

2021年云南省第一次高中毕业生复习统一检测

理科数学

注意事项：

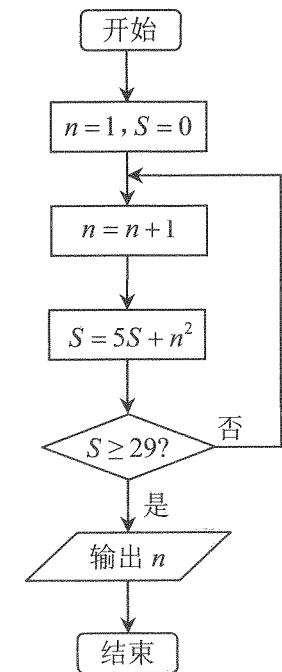
- 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的学校、姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的学校、准考证号、姓名、考场号、座位号，在规定的位置贴好条形码及填涂准考证号。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $S = \{x | -x < 2\}$ ， $T = \{x | x^2 < -x\}$ ，则 $S \cap T =$
 - $\{x | x < -2\}$
 - $\{x | x > 1\}$
 - $\{x | -1 < x < 0\}$
 - $\{x | -2 < x < -1\}$
- 已知 i 为虚数单位，若 $z = \frac{5+2i}{1+3i}$ ，则复数 z 在复平面内对应的点位于
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
- 已知 $P(-3, 4)$ 是角 α 的终边上的点，则 $\tan \alpha =$
 - $\frac{4}{5}$
 - $-\frac{3}{5}$
 - $-\frac{4}{3}$
 - $-\frac{3}{4}$
- 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 2, \\ x \leq y, \\ x+2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + y + \frac{1}{3}$ 的最大值等于
 - $\frac{4}{3}$
 - $\frac{8}{3}$
 - 2
 - 3

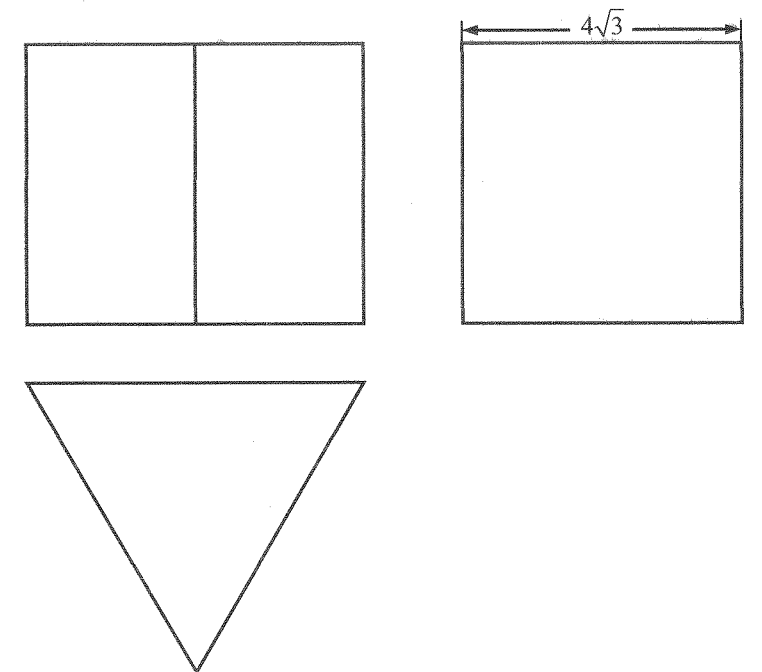
5. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $n =$

- 2
- 3
- 4
- 5



6. 一个正三棱柱的三视图如下图所示（正视图由两个全等的矩形组成，侧视图是一边长为 $4\sqrt{3}$ 的矩形，俯视图是正三角形）。若这个正三棱柱的表面积为 $136\sqrt{3}$ ，则它的侧视图的面积为

- 52
- 53
- $\frac{112\sqrt{3}}{3}$
- $36\sqrt{3}$



7. 已知向量 $\vec{a} = (\frac{3}{2}, 1)$, $\vec{b} = (-\frac{1}{2}, 4)$, 则

- A. $\vec{a} // (\vec{a} - \vec{b})$ B. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$
C. $(\vec{a} - \vec{b}) // (\vec{a} + \vec{b})$ D. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$

8. 甲、乙、丙三名志愿者到某医院参加抗击新冠疫情活动, 该医院有 A 、 B 两种类型的机器各一台, 其中甲只会操作 A 种类型的机器, 乙、丙两名志愿者两种类型的机器都会操作. 现从甲、乙、丙三名志愿者中选派 2 人去操作该医院 A 、 B 两种类型的机器 (每人操作一台机器), 则不同的选派方法一共有

- A. 2 种 B. 4 种 C. 6 种 D. 8 种

9. 已知 $\odot M$ 的圆心在曲线 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 上, 且 $\odot M$ 与直线 $2x + y + 1 = 0$ 相切, 则 $\odot M$ 的面积的最小值为

- A. $\frac{9\pi}{5}$ B. 4π C. 5π D. 9π

10. 三棱锥 $P-ABC$ 的顶点都在球 O 的球面上, $AC \perp BC$, $AC = 2$, $BC = 4$. 若三棱锥 $P-ABC$ 的体积的最大值为 $\frac{20}{3}$, 则球 O 的体积为

- A. $\frac{82\pi}{3}$ B. 33π C. $\frac{100\pi}{3}$ D. 36π

11. 已知双曲线 M 的中心在坐标原点, 焦点在 x 轴上, 点 $P(\sqrt{2}, 1)$ 在双曲线 M 的一条渐近线上. 若以双曲线 M 的实轴为直径作圆, 该圆经过点 P , 则双曲线 M 的方程为

