

华大新高考联盟 2021 届高三 11 月教学质量测评

理科数学



扫码关注 查询成绩

命题:华中师范大学考试研究院

成绩查询网址:huada.onlyets.com 关注微信公众号查询成绩:ccnu-testing

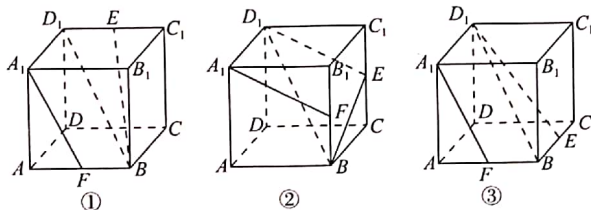
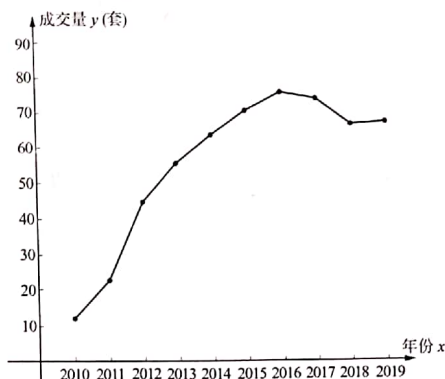
本试题卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $z=2-i$, 则 $|z^2-6| =$
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. 设集合 $A=\{x|x>m\}$, $B=\{x|(x+3)(x-4)<0\}$, 若 $(\complement_{\mathbb{R}}A)\cap B=\{x|-3<x\leq 1\}$, 则 $m =$
A. -3 B. 1 C. 4 D. -1
3. 自 2010 年以来,一、二、三线的房价均呈现不同程度的上升趋势,以房养老、以房为聘的理念深入人心,使得各地房产中介公司的交易额日益增加。现将 A 房产中介公司 2010—2019 年 4 月份的售房情况统计如图所示,根据 2010—2013 年、2014—2016 年、2017—2019 年的数据分别建立回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}_1x+\hat{a}_1$, $\hat{y}=\hat{b}_2x+\hat{a}_2$, $\hat{y}=\hat{b}_3x+\hat{a}_3$, 则
A. $\hat{b}_1>\hat{b}_2>\hat{b}_3, \hat{a}_3>\hat{a}_2>\hat{a}_1$
B. $\hat{b}_2>\hat{b}_1>\hat{b}_3, \hat{a}_3>\hat{a}_2>\hat{a}_1$
C. $\hat{b}_1>\hat{b}_2>\hat{b}_3, \hat{a}_3>\hat{a}_1>\hat{a}_2$
D. $\hat{b}_2>\hat{b}_1>\hat{b}_3, \hat{a}_3>\hat{a}_1>\hat{a}_2$
4. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是它们所在线段的中点, 则满足 $A_1F \parallel$ 平面 BD_1E 的图形个数为
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3



5. 龙马负图、神龟载书图像如图甲所示,数千年来被认为是中华传统文化的源头;其中洛书有云,神龟出于洛水,甲壳上的图像如图乙所示,其结构是戴九履一,左三右七,二四为肩,六八为足,以五居中,五方白圈皆

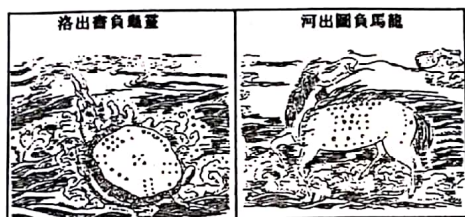
数学试题(全国卷理科数学) 第 1 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

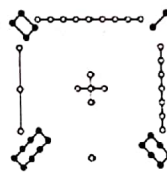


扫描全能王 创建

阳数,四角黑点为阴数;若从阳数和阴数中分别随机抽出 2 个和 1 个,则被抽到的 3 个数的数字之和超过 16 的概率为



图甲



图乙

- A. $\frac{13}{40}$ B. $\frac{7}{20}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{10}$

6. 函数 $f(x) = x^2 \cos x$ 的图像在点 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程为

- A. $y = -2\pi x + \pi^2$ B. $y = 2\pi x - 3\pi^2$ C. $y = -\pi x$ D. $y = \pi x - 2\pi^2$

7. 已知 $y = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $y = \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$, $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$ 的部分图像如下所示, 则



A. $f(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$, $h(x) = \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

B. $f(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $g(x) = \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$, $h(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$

C. $f(x) = \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$, $g(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $h(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$

D. $f(x) = \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$, $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$, $h(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

8. $\left(\frac{2}{\sqrt{x^3}} - \frac{3}{x^3}\right)\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项为

- A. -66 B. 15 C. -15 D. 66

9. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha = \tan \frac{17\pi}{12} \cdot (\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha)$, 则 $\alpha =$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{12}$ D. $\frac{5\pi}{12}$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9 = 81$, $a_7 = 13$, 若 $S_3, S_{17} - S_{16}, S_k$ 成等比数列, 则 $k =$

- A. 11 B. 13 C. 15 D. 17

11. 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若椭圆 M 与坐标轴分别交于 A, B, C, D

