绝密★启用前

高三摸底考试数学(文科)试题

一、选择题本大题共12小题，每小题5分，共60分，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $M=\{x|\frac{x-3}{x-1}>0\}$，$N=\{x|y=\sqrt{2-x}\}$，则$(\complement_R M)\cap N=$

A.(1，2]　B.[1，2]　C.(2，3]　D.[2，3]

2.已知复数 z 满足 $z=(1+2i)(2+i)$(i 为虚数单位)，则$|z|=$

A.2　B.4　C.5　D.6

3.若命题“$p\wedge q$”与命题“$\neg p\vee q$”都是假命题，则

A.p 真 q 真　B.p 真 q 假　C.p 假 q 真　D.p 假 q 假

4.已知数列$\{a_n\}$是等差数列，若 $a_1+a_2+a_3=1$，$a_4+a_5+a_6=3$，则 $a_7+a_8+a_9=$

A.5　B.4　C.9　D.7

5.若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+1\ge 0\\x-y\le 0\\2x+3y-1\le 0\end{cases}$，则 $z=x-\frac{1}{2}y$ 的最小值是

A.-2　B.$-\frac{3}{2}$　C.$-\frac{1}{2}$　D.$\frac{1}{10}$

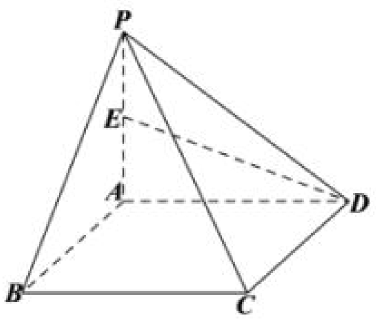
6.已知正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_8+a_4a_6=8$，则 $\log_2a_1+\log_2a_2+\cdots+\log_2a_9=$

A.10　B.9　C.8　D.7

7.在区间[−3，3]上随机取一个数 x，则$|x|>1$ 的概率为

A.$\frac{2}{3}$　B.$\frac{4}{7}$　C.$\frac{6}{7}$　D.$\frac{1}{3}$

8.如图，在四棱锥 P−ABCD 中，PA⊥平面 ABCD，四边形 ABCD 为菱形，∠ABC＝60°且 PA＝AB，E 为 AP 的中点，则异面直线 PC 与 DE 所成的角的余弦值为



A.$\frac{\sqrt{2}}{5}$　B.$\frac{\sqrt{5}}{5}$　C.$\frac{\sqrt{15}}{5}$　D.$\frac{\sqrt{10}}{5}$

9.已知双曲线 $x^2-5y^2=25$ 上一点 P 到其左焦点 F 的距离为 8，则 PF 的中点 M 到坐标原点 O

的距离为

A.9　　B.6　　C.5　　D.4

10.下列函数中最小值为4的是

A.$y=x^2+2x+4$　　B.$y=|\sin x|+\dfrac{4}{|\sin x|}$　　C.$y=2^x+2^{2-x}$　　D.$y=\ln x+\dfrac{4}{\ln x}$

11.设f(x)是定义域为R的偶函数，且在(−∞，0)单调递增，设$a=3^{0.3}$，$b=(\dfrac{1}{3})^{-0.4}$，$c=\log_4 0.3$，则

A.f(c)>f(a)>f(b)　　B.f(a)>f(c)>f(b)　　C.f(c)>f(b)>f(a)　　D.f(a)>f(b)>f(c)

12.已知函数$f(x)=ax-e^x$与函数$g(x)=x\ln x+1$的图像上恰有两对关于x轴对称的点，则实数a的取值范围为

A.(e−1，+∞)　　B.$(\dfrac{e-1}{2}$，+∞)　　C.$[\dfrac{e-1}{2}$，+∞)　　D.(−∞，e−1)

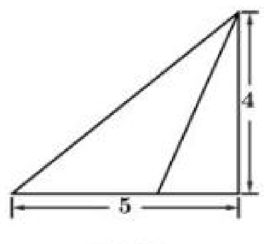
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填在题中横线上。

13.设向量$\vec{a}=(1，1)$，$\vec{b}=(m+1，2m)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则m=__________。

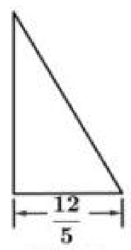
14.若抛物线C：$y^2=2px(p>0)$上的点M到焦点F的距离与到y轴的距离之差为2，则p=__________。

15.已知函数$f(x)=\begin{cases}-x+4, x\le 0\\ x^2, x>0\end{cases}$，若f(m)=4，则m=__________。

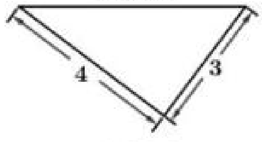
16.已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为__________。



正视图



侧视图



俯视图

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共60分。

17.高中阶段有这样一句话，成也数学败也数学，意思是说数学成绩好的同学总成绩也好，数学成绩不好的同学总成绩也不好。某市教育局对本届高三学生的上学期期末考试成绩进行随机调查得到如下 2×2 列联表：

