安徽省六校教育研究会2021届高三联考

数学能力测试（理）

命题：淮北一中六校联考命题组

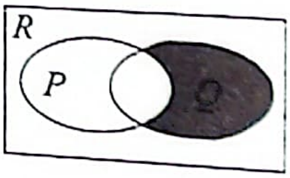
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集为实数集R，集合$P=\{x|x\le 1+\sqrt{2},x\in R\}$，集合$Q=\{1,2,3,4\}$，则图中阴影部分表示的集合为

A. $\{4\}$　　B. $\{3,4\}$　　C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$



2. 已知复数z与$(z+2)^2-8i$均是纯虚数，则z的虚部为（　　）

A. -2　　B. 2　　C. $-2i$　　D. $-2i$

3. 实数x,y满足不等式组$\begin{cases}x-2y+4\ge 0\\2x+y-2\ge 0\\3x-y-3\le 0\end{cases}$，则$x^2+y^2$的最小值为（　　）

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. 1　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. 2

4. 不定方程的整数解问题是数论中一个古老的分支，其内容极为丰富，西方最早研究不定方程的人是希腊数学家丢番图。请研究下面一道不定方程整数解的问题：已知$x^{2020}+y^2=2y,(x\in Z,y\in Z)$则该方程的整数解有（　　）组。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 已知向量$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$方向上的投影为-6，若$(\lambda\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则实数$\lambda$的值为（　　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 3

6. 直线$l:2x+y+3=0$倾斜角为α，则$\sin 2\alpha+\cos^2\alpha$的值为（　　）

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $-\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $-\dfrac{3}{5}$

7. 已知点$M(2,y_0)$为抛物线$y^2=2px$，$(p>0)$上一点，F为抛物线的焦点，O为坐标原点，若$8|MF|=7|MO|$，则p的值为（　　）

A. 1 或 $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{5}{2}$ 或 3　　C. 3 或 $\frac{5}{4}$　　D. 1 或 $\frac{5}{2}$

8. 函数 $f(x)=\sin x+x^3+x$，则 $a>-1$ 是 $f(a+1)+f(2a)>0$ 的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2$，将数列 $\{a_n\}$ 依原顺序按照第 n 组有 2^n 项的要求分组，则 2021 在第几组（　　）

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

10. 已知三棱锥 $A-BCD$ 满足：$AB=AC=AD$，ΔBCD 是边长为 2 的等边三角形，其外接球的球心 O 满足：$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$，则该三棱锥的体积为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

11. 圆 O 半径为 1，PA,PB 为圆 O 的两条切线，A,B 为切点，设 $\angle APO=\alpha$，则 $\frac{2S_{\Delta PAB}}{\tan 2\alpha}$ 最小值为（　　）

A. $-4+\sqrt{2}$　　B. $-3+\sqrt{2}$　　C. $-4+2\sqrt{2}$　　D. $-3+2\sqrt{2}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，且首项 $a_1>0$，给出下列命题：p_1：若 $a_1e^{a_4}=a_2e^{a_3}$，则 $(a_3-1)(q-1)\le 0$；p_2：若 $a_1+a_2=e^{a_3}+e^{a_4}$，则 $q\in(-\frac{2}{3},0)\cup(0,\frac{2}{3})$.

则下列说法正确的是（　　）

A. p_1 为真命题，p_2 为假命题　　B. p_1，p_2 都为真命题

C. p_1 为假命题，p_2 为真命题　　D. p_1，p_2 都为假命题

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 从编号为 1, 2, 3, …，88 的 88 个网站中采用系统抽样抽取容量为 8 的样本，若所抽样本中有编号为 53 的网站，则样本中网站最小编号为________

14. 若 $(x^3+\frac{1}{x\sqrt{x}})^n$ 的展开式常数项为 84，则 $n=$________

15. 双曲线 $mx^2-ny^2=1$ 左右焦点分别为 F_1,F_2，左右顶点分别为 A,B，P 为双曲线渐近线上一点，若以 F_1F_2 为直径的圆经过 P 点，且 $\angle APB=\frac{\pi}{3}$，则该双曲线的渐近线方程为________

16. A,B,C,D 四人之间进行投票，各人投自己以外的人 1 票的概率都是 $\frac{1}{3}$（个人不投自己的票），则仅 A 一人是最高得票者的概率为________

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. 在ΔABC中，D是BC的中点，$AB=2,AC=4,AD=\sqrt{3}$.

