巴蜀中学2022届高考适应性月考卷（一）

数学参考答案

一、**单项选择题**（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	D	C	B	C	D	B

【解析】

1．命题$\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x>x-1$的否定：$\exists x\in(0,+\infty)$，$\ln x\leqslant x-1$，故选D.

2．$f[f(0)]=f(3)=\log_2 8=3$，故选A.

3．$z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$，复平面内$z$对应的点为$\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$，故选D.

4．$A=\left\{x\left|\dfrac{3+x}{3-x}>0\right.\right\}=\{x\mid -3<x<3\}$，$B=\{y\mid y=2^{|x|}+1\geqslant 2\}$，$A\cap B=[2,3)$，故选C.

5．设$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则$\bar{z}=a-b\mathrm{i}$，若$z+\bar{z}=0$，则$a=0$，$z$不一定是纯虚数；若$z$是纯虚数，则$z=b\mathrm{i}(b\neq 0)$，$\bar{z}=-b\mathrm{i}$，一定有$z+\bar{z}=0$成立．所以“$z+\bar{z}=0$”是“$z$是纯虚数”的必要但非充分条件，故选B.

6．满足条件的集合P应同时含有-3，3或-2，2或-1，1或0，又因为集合P非空，所以集合P的个数为$2^4-1=15$个，故选C.

7．$0.4^{0.3}<0.4^0=1$，$1=2^0<2^{0.4}<2^{0.5}=\sqrt{2}<1.5$，$\log_2 3>\log_2\sqrt{8}=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\dfrac{3}{2}=1.5$，故选D.

8．设$g(x)=x^2f(x)$，则$g'(x)=2xf(x)+x^2f'(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，由$g(x)=x^2f(x)$，则$f(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$，所以$f'(x)=\dfrac{xg'(x)-2g(x)}{x^3}=\dfrac{\ln x-2g(x)}{x^3}$，设$h(x)=\ln x-2g(x)$，则$h'(x)=\dfrac{1}{x}-2g'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x}$，令$h'(x)=0$，得$x=\sqrt{\mathrm{e}}$，当$x\in(0,\sqrt{\mathrm{e}})$时，$h'(x)>0$；当$x\in(\sqrt{\mathrm{e}},+\infty)$时，$h'(x)<0$，所以$h(x)$在$(0,\sqrt{\mathrm{e}})$上单调递增，在$(\sqrt{\mathrm{e}},+\infty)$上单调递减，$h(x)\leqslant h(\sqrt{\mathrm{e}})=\ln\sqrt{\mathrm{e}}-2g(\sqrt{\mathrm{e}})=$

$\frac{1}{2}-2\mathrm{e}f(\sqrt{\mathrm{e}})=\frac{1}{2}-2\mathrm{e}\times\frac{1}{4\mathrm{e}}=0$，所以 $f'(x)\leqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，故选 B.

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	BCD	BD	ACD	AB

【解析】

9．对选项 A：$f(x)=x^c$ 在 $(0,+\infty)$ 时减函数，所以 $a^c<b^c$，A 错误；对选项 B：$a>b>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}\Rightarrow\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$，B 正确；对选项 C：$a>b>0,\ c^2>0\Rightarrow ac^2>bc^2$，C 正确；对选项 D：$\frac{c}{a}+\frac{a}{c}=-\left(-\frac{c}{a}-\frac{a}{c}\right)\leqslant-2\sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)\bullet\left(-\frac{a}{c}\right)}\leqslant-2$，D 正确，故选 BCD.

10．设数据 1：$x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ 的均值为 $\bar{x}$，标准差为 s，极差为 $R=x_{\max}-x_{\min}$，则数据 2：$2x_1-1,\ 2x_2-1,\ \cdots,\ 2x_n-1$ 的均值为 $2\bar{x}-1$，方差为 $4s^2$，所以选项 A，C 错误；数据 2 的标准差为 $\sqrt{4s^2}=2s$，极差为 $(2x_{\max}-1)-(2x_{\min}-1)=2(x_{\max}-x_{\min})=2R$，所以选项 B，D 正确，故选 BD.

11．由 $f(x)$ 是奇函数，$f(x+1)$ 是偶函数，可得 $f(x)$ 关于 $(0,\ 0)$ 和直线 $x=1$ 对称，从而 $f(x)$ 的周期 $T=4$，所以选项 B 错误，选项 C 正确；对选项 A：由对称性及奇函数的性质可知 $f(2)=f(0)=0$，A 正确；对选项 D：有已知 $f(x)$ 关于 $(0,\ 0)$ 和直线 $x=1$ 对称，从而 $f(x)$ 关于 $(2,\ 0)$ 对称，又因为 $f(x)$ 的周期 $T=4$，可得 $f(x)$ 关于 $(-2,\ 0)$ 对称，所以 $f(x-2)$ 是奇函数，D 正确，故选 ACD.