	总成绩好	总成绩不好	总计
数学成绩好	220	m	400
数学成绩不好	100	300	400
总计	n	p	q

(1)求表中 m，n，p，q 的值；

(2)能否有 99.9%的把握认为学生总成绩不好与数学成绩不好有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，n＝a＋b＋c＋d。

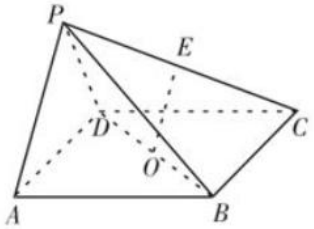
$P(K^2 \geq K_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
K_0	3.841	6.635	7.879	10.828

18.在△ABC 中，a，b，c 分别是内角 A，B，C 的对边。若 csinA＝$\sqrt{3}$acosC。

(1)求角 C；

(2)若 c＝$\sqrt{21}$，且 b＝5a，求△ABC 的面积。

19.如图，四棱锥 P－ABCD 的底面 ABCD 是矩形，PA＝PD＝2，AD＝2$\sqrt{2}$，AB＝4$\sqrt{2}$，平面 PAD⊥平面 ABCD。O 为 BD 的中点，E 为 PC 的中点。



(1)求证：OE//平面 PAD；

(2)求四棱锥 P－ABCD 的体积。

20.已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2 且离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，过左焦点 F_1 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，△ABF_2 的周长为 4$\sqrt{2}$。

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)当$\triangle ABF_2$的面积最大时，求 l 的方程。

21.已知函数 $f(x)=x\ln x-ax+2$(a 为实数)

(1)若 $a=2$，求 $f(x)$在$[1，e^2]$的最值；

(2)若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求 a 的取值范围。

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为$\begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=\sqrt{3}+t\sin\alpha \end{cases}$(t 为参数)，在以原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立的极坐标系中，曲线 C 的极坐标方程为$\rho^2\sin2\theta=2$。

(1)求 C 的直角坐标方程和 l 的普通方程；

(2)若直线 l 截曲线 C 所得线段的中点坐标为$(1，\sqrt{3})$，求 l 的斜率。

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|a-x|+|x+1|(a\in R)$。

(1)当 $a=6$ 时，解不等式 $f(x)\geqslant 9$；

(2)若 $f(x)-2a^2\geqslant 0$ 对任意 $x\in R$ 成立，求实数 a 的最大值

高三摸底文科数学参考答案及评分标准

一. 选择题：

1.B 2.C 3.B 4.A 5.B 6.B 7.A 8.D 9.A 10.C 11.A 12.A

二. 填空题：

13. 1 14.4 15.0 或 2 16.8

三. 解答题：

17 解:（1）由 2×2 的列联表中的数据，可得 $220+m=400$，得 $m=180$.

由 $220+100=n$，得 $n=320$.

由 $m+300=p$，得 $p=180+300=480$.

由 $400+400=q$，得 $q=800$ ……………………………………………………5 分

（2）由独立性检验的公式，可得

$K^2=\dfrac{800\times(220\times300-180\times100)^2}{400\times400\times320\times480}=75>10.828$，……………………………10 分

因此有 99.9% 的把握认为学生总成绩不好与数学成绩不好有关…………………12 分

18 解:

（1）$\because c\sin A=\sqrt{3}a\cos C$. 由正弦定理得 $\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin A\cos C$，…2 分

$\because A\in(0,\pi),\therefore \sin A\neq0,\therefore \sin C=\sqrt{3}\cos C$ ……………………………………4 分

$\therefore \tan C=\dfrac{sinC}{\cos C}=\sqrt{3}$

$\because C\in(0,\pi),\therefore C=\dfrac{\pi}{3}$ ……………………………………………………………………6 分

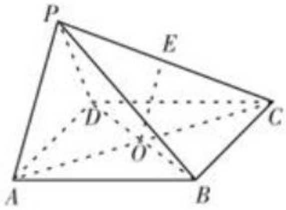
（2）$\because b=5a,c=\sqrt{21}$，

由余弦定理可得 $21=a^2+b^2-2ab\times\dfrac{1}{2}=a^2+25a^2-a\cdot5a=21a^2$ ……8 分

解得 $a=1\therefore b=5$ ……………………………………………………………………10 分

故 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times1\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………12 分

19. 解:证明：



(1)连结 AC，∵底面 $ABCD$ 为矩形，O 为 BD 的中点，

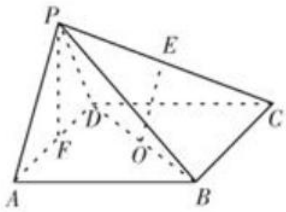
∴ AC 与 BD 交于 O 点，且 O 为 AC 的中点，

∵ E 是 PC 的中点，∴ $OE//PA$，..2 分

又 $PA\subset$ 平面 PAD，$OE\not\subset$ 平面 PAD

∴ $OE//$ 平面 PAD．...5 分

解：(2)取 AD 的中点 F，连结 PF，..6 分



∵ $PA=PD$，∴ $PF\perp AD$，..7 分

又∵平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，PF$\subset$平面 PAD.