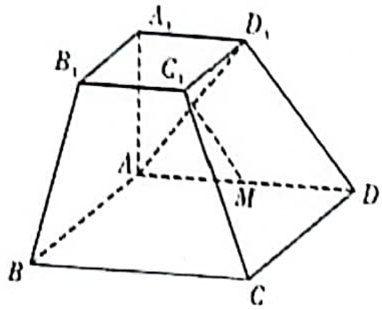
（Ⅰ）求ΔABC的面积；

（Ⅱ）若E为BC上一点，且$\overrightarrow{AE}=\lambda(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|})$，求$\lambda$的值.

18. 如图，在四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面四边形$ABCD$为菱形，$AA_1=A_1B_1=\frac{1}{2}AB$，$\angle ABC=60^\circ$，$AA_1\perp$平面$ABCD$.

(Ⅰ)若点M是AD的中点，求证：$C_1M\perp A_1C$；

(Ⅱ)棱BC上是否存在一点E，使得二面角$E-AD_1-D$的余弦值为$\frac{1}{3}$？若存在，求线段CE的长；若不存在，请说明理由.

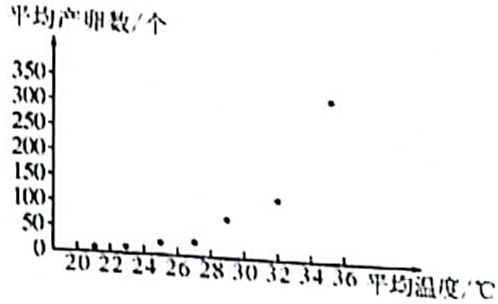


19. 农业是国民经济的基础，农业防害是科技工作者时时关注的事情。棉铃虫是棉花的主要害虫之一，夏季尤甚，据农业专家调查统计知道每只棉铃虫的平均产卵数y和平均温度x有关。现截取 7 组统计数据，并计算部分统计量值和作散点图如下：

平均温度 x/℃	21	23	25	27	29	32	35
平均产卵数 y/个	7	11	21	24	66	115	325

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{z}$	$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})(z_i-\overline{z})$	$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})^2$
27.429	81.286	3.612	40.182	147.714

表中$z_i=\ln y_i$，$\overline{z}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}z_i$.



(Ⅰ)根据散点图判断，$y=bx+a$与$y=ce^{dx}$（e为自然对数的底数）哪一个更适宜作为平均产卵数y关于平均温度x的回归方程类型？据判断结果和所给数据求出相应的回归方程（计算结果精确到小数点后第三位）

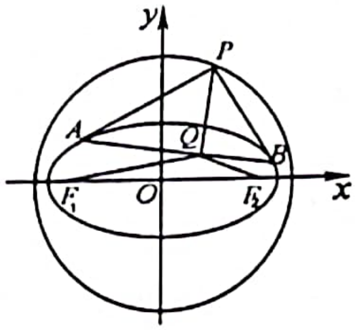
(Ⅱ)根据以往数据统计，该地区每年平均温度达28^oC以上时棉铃虫会造成严重危害，需人工防治，其他情况可以自然生长，记该地区每年平均温度达28^oC以上的概率为$p(0<p<1)$.

（i）记该地区在近 5 年中恰好有 2 年需要人工防治的概率为$f(p)$，求$f(p)$的最大值，并求出此时的p的值；

（ii）当 $f(p)$ 取最大值时，记今后5年中需要人工防治的次数为 X，求 X 的数学期望和方差。

附：对于一组数据 $(x_1,z_1),(x_2,z_2),\cdots,(x_7,z_7)$，其回归直线 $z=a+bx$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})(z_i-\overline{z})}{\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{z}-\hat{b}\,\overline{x}$.

20. 已知圆 $O:x^2+y^2=5$，椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点为 F_1,F_2，过 F_1 且垂直于 x 轴的直线被椭圆和圆所截得弦长分别为1和 $2\sqrt{2}$。



（I）求椭圆的标准方程；

（II）如图 P 为圆上任意一点，过 P 分别作椭圆两条切线切椭圆于 A,B 两点.

（i）若直线 PA 的斜率为2，求直线 PB 的斜率；

（ii）作 $PQ\perp AB$ 于点 Q，求证：$|QF_1|+|QF_2|$ 是定值.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+kx+1}{e^x}$，$k\in R$

（I）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（II）若 $k\in(-1,0)$，证明：对任意的 $x_1,x_2\in[1,1-k]$，有 $4f(x_1)+x_2<5$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. 选修4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，已知曲线 $C_1:x+y=1$ 与曲线 $C_2:\begin{cases}x=2+2\cos\varphi\\ y=2\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系

（I）写出曲线 C_1,C_2 的极坐标方程；

（II）在极坐标系中，已知 l：$\theta=a(\rho>0)$，与 C_1,C_2 的公共点分别为 A,B：$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，当 $\dfrac{|OB|}{|OA|}=4$ 时，求 a 值。

23、[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 $f(x)=|ax+1|+|x-1|$

（I）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)<2$ 的解集；

（II）若 $x\in(1,2)$ 时不等式 $f(x)<x$ 成立，求 a 的取值范围.