12．$V=\frac{1}{3}(S+\sqrt{SS'}+S')h=\frac{1}{3}(4\pi+\sqrt{4\pi\bullet\pi r^2}+\pi r^2)\sqrt{4-r^2}=\frac{\pi}{3}(r^2+2r+4)\sqrt{4-r^2}\ (0<r<2)$，对选项 A：$r=1$，$V=\frac{\pi}{3}(1+2+4)\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}}{3}\pi$，A 正确；$V'=\frac{\pi}{3}\frac{-3r^3-4r^2+4r+8}{\sqrt{4-r^2}}$，设 $f(r)=-3r^3-4r^2+4r+8$，则 $f'(r)=-9r^2-8r+4$ 在区间 $(0,\ 2)$ 上递减，设 $f'(r)=0$ 的两

根为 $r_1<r_2$，由韦达定理 $r_1r_2=-\frac{4}{9}<0$ 知 $r_2\in(0,\ 2)$，且当 $r\in(0,\ r_2),\ f'(r)>0$；$r\in(r_2,\ 2),\ f'(r)<0$，$f(r)$ 在 $(0,\ r_2)\nearrow$，$(r_2,\ 2)\searrow$，由 $f(0)=8$，$f(1)=5$，$f(2)=-24$ 知，$\exists r_0\in(1,\ 2)$，使得 $f(r_0)=0$，当 $r\in(0,\ r_0),\ f(r)>0$，即 $V'>0$；当 $r\in(r_0,\ 2),\ f(r)<0$，即 $V'<0$，所以当 V 在 $(0,\ r_0)\nearrow$，$(r_0,\ 2)\searrow$，B 正确，C，D 错误，故选 AB.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	6；160	x^{-2}，x^{-4}，$\frac{1}{\lvert x\rvert}$ 等（答案不唯一）	$\frac{10}{113}$	$(\sqrt{2},\ 2)$

【解析】

13．二项式系数之和为 $2^n=64=2^6$，所以 $n=6$；展开式的通项公式 $T_{k+1}=C_6^k x^{6-k}\left(\frac{2}{x}\right)^k=2^k C_6^k x^{6-2k}$ $(k=0,1,2,3,4,5,6)$，令 $6-2k=0$，则 $k=3$，所以常数项为 $T_4=2^3C_6^3=160$.

15．记事件 $A=$“猎人第一次击中野兔”，$B=$“猎人第二次击中野兔”，$C=$“猎人第三次击中野兔”，$D=$“野兔被击中”，则 $P(D)=P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.8+0.2\times 0.4+0.2\times0.6\times0.2=0.904$，$P(B|D)=\frac{P(BD)}{P(D)}=\frac{0.08}{0.904}=\frac{10}{113}$.

16．临界法：当 $\angle AOB=90^\circ$ 时，渐近线方程为 $y=\pm x$，即 $\frac{b}{a}=1$，离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{2}$，当直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$ 与渐近线 $y=-\frac{b}{a}x$ 垂直时，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=2$，所以当 $\triangle AOB$ 是锐角三角形时，离心率 $e\in(\sqrt{2},\ 2)$.

四、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 10 分）

解：（1）因为 $\forall x\in\mathbf{R},\ f(x)\leqslant f(1)$，所以 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1$，则 $-\frac{2}{2a}=1$，所以 $a=-1$.

…………………………………………………………………………（5 分）

（2）令 $t=e^x$，当 $x\in[0,\ 1]$ 时，$t\in[1,\ e]$.

由（1） $f(t)$ 在 $t\in[1, \mathrm{e}]$ 单调递减，所以 $g(x)=f(\mathrm{e}^x)$ 的最大值为 $c+1$，所以 $c=0$.

……………………………………………………………………（10 分）

18．（本小题满分 12 分）

解：（1）由已知可求得：$\bar{x}=40$，$\bar{y}=95$，所以 $\hat{b}=\dfrac{38500-8\times40\times95}{18200-8\times40\times40}=\dfrac{8100}{5400}=1.5$，

而 $\hat{a}=95-1.5\times40=35$，则线性回归方程为：$\hat{y}=1.5x+35$.

……………………………………………………………………………（6 分）

（2）当 $x=65$ 时，带入回归方程得 $\hat{y}=65\times1.5+35=132.5$，

所以预测他这次考试数学成绩为 132.5 分. ……………………………………（12 分）

19．（本小题满分 12 分）

解：（1）设正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$，取 AD 的中点 M，连接 PM，MC.