∴ $PF\perp$ 平面 $ABCD$，

∴ PF 为四棱锥 $P-ABCD$ 的高...9 分

又 $PA=PD=2, AD=2\sqrt{2}$，∴ $PF=\sqrt{2}$，......................................10 分

∴四棱锥 $P-ABCD$ 的体积：

$$V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}\times S_{矩形ABCD}\times PF=\frac{1}{3}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$$

....12 分

20.（1）由椭圆的定义知 $4a=4\sqrt{2}$，$a=\sqrt{2}$

由 $e=\frac{c}{a}$ 知 $c=ea=1$

$b^2=a^2-c^2=1$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ....4 分

（2）由（1）知 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$，$|F_1F_2|=2$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$l:x=my-1$ ....5 分

联立 $x=my-1$ 与 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 消 x 得

$(m^2+2)y^2-2my-1=0$， ....6 分

$y_1+y_2=\frac{2m}{m^2+2}$ $y_1y_2=\frac{-1}{m^2+2}$

$|y_1-y_2|=\frac{2\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}}{m^2+2}$ ....9 分

$S_{ABF_2}=2\sqrt{2}\sqrt{\frac{m^2+1}{(m^2+2)^2}}=2\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{m^2+1+\frac{1}{m^2+1}+2}}$ ....11 分

当 $m^2+1=1,m=0$ 时，$S_{\Delta ABF_2}$ 最大为 $\sqrt{2}$，$l:x=-1$..........12 分

21. 解（1）当 $a=2$ 时，$f(x)=x\ln x-2x+2$，$f'(x)=\ln x-1$

由 $f'(x)<0$ 得 $0<x<e$，由 $f'(x)>0$ 得 $x>e$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 上单调递减，在 $(\mathrm{e},+\infty)$ 上单调递增，........3 分

且 $f(\mathrm{e})=\mathrm{e}\ln\mathrm{e}-2\mathrm{e}+2=2-\mathrm{e}$

$f(1)=1\ln1-2\times1+2=0$

$f(e^2)=e^2\ln e^2-2e^2+2=2$

则函数 $f(x)$ 的最小值为 $2-e$，最大值为 2． ....6 分

（2）由题得 $x>0$，若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，则 $\ln x-ax+2\geq 0$，

即 $\ln x+\dfrac{2}{x}\geq a$ 恒成立

令 $g(x)=\ln x+\dfrac{2}{x}$，则 $g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{x-2}{x^2}$，..............8 分

当 $0<x<2$ 时，$g'(x)<0$；

当 $x>2$ 时，$g'(x)>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递减，在 $(2,+\infty)$ 上单调递增.......10 分

则 $g(x)_{\min}=g(2)=1+\ln 2$，所以 $a\leq 1+\ln 2$，

故 a 的取值范围为 $(-\infty,1+\ln 2]$. ....12 分

22. 解解：（1）因为 $\rho^2\sin 2\theta=2$，所以 $\rho^2\sin\theta\cos\theta=1$，

故 C 的直角坐标方程为 $xy=1$...2 分

当 $\cos\alpha\neq 0$ 时，l 的普通方程为 $y-\sqrt{3}=\tan\alpha(x-1)$；

当 $\cos\alpha=0$ 时，l 的普通方程为 $x=1$.................................5 分

（2）设 l 截曲线 C 所得线段的两端点对应参数为 t_1，t_2，

将 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\ y=\sqrt{3}+t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $xy=1$，

得 $t^2\sin\alpha\cos\alpha+\left(\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha\right)t+\sqrt{3}-1=0$ 的两根即为 t_1，t_2，.....7 分

所以 $t_1+t_2=-\dfrac{\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$，

直线 l 截曲线 C 所得线段的中点坐标为 $(1,\sqrt{3})$，即所对应参数 $t=0$，

故 $\dfrac{\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=0$，...9 分

所以 $\tan\alpha=-\sqrt{3}$，故 l 的斜率为 $-\sqrt{3}$ ....10 分

……………………………………………………………………………………………10 分

23 解(1)当 $a=6$ 时，$f\left(x\right)=\left|6-x\right|+\left|x+1\right|=\left|x-6\right|+\left|x+1\right|$，

此时不等式 $f\left(x\right)\geq 9$ 为 $\left|x-6\right|+\left|x+1\right|\geq 9$，

$\therefore\begin{cases}x>6,\\x-6+x+1\geq 9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leq x\leq 6,\\6-x+x+1\geq 9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<-1,\\6-x-x-1\geq 9\end{cases}$，

解得 $x\geq 7$ 或 $x\leqslant -2$，即所求不等式解集为 $\left(-\infty,-2\right]\cup\left[7,+\infty\right)$.

(2) $\because\left|a-x\right|+\left|x+1\right|\geq\left|a-x+x+1\right|$，

$\therefore\left|a-x\right|+\left|x+1\right|\geq\left|a+1\right|$，

又 $f\left(x\right)-2a^2\geq 0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 成立，

$\therefore\left|a+1\right|\geq 2a^2$，$\therefore -\dfrac{1}{2}\leq a\leq 1$，

∴所求实数 a 的最大值为 1.

……………………………………………………………………………………………10 分