安徽省六校教育研究会2021届高三联考数学（理）参考答案

一、**选择题**（每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	C	D	A	D	C	B	B	C	D	B

二、**填空题**（每小题5分，共20分）

13．9　　14.9　　15. $y=\pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$　　16. $\dfrac{5}{27}$

三、**解答题**　（总分70分）

17.（本小题满分12分）

解.(1) 由 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$ 可得：$\overrightarrow{AD}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2$

求得 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\mathbf{-1}$，$\cos\angle BAC=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=-\dfrac{1}{2}$

所以 $\angle BAC=120^\circ$，$S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（2）由 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABE}+S_{\Delta ACE}$ 可得 $\frac{1}{2}AB\cdot AE\cdot\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}AC\cdot AE\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\frac{2\pi}{3}$

从而 $AE=\dfrac{2}{3}$，由 $\overrightarrow{AE}=\lambda(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|})$ 可得 $\lambda=\dfrac{2}{3}$

18.（本小题满分12分）

(1)解：

方法1：取 AB 中点为 E，则 $CE\perp AB$，进而 $AB_1\perp CE$，

又易得四边形 AA_1B_1E 为正方形，则 $AB_1\perp A_1E$

所以 $AB_1\perp$ 面 A_1EC

又 M 是 AD 的中点，易得 $AM=B_1C_1, AM\parallel B_1C_1$,

所以 MC_1AB_1 为平行四边形,

所以 $MC_1\parallel AB_1$

得 $MC_1\perp$ 面 A_1EC

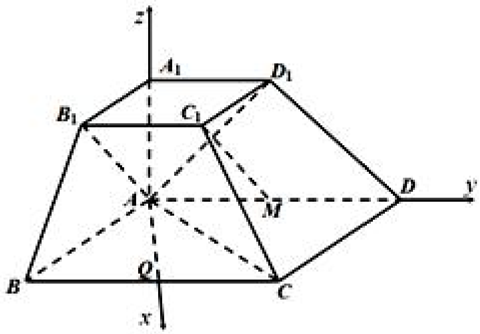
所以 $MC_1\perp A_1C$　　……………………5分

方法 2：: 由图知 $\overrightarrow{CA_1}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AA_1}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

又 M 是 AD 的中点，易得 $AM=B_1C_1, AM // B_1C_1$,

所以 $MC_1=AB_1, MC_1 // AB_1$，

所以 $\overrightarrow{MC_1}=\overrightarrow{AB_1}=\overrightarrow{AA_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，可得：



$$\overrightarrow{CA_1}\bullet\overrightarrow{MC_1}=(-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})\bullet(\overrightarrow{AA_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})$$

$$=\overrightarrow{AA_1}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{AD}\bullet\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$=1-\frac{1}{2}\times 2^2-\frac{1}{2}\times 1\times 2\cos 120^o$$

$$=0$$

所以 $C_1M\perp A_1C$ ……………………5 分

(2) 取 BC 中点 Q，连接 AQ，

因为 $ABCD$ 是菱形，且 $\angle ABC=60°$，

所以 $\triangle ABC$ 是正三角形，

所以 $AQ\perp BC$，即 $AQ\perp AD$，

由于 $AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，

分别以 AQ，AD，AA_1 为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系，如图：

$A(0,0,0)$，$A_1(0,0,1)$，$D_1(0,1,1)$，$Q(\sqrt{3},0,0)$

假设点 E 存在，设点 E 的坐标为 $(\sqrt{3},\lambda,0)$，$-1\le\lambda\le 1$，

$\overrightarrow{AE}=(\sqrt{3},\lambda,0)$，$\overrightarrow{AD_1}=(0,1,1)$，

设平面 AD_1E 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AD_1}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\sqrt{3}x+\lambda y=0\\ y+z=0\end{cases}$，

可取 $\vec{n}=(\lambda,-\sqrt{3},\sqrt{3})$，

平面 ADD_1 的法向量为 $\overrightarrow{AQ}=(\sqrt{3},0,0)$，

所以，$|\cos<\overrightarrow{AQ},\vec{n}>|=\dfrac{\sqrt{3}|\lambda|}{\sqrt{3}\sqrt{\lambda^2+6}}=\dfrac{1}{3}$，

解得：$\lambda=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

又由于二面角 $E-AD_1-D$ 大小为锐角，

由图可知，点 E 在线段 QC 上，

所以 $\lambda=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，即 $CE=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）根据散点图可以判断，$y=ce^{dx}$ 更适宜作为平均产卵数 y 关于平均温度 x 的回归方程类型

对 $y=ce^{dx}$ 两边取自然对数得 $\ln y=\ln c+dx$，令 $z=\ln y$，$a=\ln c$，$b=d$，得 $z=a+bx$.

