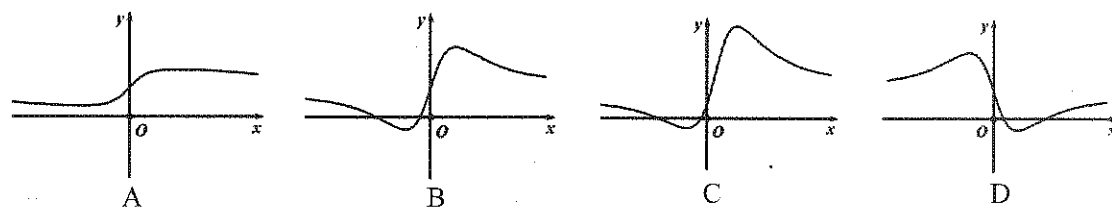
6. 秦九韶是我国南宋时期的数学家, 他在所著《数书九章》中提出的多项式求值算法, 至今仍是比较先进的算法。右图是秦九韶算法的一个程序框图, 执行该程序框图, 若输入 $x=a$, $n=2$, 输出 $s=26$, 则输入的实数 a 的值为

- A. -4 或 -3
- B. -3 或 4
- C. -4 或 3
- D. 3 或 4

7. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 A 是抛物线 C 的准线与 x 轴的交点。若抛物线 C 上的点 M 满足 $|MA| = \sqrt{2}|MF|$, 则 $|MF| =$

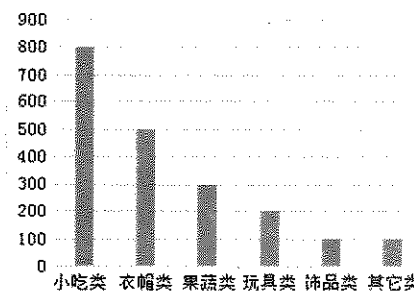
- A. $\sqrt{2}$
- B. 2
- C. $2\sqrt{2}$
- D. 4

8. 函数 $f(x) = \frac{(x+1)^2 + \sin x}{x^2 + 1}$ 的图像大致是



9. 在文明城市创建过程中, 某市创建办公室对市区内从事小吃、衣帽、果蔬、玩具等 6 类商户数进行了统计并绘成如右所示的条形统计图, 对商户进行了文明城市知识教育培训。2021 年初, 该市创建办公室计划从 2000 户商户中, 按照商户类型进行分层抽样, 随机抽取 100 户进行文明城市知识教育培训效果调查, 则衣帽类和果蔬类商户抽取的户数分别为

- A. 50, 15
- B. 50, 30
- C. 30, 25
- D. 25, 15

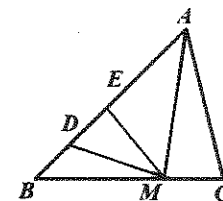


10. 若 a, b 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题正确的是

- A. 若 $a \perp b, b \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $a \perp \beta$
- B. 若 $\alpha \perp \beta, a \perp \alpha, b \parallel \beta$, 则 $a \perp b$
- C. 若 $a \parallel \alpha, a \parallel \beta, \alpha \cap \beta = b$, 则 $a \parallel b$
- D. 若 $a \parallel b, a \perp \alpha, b \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 是 AB 边上两点, $\overline{BM} = 2\overline{MC}$, 且 $\triangle BDM, \triangle EDM, \triangle AEM, \triangle ACM$ 的面积成等差数列。若在 $\triangle ABC$ 内随机取一点, 则该点取自 $\triangle AEM$ 的概率是

- A. $\frac{5}{18}$
- B. $\frac{2}{9}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{1}{9}$



12. 在《通用技术》课上, 某小组同学准备用一个棱长为 6 的正四面体坯料制作一个正三棱柱模型(其底面在正四面体一个面上), 要求削去的材料尽可能少, 则所制作的正三棱柱模型的高为

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
- B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
- C. 4
- D. $2\sqrt{6}$

第II卷 (非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第13题—第21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22题、第23题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 满分20分. 把答案填在答题卡上的相应位置.

13. 已知向量 $\vec{a} = (x, 1)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

14. 若直线 $l: y = kx$ 与圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 3$ 相交, 则实数 k 的取值范围是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = x \ln x$. 若当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) \leq kx + b \leq g(x)$ 恒成立, 则实数 $k - b$ 的值等于 _____.

