

成都市 2019 级高中毕业班摸底测试

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x < 9\}$, 集合 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, 则 $\complement_U A =$

(A) $\{1, 2, 3, 8\}$ (B) $\{1, 2, 7, 8\}$ (C) $\{0, 1, 2, 7\}$ (D) $\{0, 1, 2, 7, 8\}$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(2-x), & x < 1, \\ e^x, & x \geq 1. \end{cases}$ 则 $f(-2) + f(\ln 4) =$

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

3. 某校为增强学生垃圾分类的意识,举行了一场垃圾分类知识问答测试,满分为100分.如图
所示的茎叶图为某班20名同学的测试成绩(单位:分). 则这组数据的极差和众数分别是

(A) 20, 88 (B) 30, 88
(C) 20, 82 (D) 30, 91

茎	叶
6	8
7	2 3 3 6
8	1 2 2 8 8 8 9
9	0 1 1 3 5 7 7 8

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq 0, \\ x + y - 4 \leq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$ 则 $z = x - 2y$ 的最大值为

(A) -4 (B) 0 (C) 2 (D) 4

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点到其中一条渐近线的距离为 $2a$, 则该双曲线的渐近线方程为

(A) $y = \pm 2x$ (B) $y = \pm \frac{1}{2}x$
(C) $y = \pm x$ (D) $y = \pm \sqrt{2}x$

6. 记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$. 若 $f(x) = e^x \sin 2x$, 则 $f'(0) =$

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

7. 已知 M 为圆 $(x-1)^2 + y^2 = 2$ 上一动点, 则点 M 到直线 $x - y + 3 = 0$ 的距离的最大值是

(A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$
(C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

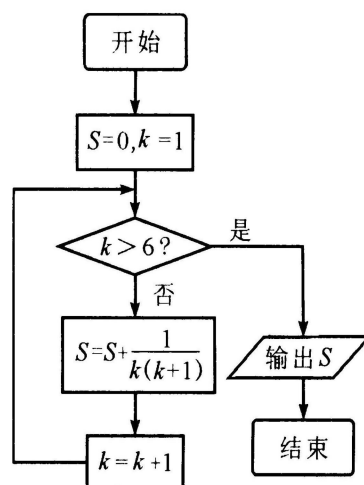
8. 已知直线 $l_1: x + y + m = 0, l_2: x + m^2y = 0$. 则 “ $l_1 \parallel l_2$ ”

是 “ $m = 1$ ” 的

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

9. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 S 的值是

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{5}{6}$
(C) $\frac{6}{7}$ (D) $\frac{7}{8}$



10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA \perp$ 平面 ABC , $PA = AB = BC = 2$, $AC = 2\sqrt{2}$. 若该三棱锥的顶点都在同一个球面上, 则该球的表面积为

(A) 4π (B) 10π (C) 12π (D) 48π

11. 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x+1}$, $g(x) = \ln x$. 若对任意 $x_1, x_2 \in (0, 2]$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有

$$\frac{g(\frac{x_2}{x_1}) - f(x_1) + f(x_2)}{x_2 - x_1} > -1, \text{ 则实数 } a \text{ 的取值范围是}$$

(A) $(-\infty, \frac{27}{4}]$ (B) $(-\infty, 2]$ (C) $(-\infty, \frac{27}{2}]$ (D) $(-\infty, 8]$

12. 设抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过抛物线上一点 A 作 l 的垂线, 垂足为 B , 设 $C(2p, 0)$, AF 与 BC 相交于点 D . 若 $|CF| = |AF|$, 且 $\triangle ACD$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 则点 F 到准线 l 的距离是

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡上.

13. 设复数 $z = \frac{1+2i}{i}$ (i 为虚数单位),则 $|z| =$ _____.

14. 一个路口的红绿灯,红灯的时间为 30 秒,黄灯的时间为 5 秒,绿灯的时间为 40 秒.当你到达该路口时,看见不是红灯的概率是_____.