因为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(z_i-\bar{z})}{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{40.182}{147.714}=0.272$， ……………………3 分

$\hat{a}=\bar{z}-\hat{b}\bar{x}=3.612-0.272\times 27.429=-3.849$，

所以 z 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{z}=0.272x-3.849$. ……………………4 分

所以 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=e^{0.272x-3.849}$. ……………………5 分

（2）（i）由 $f(p)=C_5^3p^3(1-p)^2$，得 $f'(p)=C_5^3p^2(1-p)(3-5p)$，因为 $0<p<1$，

令 $f'(p)>0$ 得 $3-5p>0$，解得 $0<p<\dfrac{3}{5}$，所以 $f(p)$ 在 $(0,\dfrac{3}{5})$ 上单调递增，在 $(\dfrac{3}{5},1)$ 上单调递减，所以

$f(p)$ 有唯一极大值 $f(\dfrac{3}{5})$，也为最大值. 所以当 $p=\dfrac{3}{5}$ 时，$f(p)_{\max}=\dfrac{216}{625}$ ……………9 分

（ii）由（i），当 $f(p)$ 取最大值时 $p=\dfrac{3}{5}$，所以 $X\sim B(5,\dfrac{3}{5})$， ……………………10 分

$\therefore E(X)=5\times\dfrac{3}{5}=3,\ D(X)=5\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{6}{5}$. ……………………12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（I）由题意得：

$$\begin{cases}2\sqrt{5-c^2}=2\sqrt{2}\\ \dfrac{2b^2}{a}=1\end{cases}$$，解得 $a=2,b=1,c=\sqrt{3}$

得椭圆的标准方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………5 分

（II）①设 $P(x_0,y_0)$，切线 $y-y_0=k(x-x_0)$，则 $x_0{}^2+y_0{}^2=5$

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y-y_0=k(x-x_0)\end{cases}$ 化简得$(1+4k^2)x^2+8k(y_0-kx_0)x+4(y_0-kx_0)^2-4=0$

由$\Delta=0$得$(4-{x_0}^2)k^2+2x_0y_0k+1-{y_0}^2=0$

设切线PA,PB的斜率分别为k_1,k_2

则$k_1k_2=\dfrac{1-{y_0}^2}{4-{x_0}^2}=\dfrac{1-{y_0}^2}{4-(5-{y_0}^2)}=-1$

又直线PA的斜率为2，则直线PB的斜率为$-\dfrac{1}{2}$

②当切线PA,PB的斜率都存在时，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

切线PA,PB方程为$y-y_{\rm i}=k_{\rm i}(x-x_{\rm i}),{\rm i}=1,2$　并由①得

$(4-{x_{\rm i}}^2)k^2+2x_{\rm i}y_{\rm i}k_{\rm i}+1-{y_{\rm i}}^2=0,{\rm i}=1,2$　(*)

又A,B点在椭圆上，得$\dfrac{{x_{\rm i}}^2}{4}+{y_{\rm i}}^2=1,{\rm i}=1,2$代入(*)

得$(2y_{\rm i}k_{\rm i}+\dfrac{x_{\rm i}}{2})^2$，即$k_{\rm i}=-\dfrac{x_{\rm i}}{4y_{\rm i}},{\rm i}=1,2$

切线PA,PB的方程为$\dfrac{x_{\rm i}x}{4}+y_{\rm i}y=1,{\rm i}=1,2$

又过P点，则$\dfrac{x_{\rm i}x_0}{4}+y_{\rm i}y_0=1,{\rm i}=1,2$

所以直线AB方程为$\dfrac{x_0x}{4}+y_0y=1,$

由$PQ\perp AB$得直线PQ方程为$y-y_0=\dfrac{4y_0}{x_0}(x-x_0)$

联立直线AB方程为$\dfrac{x_0x}{4}+y_0y=1,$解得

$x_Q=\dfrac{4x_0(1+3{y_0}^2)}{{x_0}^2+16{y_0}^2}=\dfrac{4}{5}x_0,y_Q=\dfrac{y_0(1+3{y_0}^2)}{{x_0}^2+16{y_0}^2}=\dfrac{1}{5}y_0$

