机密★启用前(新高考卷)

华中师范大学第一附属中学2021年高考押题卷

数　学

本试题卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知M,N为$\mathbf{R}$的两个不相等的非空子集,若$(\complement_{\mathbf{R}}N)\subseteq(\complement_{\mathbf{R}}M)$,则下列结论中正确的是

A. $\forall x\in N,x\in M$　　B. $\exists x\in M,x\notin N$　　C. $\exists x\notin N,x\in M$　　D. $\forall x\in M,x\notin \complement_{\mathbf{R}}N$

2. 已知抛物线$y=mx^2(m>0)$上的点$(x_0,2)$到该抛物线焦点F的距离为$\frac{17}{8}$,则$m=$

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

3. 为了贯彻落实《中共中央国务院全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的文件精神,某学校结合自身实际,推出了《植物栽培》《手工编织》《实用木工》《实用电工》《烹饪技术》五门校本劳动选修课程,要求每个学生从中任选三门进行学习,学生经考核合格后方能获得该学校荣誉毕业证,则甲、乙两人的选课中仅有一门课程相同的概率为

A. $\frac{3}{25}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{3}{5}$

4. 已知S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和,若存在$m\in\mathbf{N}^*$,满足$\frac{S_{2m}}{S_m}=9,\frac{a_{2m}}{a_m}=\frac{5m+1}{m-1}$,则数列$\{a_n\}$的公比为

A. -2　　B. 2　　C. -3　　D. 3

5. 已知大气压强$p=\frac{压力}{受力面积}$,它的单位是“帕斯卡”(Pa,1 Pa=1 N/m²),大气压强p(Pa)随海拔高度h(m)的变化规律是$p=p_0e^{-kh}(k=0.000126)$,p_0是海平面大气压强.已知在某高山A_1,A_2两处测得的大气压强分别为p_1,p_2,且$\frac{p_1}{p_2}=\frac{1}{2}$,那么$A_1,A_2$两处的海拔高度的差约为(参考数据:$\ln2\approx0.693$)

A. 550m　　B. 1818m　　C. 5500m　　D. 8732m

6. 在平行四边形$ABCD$中,$\angle BAD=60°$,$AB=4$,$AD=3$,且$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$,则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 10

7. 已知函数$f(x)=\log_3(9^x+1)-x$,设$a=f(\frac{1}{10})$,$b=f(-e^{-\frac{9}{10}})$,$c=f(\ln\frac{11}{10})$,则a,b,c的大小关系为

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<a<c$

8. 斜率为$\frac{1}{3}$的直线l经过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F_1$,交双曲线两条渐近线于$A,B$两点,$F_2$为双曲线的右焦点且$|AF_2|=|BF_2|$,则双曲线的渐近线方程为

A. $y=\pm x$　　B. $y=\pm\sqrt{2}x$　　C. $y=\pm2x$　　D. $y=\pm\frac{1}{2}x$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 已知复数$z=\cos140°+\mathrm{i}\sin140°$,i为虚数单位,则下列说法正确的是

A. z的虚部为$\mathrm{i}\sin140°$　　B. z在复平面上对应的点位于第二象限

C. $z=\frac{1}{\bar{z}}$　　D. $z^3=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

10. 为庆祝中国共产党成立100周年,A、B、C、D四个兴趣小组举行党史知识竞赛,每个小组各派10名同学参赛,记录每名同学失分(均为整数)情况,若该组每名同学失分都不超过7分,则该组为“优秀小组”,已知A、B、C、D四个小组成员失分数据信息如下,则一定为“优秀小组”的是

A. A组中位数为2,极差为5　　B. B组平均数为2,众数为2

C. C组平均数为1,方差大于0　　D. D组平均数为2,方差为3

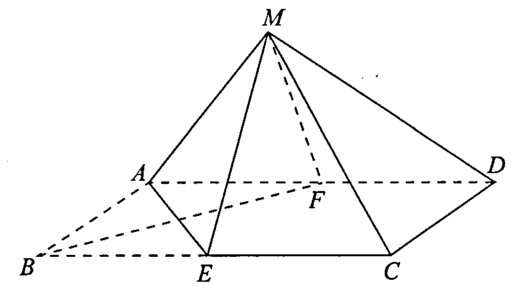
11. 如图,矩形$ABCD$中,已知$AB=2$,$BC=4$,E为BC的中点.将$\triangle ABE$沿着AE向上翻折至$\triangle MAE$得到四棱锥$M-AECD$,平面AEM与平面$AECD$所成锐二面角为α,直线ME与平面$AECD$所成角为β,则下列说法正确的是

A. 若F为AD中点,则$\triangle ABE$无论翻折到哪个位置都有平面$AEM\perp$平面MBF

B. 若Q为MD中点,则$\triangle ABE$无论翻折到哪个位置都有CQ//平面AEM

C. $\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\beta$

D. 存在某一翻折位置,使$\sqrt{2}\cos\alpha=\cos\beta$



(第11题图)

12. 已知函数$f(x)=|\sin x|+|\cos x|-\sin2x-1$,则下列说法正确的是

A. $f(x)$是以π为周期的函数

B. $x=\frac{\pi}{2}$是曲线$y=f(x)$的对称轴

C. 函数$f(x)$的最大值为$\sqrt{2}$,最小值为$\sqrt{2}-2$

D. 若函数$f(x)$在$(0,M\pi)$上恰有2021个零点,则$\frac{2021}{2}<M\leqslant1011$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. $(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}})^n$的展开式中,只有第9项的二项式系数最大,则展开式中x的幂的指数为整数的项共有________项.