15. 已知关于 x, y 的一组数据:

x	1	m	3	4	5
y	0.5	0.6	n	1.4	1.5

根据表中这五组数据得到的线性回归直线方程为 $\hat{y} = 0.28x + 0.16$,则 $n - 0.28m$ 的值为_____.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x > 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2^{|x-1|} - 1, & 0 < x \leq 2, \\ \frac{1}{2}f(x-2), & x > 2. \end{cases}$ 有下列

结论:

- ①函数 $f(x)$ 在 $(-6, -5)$ 上单调递增;
- ②函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = x$ 有且仅有 2 个不同的交点;
- ③若关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - (a+1)f(x) + a = 0 (a \in \mathbf{R})$ 恰有 4 个不相等的实数根,则这 4 个实数根之和为 8;
- ④记函数 $f(x)$ 在 $[2k-1, 2k] (k \in \mathbf{N}^*)$ 上的最大值为 a_k ,则数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项和为 $\frac{127}{64}$.

其中所有正确结论的编号是_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{6}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x)$ 的图象在点

$(1, f(1))$ 处的切线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 平行.

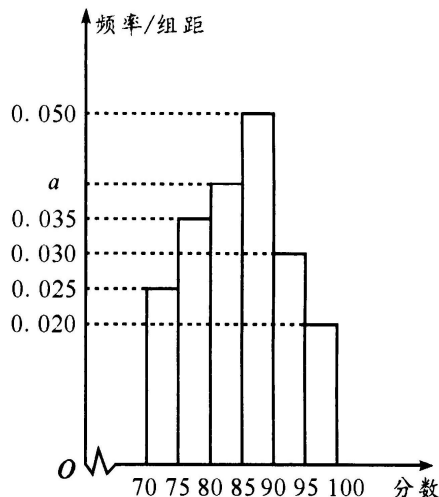
(I) 求 a 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的极值.

18. (本小题满分 12 分)

“2021 年全国城市节约用水宣传周”已于 5 月 9 日至 15 日举行.成都市围绕“贯彻新发展理念,建设节水型城市”这一主题,开展了形式多样,内容丰富的活动,进一步增强全民保护水资源,防治水污染,节约用水的意识.为了解活动开展成效,某街道办事处工作人员赴一小区调

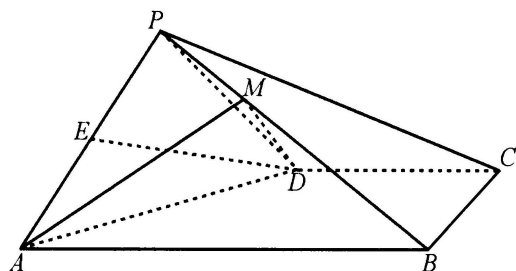
查住户的节约用水情况,随机抽取了 300 名业主进行节约用水调查评分,将得到的分数分成 6 组: $[70, 75)$, $[75, 80)$, $[80, 85)$, $[85, 90)$, $[90, 95)$, $[95, 100]$, 得到如图所示的频率分布直方图.



- (I) 求 a 的值, 并估计这 300 名业主评分的中位数;
 (II) 若先用分层抽样的方法从评分在 $[90, 95)$ 和 $[95, 100]$ 的业主中抽取 5 人, 然后再从抽出的这 5 位业主中任意选取 2 人作进一步访谈, 求这 2 人中至少有 1 人的评分在 $[95, 100]$ 的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $BC \perp AB$, E 为棱 AP 的中点, $AB = 4$, $PA = PD = DC = BC = 2$.



- (I) 求证: $DE \parallel$ 平面 PBC ;
 (II) 若平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, M 是线段 BP 上的点, 且 $BM = 2MP$, 求二面角 $M-AD-B$ 的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆 C 上, $|PF_1| = 2$, $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$, 且椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

- (I) 求椭圆 C 的方程;
 (II) 设直线 $l: y = kx + m (m \neq 0)$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2ax - \ln x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.
 (I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 (II) 当 $a > 0$ 时, 若 $x_1, x_2 (0 < x_1 < x_2)$ 满足 $f(x_1) = f(x_2)$, 证明: $f(2ax_1) + f(2ax_2) > 4a^2(x_1 + x_2)$.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$. 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{3}\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + \sqrt{3} = 0$.

- (I) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;
 (II) 在曲线 C 上任取一点 (x, y) , 保持纵坐标 y 不变, 将横坐标 x 伸长为原来的 $\sqrt{3}$ 倍得到曲线 C_1 . 设直线 l 与曲线 C_1 相交于 M, N 两点, 点 $P(-1, 0)$, 求 $|PM| + |PN|$ 的值.