

巴蜀中学 2022 届高三适应性月考卷 (一)

数 学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知命题 $p: \forall x \in (0, +\infty), \ln x > x-1$, 则命题 p 的否定是
 - A. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x \leq x-1$
 - B. $\exists x \in (0, +\infty), \ln x > x-1$
 - C. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x < x-1$
 - D. $\exists x \in (0, +\infty), \ln x \leq x-1$
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 2, & x \leq 1, \\ \log_2(x^2 - 1), & x > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(0)] =$
 - A. 3
 - B. -3
 - C. -2
 - D. 2
3. 已知 i 是虚数单位, z 为复数, $2 + \frac{1}{i} = z(3+i)$, 则在复平面内 z 对应的点位于
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
4. 设集合 $A = \left\{ x \mid y = \ln \frac{3+x}{3-x} \right\}$, 集合 $B = \{ y \mid y = 2^{|x|} + 1 \}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $(-\infty, -2] \cup (3, +\infty)$
 - B. $(-\infty, -2]$
 - C. $[2, 3)$
 - D. $(3, +\infty)$
5. 设 $z \in \mathbb{C}$, 则 “ $\bar{z} + z = 0$ ” 是 “ z 是纯虚数” 的
 - A. 充分但非必要条件
 - B. 必要但非充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既非充分也非必要条件
6. 已知集合 $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 非空集合 P 满足: (1) $P \subseteq M$; (2) 若 $x \in P$, 则 $-x \in P$, 则集合 P 的个数是
 - A. 7
 - B. 8
 - C. 15
 - D. 16

7. 设 $a=2^{0.4}$, $b=0.4^{0.3}$, $c=\log_2 3$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a>b>c$ B. $a>c>b$ C. $c>b>a$ D. $c>a>b$

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 且满足 $2x^2 f(x) + x^3 f'(x) = \ln x$, $f(\sqrt{e}) = \frac{1}{4e}$ (其中 e 为自然常数, $e \approx$

2.718), 则下列说法正确的是

- A. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
B. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有极大值
D. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有极小值

二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项是符合题目要求

9. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分)

已知实数 a, b, c 满足 $a>b>0>c$, 则下列不等式中一定正确的有

- A. $a^c > b^c$ B. $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$
C. $ac^2 > bc^2$ D. $\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \leq -2$

10. 已知数据 1: $x_1, x_2, \dots, x_n$, 数据 2: $2x_1-1, 2x_2-1, \dots, 2x_n-1$, 则下列统计量中, 数据 2 是数据 1 的两倍的有

- A. 均值 B. 极差
C. 方差 D. 标准差

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: $f(x)$ 是奇函数, $f(x+1)$ 是偶函数. 则下列选项中说法正确的有

- A. $f(2)=0$
B. $f(x)$ 周期为 2
C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称
D. $f(x-2)$ 是奇函数

12. 已知圆台的上下底面的圆周都在半径为 2 的球面上, 圆台的下底面过球心, 上底面半径为 $r(0<r<2)$, 设圆台的体积为 V , 则下列选项中说法正确的是

- A. 当 $r=1$ 时, $V=\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$
B. 当 r 在区间 $(0, 2)$ 内变化时, V 先增大后减小
C. V 不存在最大值
D. 当 r 在区间 $(0, 2)$ 内变化时, V 逐渐减小

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置上）

13. 已知二项式 $\left(x + \frac{2}{x}\right)^n$ 展开式的二项式系数之和为 64，则 $n =$ _____；展开式中的常数项为 _____。（本小题

第一空 2 分，第二空 3 分）

14. 请写出一个同时满足下列三个条件的函数 $f(x)$ ：

(1) $f(x)$ 是偶函数；(2) $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减；(3) $f(x)$ 的值域是 $(0, +\infty)$ 。