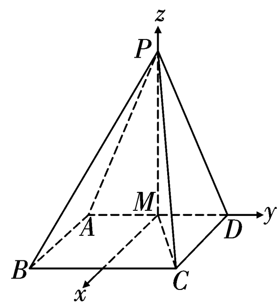
由平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$PD=PA=\sqrt{17}$，

则 $PM\perp AD$，所以 $PM\perp$ 平面 $ABCD$，则 $PM^2=17-a^2$，

又 $PM\perp MC$，所以 $PM^2=21-5a^2$，则解出 $a=1$，$PM=4$，

所以体积 $V_{P-ABCD}=\dfrac{1}{3}\times2^2\times4=\dfrac{16}{3}$. ……………………………………（6 分）

（2）以 M 为坐标原点，平行于 AB 为 x 轴正方向，MD 为 y 轴正方向，MP 为 z 轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系.



$A(0, -1, 0)$，$B(2, -1, 0)$，$C(2, 1, 0)$，$P(0, 0, 4)$.

设 $\overrightarrow{PQ}=\lambda\overrightarrow{PB}$，则 $Q(2\lambda, -\lambda, 4-4\lambda)$，

所以 $\overrightarrow{AQ}=(2\lambda, 1-\lambda, 4-4\lambda)$，$\overrightarrow{AC}=(2, 2, 0)$，

设平面 QAC 的法向量 $\vec{n}=(x, y, z)$，

由 $\overrightarrow{AQ}\cdot\vec{n}=0$ 且 $\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}=0$，

所以 $2\lambda x+(1-\lambda)y+(4-4\lambda)z=0$ 且 $2x+2y=0$，令 $x=1$，可得 $\vec{n}=\left(1, -1, \dfrac{3\lambda-1}{4\lambda-4}\right)$，

而 $\overrightarrow{MP}=(0, 0, 4)$ 为平面 $ABCD$ 的一个法向量，

所以$\dfrac{\sqrt{19}}{19}=\dfrac{\left|4\times\dfrac{3\lambda-1}{4\lambda-4}\right|}{4\times\sqrt{2+\left(\dfrac{3\lambda-1}{4\lambda-4}\right)^2}}$，解得$\dfrac{3\lambda-1}{4\lambda-4}=\pm\dfrac{1}{3}$，

有$\lambda=-\dfrac{1}{5}$或$\lambda=\dfrac{7}{13}$，由于点Q在线段PB上，所以$\lambda=\dfrac{7}{13}$.

………………………………………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

（1）解：由$A_2(2,0)$，得$a=2$.

直线A_1B与直线l：$2x+\sqrt{3}y=0$相互垂直，

则由$k_{A_1B}\cdot k_l=-1$，即$\dfrac{b}{2}\cdot\left(-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)=-1$，解得$b=\sqrt{3}$.

所以椭圆E的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ………………………………………………（5 分）

（2）证明：设直线l：$x=my+1(m\neq 0)$，联立l和椭圆C的方程得：$(4+3m^2)y^2+6my-9=0$，

设$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，则有$y_1+y_2=\dfrac{-6m}{4+3m^2}$，$y_1y_2=\dfrac{-9}{4+3m^2}$.

A_1C：$y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，令$x=0$，则$y_S=\dfrac{2y_1}{x_1+2}$，同理：$y_T=\dfrac{-2y_2}{x_2-2}$.

所以$\dfrac{|OS|}{|OT|}=\dfrac{y_S}{-y_T}=\dfrac{y_1(x_2-2)}{y_2(x_1+2)}=\dfrac{y_1(my_2-1)}{y_2(my_1+3)}$.

由$\dfrac{|OS|}{|OT|}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{3y_1(my_2-1)-y_2(my_1+3)}{3y_2(my_1+3)}=\dfrac{2my_2y_1-3(y_1+y_2)}{3y_2(my_1+3)}$，

将韦达结论代入分子：$2my_1y_2-3(y_1+y_2)=2m\dfrac{-9}{4+3m^2}-3\dfrac{-6m}{4+3m^2}=0$，所以$\dfrac{|OS|}{|OT|}=\dfrac{1}{3}$.

………………………………………………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）设至少有 3 个单元正常工作的概率为P_1，则$P_1=\mathrm{C}_4^3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)+\mathrm{C}_4^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{1}{9}$.

………………………………………………………………………（4 分）

（2）① $n=7$ 时，至少有 4 个单元正常工作芯片就能控制机床，

所以 $P(7)=\mathrm{C}_7^4p^4(1-p)^3+\mathrm{C}_7^5p^5(1-p)^2+\mathrm{C}_7^6p^6(1-p)+\mathrm{C}_7^7p^7$，由 $p=\dfrac{1}{2}$，

$P(7)=\mathrm{C}_7^4\left(\dfrac{1}{2}\right)^7+\mathrm{C}_7^5\left(\dfrac{1}{2}\right)^7+\mathrm{C}_7^6\left(\dfrac{1}{2}\right)^7+\mathrm{C}_7^7\left(\dfrac{1}{2}\right)^7=(\mathrm{C}_7^4+\mathrm{C}_7^5+\mathrm{C}_7^6+\mathrm{C}_7^7)\left(\dfrac{1}{2}\right)^7$，

而 $\mathrm{C}_7^4+\mathrm{C}_7^5+\mathrm{C}_7^6+\mathrm{C}_7^7=\mathrm{C}_7^3+\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_7^1+\mathrm{C}_7^0=2^6$，所以 $P(7)=\dfrac{1}{2}$.