由${x_0}^2+{y_0}^2=5$得Q点轨迹方程为$\dfrac{5}{16}x^2+5y^2=1$，且焦点恰为F_1,F_2，

故$|QF_1|+|QF_2|=2\times\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$，

当切线PA,PB的斜率有一个不存在时，易得$|QF_1|+|QF_2|=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$

综上得 $|QF_1|+|QF_2|=\frac{8}{\sqrt{5}}$.　　　　　　　　......................................12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意得 $f^{'}(x)\frac{-x^2+(2-m)x+m-1}{e^x}=-\frac{(x-1)(x-1+m)}{e^x}$

①当 $1>1-m$，即 $m>0$ 时，

在 $(-\infty,1-m)$ 和 $(1,+\infty)$ 上 $f^{'}(x)<0$，$f(x)$ 单调减；

在 $(1-m,1)$ 上 $f^{'}(x)>0$，$f(x)$ 单调增.

②当 $1=1-m$，即 $m=0$ 时，

在 $(-\infty,+\infty)$ 上 $f^{'}(x)<0$，$f(x)$ 单调减

③当 $1<1-m$，即 $m<0$ 时，

在 $(-\infty,1)$ 和 $(1-m,+\infty)$ 上 $f^{'}(x)<0$，$f(x)$ 单调减；

在 $(1,1-m)$ 上 $f^{'}(x)>0$，$f(x)$ 单调增　　　　　　　　..5 分

（2）对任意的 $x_1,x_2\in[1,1-m],4f(x_1)+x_2<5$ 可转化为 $f(x_1)<-\frac{1}{4}x_2+\frac{5}{4}$，

设 $g(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$，则问题等价于 $x_1,x_2\in[1,1-m]$，$f(x)_{\max}<g(x)_{\min}$

由（1）知，当 $m\in(-1,0)$ 时，$f(x)$ 在 $[1,1-m]$ 上单调递增，$f(x)_{max}=f(1-m)=\frac{2-m}{e^{1-m}}$,

$g(x)$ 在 $[1,1-m]$ 上单调递减，$g(x)_{min}=g(1-m)=\frac{1}{4}m+1$，

即证 $\frac{2-m}{e^{1-m}}<\frac{1}{4}m+1$，化简得 $4(2-m)<e^{1-m}[5-(1-m)]$

令 $1-m=t,t\in(1,2)$

设 $h(t)=e^t(5-t)-4(t+1),t\in(1,2)$，

则 $h'(t)=e^t(4-t)-4>2e^t-4>0$，故 $h(t)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增.

$\therefore h(t)>h(1)=4e-8>0$，即 $4(2-m)<e^{1-m}[5-(1-m)]$

故 $\frac{2-m}{e^{1-m}}<\frac{1}{4}m+1$，得证.　　　　　　　　..12 分

选做题(本题满分 10 分)

22.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）曲线C_1的极坐标方程为$\rho(\cos\theta+\sin\theta)=1$，即$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

曲线C_2的普通方程为$(x-2)^2+y^2=4$，即$x^2+y^2-4x=0$，

所以曲线C_2的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$； ……………………………………………5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$|OA|=\rho_A=\dfrac{1}{\cos\alpha+\sin\alpha},|OB|=\rho_B=4\cos\alpha,$

$\dfrac{|OB|}{|OA|}=4\cos\alpha\left(\cos\alpha+\sin\alpha\right)=2\left(1+\cos2\alpha+\sin2\alpha\right)=2+2\sqrt{2}\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$，

$\dfrac{|OB|}{|OA|}=4\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)=2(1+\cos2\alpha+\sin2\alpha)=2+2\sqrt{2}\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}),$

因为$\dfrac{|OB|}{|OA|}=4$所以$2+2\sqrt{2}\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{4})=4$， $\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

由$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，知$\dfrac{\pi}{4}<2\alpha+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{5\pi}{4}$所以$2\alpha+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}$，

所以$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$. ………………………………………………10 分

23.（本小题满分 10 分）

解：(1) 当$a=2$时，$f(x)=|2x+1|+|x-1|$

即$f(x)=\begin{cases}-3x,x\le-\dfrac{1}{2}\\ x+2,-\dfrac{1}{2}<x<1\\ 3x,x\ge1\end{cases}$

故不等式$f(x)<2$的解集为$\left(-\dfrac{2}{3},0\right)$. ……………………………………………5 分

（Ⅱ）当$x\in(1,2)$时$f(x)<x$成立等价于当$x\in(1,2)$时$|ax+1|<1$成立.

则$-1<ax+1<1$, 即$-2<ax<0$, 解得$-1\le a<0$. ………………………………………………10 分