则 $f(x) =$ _____。

15. 一猎人带着一把猎枪到山里去打猎，猎枪每次可以装 3 发子弹. 当他遇见一只野兔时，开第一枪命中野兔的概率为 0.8，若第一枪没有命中，猎人开第二枪，命中野兔的概率为 0.4，若第二枪也没有命中，猎人开第三枪，命中野兔的概率为 0.2. 若 3 发子弹都没打中，野兔就逃跑了. 则已知野兔被击中的条件下，是猎人开第二枪命中的概率为 _____。

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0, c^2 = a^2 + b^2$)，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$ 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于

A, B 两点， O 是坐标原点，若 $\triangle AOB$ 是锐角三角形，则双曲线 C 的离心率 e 的取值范围是 _____。

四、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 10 分）

设二次函数 $f(x) = ax^2 + 2x + c$ ($a, c \in \mathbf{R}$)，并且 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(1)$ 。

(1) 求实数 a 的值；

(2) 若函数 $g(x) = f(e^x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 的最大值是 1，求实数 c 的值。

18. （本小题满分 12 分）

高二下学期期末考试之后，年级随机选取 8 个同学，调查得到每位同学的每日数学学习时间 x_i (分钟) 与期末数学考试成绩 y_i (分) 的数据，并求得 $\sum_{i=1}^8 x_i = 320$ ， $\sum_{i=1}^8 y_i = 760$ ， $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 38500$ ， $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 18200$ 。

(1) 求学生的数学考试成绩 y 与学生每日数学学习时间 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；

(2) 小明每日数学学习时间如果是 65 分钟，试着预测他这次考试的数学成绩。

附： $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

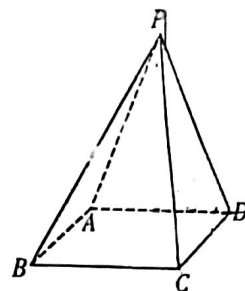
19. (本小题满分 12 分)

已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $ABCD$ 是正方形. 若 $PD=PA=\sqrt{17}$, $PC=\sqrt{21}$.

(1) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积;

(2) 在线段 PB 上是否存在一点 Q 满足: 二面角 $B-AC-Q$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{19}}{19}$? 若存在,

请求出 $\frac{PQ}{PB}$ 的比值 λ . 若不存在, 请说明理由.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $A_1(-2, 0)$, $A_2(2, 0)$, 点 B 为椭圆 E 的上顶点, 且直线 A_1B 与直线 $l: 2x + \sqrt{3}y = 0$ 相互垂直.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若不垂直 x 轴的直线 l 过椭圆 E 的右焦点 E_2 , 交椭圆于 C, D 两点 (C 在 x 轴上方), 直线 A_1C, A_2D 分别与 y 轴交于 S, T 两点, O 为坐标原点, 求证: $\frac{|OS|}{|OT|} = \frac{1}{3}$.

21. (本小题满分 12 分)

已知某机床的控制芯片由 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 个相同的单元组成, 每个单元正常工作的概率为 p , 且每个单元正常工作与否相互独立.

(1) 若 $n=4, p=\frac{1}{3}$, 求至少有 3 个单元正常工作的概率;

(2) 若 $p=\frac{1}{2}$, 并且 n 个单元里有一半及其以上的正常工作, 这个芯片就能控制机床, 其概率记为 $P(n)$.

①求 $P(7)$ 的值; ②若 $P(n) = \frac{1}{2}$, 求 n 的值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^{x-1} - mx^2 (m \in \mathbf{R})$.

(1) 选择下列两个条件之一: ① $m = \frac{1}{2}$; ② $m = 1$;

判断 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 是否存在极小值点, 并说明理由; (其中 $e \approx 2.718$)

(注: 若两个条件都选择作答, 按第一个条件作答内容给分)

(2) 已知 $m > 0$, 设函数 $g(x) = f(x) + mx \ln(mx)$. 若 $g(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上存在零点, 求实数 m 的取值范围.