……………………………………………………………………………（8 分）

②若 $n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*)$，

则 $P(n)=\mathrm{C}_n^kp^k(1-p)^{n-k}+\mathrm{C}_n^{k+1}p^{k+1}(1-p)^{n-k-1}+\cdots+\mathrm{C}_n^np^n=(\mathrm{C}_n^k+\mathrm{C}_n^{k+1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$，

而 $\mathrm{C}_n^k+\mathrm{C}_n^{k+1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n=\mathrm{C}_n^{k-1}+\mathrm{C}_n^{k-2}+\cdots+\mathrm{C}_n^0=2^{n-1}$，

所以 $P(n)=\dfrac{1}{2}$，符合题意.

若 $n=2k(k\in\mathbf{N}^*)$，则 $P(n)=(\mathrm{C}_n^k+\mathrm{C}_n^{k+1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$，

而对立事件 $\overline{P(n)}=(\mathrm{C}_n^{k-1}+\mathrm{C}_n^{k-2}+\cdots+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^0)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$，

且 $\mathrm{C}_n^{k+1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n=\mathrm{C}_n^{k-1}+\mathrm{C}_n^{k-2}+\cdots+\mathrm{C}_n^0$，则 $P(n)-\overline{P(n)}=\mathrm{C}_n^k\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\neq 0$，所以 $P(n)\neq\dfrac{1}{2}$，

故：$n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*)$.　　　　………………………………………………（12 分）

22.（本小题满分 12 分）

解：（1）若选择① $m=\dfrac{1}{2}$，$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-\dfrac{1}{2}x^2$，则 $f'(x)=\mathrm{e}^{x-1}-x$，$f''(x)=\mathrm{e}^{x-1}-1$，

由 $f''(x)$ 单调递增，且 $f''(1)=0$，所以 $f'(x)$ 在 $(0,\ 1)$ 上单调递减，$(1,\ +\infty)$ 上单调递增，

有 $f'(x)\geqslant f'(1)=0$，则 $f(x)$ 在 $(0,\ +\infty)$ 上单调递增，不存在极小值点.

……………………………………………………………………………（6 分）

若选择② $m=1$，$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-x^2$，则 $f'(x)=\mathrm{e}^{x-1}-2x$，$f''(x)=\mathrm{e}^{x-1}-2$，

由 $f''(x)$ 单调递增，且 $f''(1+\ln 2)=0$，

所以 $f'(x)$ 在 $(0，1+\ln 2)$ 上单调递减，$(1+\ln 2，+\infty)$ 上单调递增，

有 $f'(x) \geqslant f'(1+\ln 2) = -2\ln 2 < 0$，而 $f'(4) = e^3 - 8 > 0$，

所以存在极小值点 $x_0 \in (1+\ln 2，4)$． ……………………………………………………（6 分）

（2）令 $g(x)=0$，有 $e^{x-1} - mx^2 + mx\ln(mx) = 0$，又 $mx > 0$，

所以 $\dfrac{e^{x-1}}{mx} - x + \ln(mx) = \dfrac{e^{x-1}}{e^{\ln(mx)}} - x + \ln(mx) = e^{x-\ln(mx)-1} - [x-\ln(mx)] = 0$，令 $t = x - \ln(mx)$，

即转化为 $e^{t-1} - t = 0$ 有解，设 $h(t) = e^{t-1} - t$，

则由 $h'(t) = e^{t-1} - 1$ 可得，$h(t)$ 在 $t \in (-\infty，1)$ 单调递减，在 $t \in (1，+\infty)$ 单调递增，而 $h(1) = 0$，

所以 $h(t) = e^{t-1} - t$ 由唯一零点 $t=1$．

若 $g(x)$ 在区间 $(0，+\infty)$ 存在零点，即为 $1 = x - \ln(mx)$ 在 $(0，+\infty)$ 有解.

整理得：$1 + \ln m = x - \ln x$，

设 $l(x) = x - \ln x$，由 $l'(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$ 知，$l(x)$ 在 $x \in (0，1)$ 单调递减，在 $x \in (1，+\infty)$ 单调递增，

则 $l(x) \geqslant l(1) = 1$，所以 $1 + \ln m \geqslant 1$，故有 $m \geqslant 1$． ……………………………………（12 分）