14. 写出一个定义在$\mathbf{R}$上且使得命题“若$f'(1)=0$,则1为函数$f(x)$的极值点”为假命题的函数$f(x)$

=________.

15. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点都在球 O 的表面上，若底面 $ABCD$ 是梯形，且 $CD//AB$，$AD=BC=CD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$，则当球 O 的表面积最小时，四棱锥 $P-ABCD$ 的高的最大值为________.

16. 设 $a_n=\frac{1^2}{1}+\frac{2^2}{3}+\cdots+\frac{n^2}{2n-1}$，$b_n=\frac{1^2}{3}+\frac{2^2}{5}+\cdots+\frac{n^2}{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，记最接近 a_n-b_n 的整数为 c_n，则 $c_{505}=$________；$c_n=$________.(用 n 表示)

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10 分)

已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=a$(a 为常数)，$a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}+3n-1(n\geqslant 2$ 且 $n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)若 $a=\frac{3}{2}$，$b_n=a_n-2n$，求数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n；

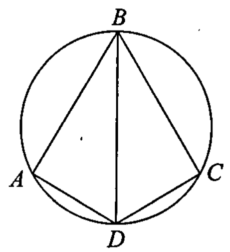
(2)是否存在实数 a，使数列$\{a_n\}$为等差数列？若存在，求出 a 的所有值，若不存在，请说明理由.

18.(12 分)

已知平面四边形 $ABCD$ 内接于圆 O，$AB=BC=3$，$\angle ABC=60°$.

(1)若 $CD=\sqrt{3}$，求$\angle ABD$ 所对的圆弧$\overset{\frown}{AD}$的长；

(2)求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



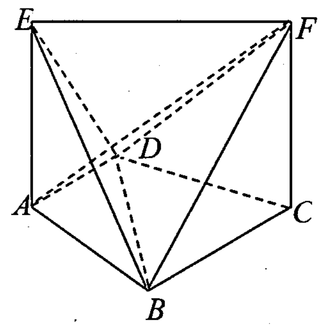
(第 18 题图)

19.(12 分)

七面体玩具是一种常见的儿童玩具. 在几何学中，七面体是指由七个面组成的多面体，常见的七面体有六角锥、五角柱、正三角锥柱、Szilassi 多面体等. 在拓扑学中，共有 34 种拓扑结构明显差异的凸七面体，它们可以看作是由一个长方体经过简单切割而得到的. 在如图所示的七面体 $EABCFD$ 中，$EA\perp$平面 $ABCD$，$EA//FC$，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AD=AB=2$，$BC=FC=EA=4$.

(1)在该七面体中，探究以下两个结论是否正确. 若正确，给出证明；若不正确，请说明理由：①$EF//$平面 $ABCD$；②$AF\perp$平面 EBD；

(2)求该七面体的体积.



(第 19 题图)

20.(12 分)

某市消防部门对辖区企业员工进行了一次消防安全知识问卷调查，通过随机抽样，得到参加问卷调查的 500 人(其中 300 人为女性)的得分(满分 100)数据，统计结果如表所示：

得分	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男性人数	20	60	40	40	30	10
女性人数	10	70	60	75	50	35

(1)把员工分为对消防知识"比较熟悉"(不低于 70 分的)和"不太熟悉"(低于 70 分的)两类，请完成如下 2×2 列联表，并判断是否有 99%的把握认为该企业员工对消防知识的熟悉程度与性别有关？

	不太熟悉	比较熟悉	合计
男性			
女性			
合计			

(2)为增加员工消防安全知识及自救、自防能力，现将企业员工分成两人一组开展"消防安全技能趣味知识"竞赛. 在每轮比赛中，小组两位成员各答两道题目，若他们答对题目个数和不少于 3 个，则小组积 1 分，否则积 0 分. 已知 A 与 B 在同一小组，A 答对每道题的概率为 p_1，B 答对每道题的概率为 p_2，且 $p_1+p_2=1$，理论上至少要进行多少轮比赛才能使 A、B 所在的小组的积分的期望值不少于 5 分？

附：参考公式及 K^2 检验临界值表

$P(k^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)+mx^2$，$m>0$.

(1)若 $f(x)$在$(1,f(1))$处的切线斜率为$\frac{13}{2}$，求函数 $f(x)$的单调区间；

(2)$g(x)=f(x)-\sin x$，若 $x=0$ 是 $g(x)$的极大值点，求 m 的取值范围.

22.(12 分)

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1$、$F_2$ 分别是椭圆的左、右焦点，P 是椭圆上的动点，直线 PF_1 交椭圆于另一点 M，直线 PF_2 交椭圆于另一点 N，当 P 为椭圆的上顶点时，有$|PM|=|MF_2|$.

(1)求椭圆 E 的离心率；

(2)求$\frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle PMN}}$的最大值.