四点, 且从 F_1, F_2, A, B, C, D 这六点中, 可以找到三点构成一个直角三角形, 则椭圆 M 的离心率的可能取值为

① $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- A. ①④ B. ①③ C. ①②③ D. ②④

12. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $xf'(x) = x^3 e^x + 2f(x)$, 若 $f(2) = 4e^2 + 4$, 则函数 $g(x) = f(x) - 2$ 的零点个数为

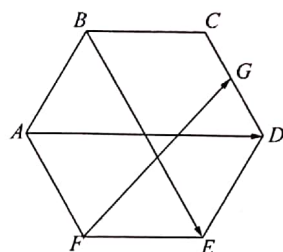
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 若实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} 2x+y \geq 4, \\ x+3 \geq y, \\ x \leq 4, \end{cases}$ 则 $z=2x-3y$ 的最小值为_____。

14. 如图所示,正六边形 $ABCDEF$ 中,点 G 为线段 CD 的中点,若 $\overrightarrow{FG} = x \overrightarrow{AD} + y \overrightarrow{BE}$,则 $x+y=$ _____。



15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ 与 x 轴的正、负半轴分别交于 M, N 两点,左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,若以 $F_1 F_2$ 为直径的圆与双曲线 C 的一条渐近线交于点 P ,则 $\tan 2\angle MPN =$ _____。

16. 已知长方体 $ABCD-A_1 B_1 C_1 D_1$ 的体积为 40,外接球表面积为 45π , $AB=5, BC < AA_1$,点 M 在线段 $A_1 D$ 上运动(含端点位置),记直线 BM 与平面 $BCC_1 B_1$ 的所成角为 θ ,则 $\tan \theta$ 的取值范围为_____。

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

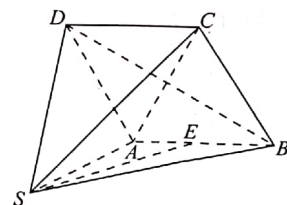
已知 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $ac \sin A = 2 \sin C (a^2 + c^2 - b^2)$, $b - c = \frac{2 \sin A}{\sin B + \sin C}$ 。

(1)若 $\triangle ABC$ 的外接圆面积为 8π ,求 $\sin A$ 的值;

(2)若 $A=C$,点 M 在线段 BC 上,且 $AM=2\sqrt{5}$,求 $\angle AMB$ 的大小。

18. (12 分)

如图所示,四棱锥 $S-ABCD$ 中, $\triangle SAB$ 为等边三角形,四边形 $ABCD$ 为菱形, $\frac{AC}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,二面角 $S-AB-C$ 为直二面角,点 E 为线段 AB 的中点。



(1)求证: $SC \perp CD$;

(2)求直线 BC 与平面 SCD 所成角的余弦值。

19. (12 分)

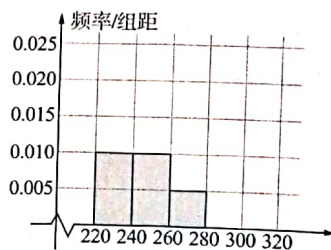
山竹,原产于马鲁古,具有清热泻火、生津止渴的功效,其含有丰富的蛋白质与脂类,对体弱、营养不良的人群都有很好的调养作用,因此被誉为夏季的“水果之王”,受到广大市民的喜爱。现将某水果经销商近一周内山竹的销售情况统计如下表所示:

采购数量 x (单位:箱)	$[220, 240)$	$[240, 260)$	$[260, 280)$	$[280, 300)$	$[300, 320]$
采购人数	100	100	50	200	50

(1)根据表格中数据,完善频率分布直方图;

(2)求近一周内采购量在 286 箱以下(含 286 箱)的人数以及采购数量 x 的平均值;

(3)以频率估计概率,若从所有采购者中随机抽取 4 人,记采购量不低于 260 箱的采购人数为 X ,求 X 的分布列以及数学期望 $E(X)$ 。



20. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $A(1, 2)$, 直线 l 与抛物线 C 交于 M, N 两点.

(1) 求抛物线 C 在点 A 处的切线方程;

(2) 已知直线 AM, AN 与以 $C'(1, 0)$ 为圆心、 $\frac{1}{2}$ 为半径的圆 C' 都仅有 1 个交点, 判断直线 l 与圆 C' 的位置关系, 并说明理由.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - mx$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $(2, 5)$ 上的单调性;

(2) 记函数 $F(x) = xf(x)$, 若 M 为函数 $F(x)$ 的极小值, 求证: $m - 1 < M < -m$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

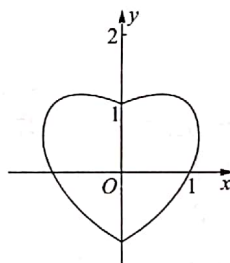
如图所示, 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\sqrt{1 - |\cos \theta|} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\rho}$,

点 $P\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$. 以极点为原点, 极轴为 x 轴建立平面直角坐标系 xOy .

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$ (t 为参数), 若直线 l 与曲线 C 交于 M ,

N 两点, 求 $\frac{1}{|PM|} + \frac{1}{|PN|}$ 的值.



23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - 2| + |x - 6|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 12$ 的解集;

(2) 记集合 $A = \{x | f(x) - 2a = 0\}$, 若 $A \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