16. 右图数表, 它的第一行数由正整数从小到大排列得到, 此后下一行数由前一行每两个相邻的数的和写在这两个数正中间下方得到. 依次类推, 则该数表中, 第 n 行第1个数是 _____.

1	2	3	4	5	6	7	8	...
3	5	7	9	11	13	15	...	
8	12	16	20	24	28	...		
20	28	36	44	52	...			
...	...	...	...	...	...	...	...	...

三、解答题: 本大题共6小题, 满分70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $2a \cos B + 2b \cos A = c^2$.

(1) 求 c 的值;

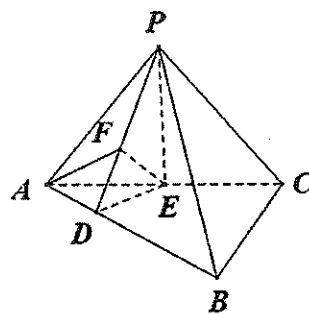
(2) 若 $C = \frac{\pi}{3}$, $a + b = 2\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分12分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA = PC = 2$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, $AC \perp BC$, D 为棱 AB 上一点, $BD = 3AD$, 棱 AC 的中点 E 在平面 PAB 上的射影 F 在线段 PD 上.

(1) 证明: $AB \perp$ 平面 PDE ;

(2) 求三棱锥 $P-AEF$ 的体积.



19. (本小题满分12分)

人类已经进入大数据时代. 目前, 数据量级已经从 TB(1TB=1024GB) 级别跃升到 PB(1PB=1024TB), EB(1EB=1024PB) 乃至 ZB(1ZB=1024EB) 级别. 国际数据公司(IDC) 研究结果表明, 2008 年全球产生的数据量为 0.49ZB, 2009 年数据量为 0.8ZB, 2010 年增长到 1.2ZB, 2011 年数据量更是高达 1.82ZB. 下表是国际数据公司(IDC) 研究的全球近 6 年每年产生的数据量(单位: ZB) 及相关统计量的值:

年份	2014	2015	2016	2017	2018	2019
序号 x	1	2	3	4	5	6
年数据量 y	6.6	8.6	16.1	21.6	33.0	41.0

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^6 (z_i - \bar{z})^2$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})$
3.5	21.15	2.85	17.5	13.82	125.35	6.73

表中 $z_i = \ln y_i$, $\bar{z} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 z_i$.

(1) 根据上表数据信息判断, 方程 $y = c_1 \cdot e^{c_2 x}$ (e 是自然对数的底数) 更适宜作为该公司统计的年数据量 y 关于年份序号 x 的回归方程类型, 试求此回归方程 (c_2 精确到 0.01).

(2) 有人预计 2021 年全世界产生的数据规模将超过 2011 年的 50 倍. 根据(1)中的回归方程, 说明这种判断是否准确, 并说明理由.

参考数据: $e^{4.56} \approx 95.58$, $e^{4.58} \approx 97.51$, 回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中, 斜率最小二乘法公式为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆 C 与 y 轴交于点 A, B (点 B 在 x 轴下方), $D(0, 4)$, 直径为 BD 的圆过点 $E(-a, 0)$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过 D 点且不与 y 轴重合的直线与椭圆 C 交于点 M, N , 设直线 AN 与 BM 交于点 T , 证明: 点 T 在直线 $y = 1$ 上.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + a(x+2)$ ($a \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数).

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的零点;

(2) 若对 $x \in [-4, 1]$, $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第22、23题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一个题目计分. 作答时, 请用2B铅笔在答题卡上, 将所选题号对应的方框涂黑.

22. (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{t^4} - t^{\frac{1}{4}} \right) \\ y = \sqrt{2} \left(\frac{1}{t^4} + t^{\frac{1}{4}} \right) \end{cases}$ (t 为参数). 在以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) - 2\sqrt{2} = 0$.

(1) 求曲线 C_1 和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C_2 与曲线 C_1 交于点 A, B , $M(-2, 2)$, 求 $\frac{1}{|MA|} - \frac{1}{|MB|}$ 的值.

23. (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知 a, b, c 为正数, 且满足 $a + b + c = 3$.

(1) 证明: $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \geq 3$;

(2) 证明: $\frac{2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{2}{c + \sqrt{ab}} \geq 3$.

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

20.(12分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

21.(12分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

【选考部分】(10分)

请考生在第22、23题中任意选择一题作答。注意：只能做所选定的题目，如果多做，则按所做第一个题目计分。作答时，请用2B铅笔在答题卡上将所选题号的方框涂黑。

22

23

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效