- A. $\frac{x^2}{3} - \frac{2y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$
C. $\frac{y^2}{3} - \frac{2x^2}{3} = 1$ D. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{6} = 1$

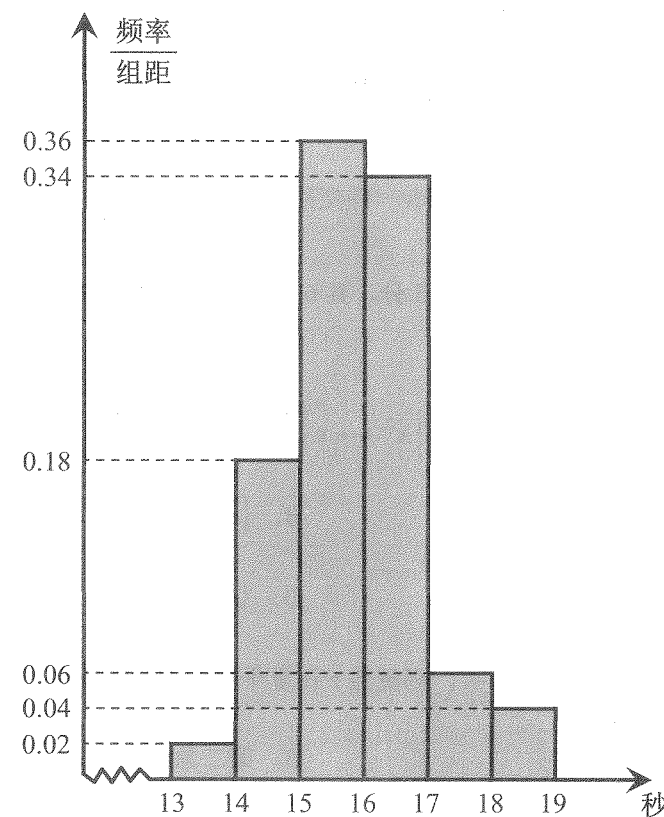
12. $\triangle ABC$ 的三内角 A, B, C 对的边分别为 a, b, c . 若 $3a \sin A + 3b \sin B + 4a \sin B = 3c \sin C$, 则 $\cos A \cos B - \sin A \sin B =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(x^4 - x^{-6})^{10}$ 的展开式中常数项是_____ (用数字作答).

14. 某学校为了解该校 400 名学生的百米成绩 (单位: 秒), 从这 400 名学生中随机选取了 50 名进行调查, 把他们的百米成绩分成 $[13, 14)$, $[14, 15)$, $[15, 16)$, $[16, 17)$, $[17, 18)$, $[18, 19]$, 共 6 个组, 绘制成如图所示的频率分布直方图.



根据样本的频率分布直方图, 估算该校这 400 名学生百米成绩在 $[14, 16)$ (单位: 秒) 的人数大约是_____人.

15. 已知抛物线 $M: y^2 = 16x$ 的焦点为 F , P 为抛物线 M 上一点. 若 $|PF| = 5$, 则 P 点的坐标为_____.

16. 已知 e 是自然对数的底数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 关于 x 的不等式 $x^3 - e^{ax} \geq 0$ 的解集非空, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，

每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某社区管委会积极响应正在开展的“创文活动”，特制订了饲养宠物的管理规定。为了解社区住户对这个规定的态度（赞同与不赞同），工作人员随机调查了社区 220 户住户，将他们的态度和家里是否有宠物的情况进行了统计，得到如下 2×2 列联表（单位：户）：

	赞同规定住户	不赞同规定住户	合计
家里有宠物住户	70	40	110
家里没有宠物住户	90	20	110
合计	160	60	220

同时，工作人员还从上述调查的不赞同管理规定的住户中，用分层抽样的方法按家里有宠物、家里没有宠物抽取了 18 户组成样本 T ，进一步研究完善饲养宠物的管理规定。

（1）根据上述列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为“社区住户对饲养宠物的管理规定的态度与家里是否有宠物有关系”？

（2）工作人员在样本 T 中随机抽取 6 户住户进行访谈，求这 6 户住户中，至少有 1 户家里没有宠物的概率 P （结果用数字表示）。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.010	0.001
k_0	2.706	6.635	10.828

18.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_n = 2 - 2S_n$ 。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）用 $\lceil x \rceil$ 表示不小于实数 x 的最小整数，例如 $\lceil -6.8 \rceil = -6$ ， $\lceil 0 \rceil = 0$ ， $\lceil 1.5 \rceil = 2$ 。

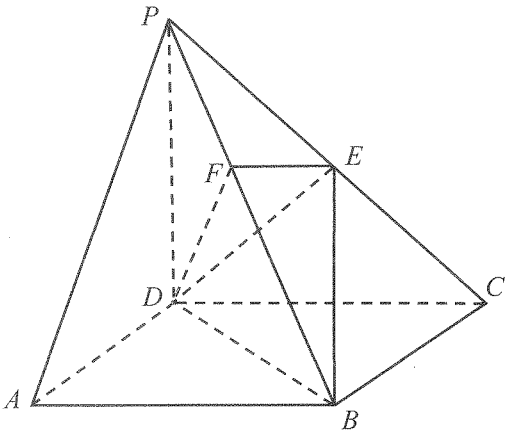
设 $b_n = \lceil -\log_3 a_n \rceil$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $DE \perp PC$ ，垂足为 E ， $EF \perp PB$ ，垂足为 F 。

（1）求证： $PB \perp$ 平面 EFD ；

（2）若 $PD = DC = DA$ ，求二面角 $F-DE-B$ 的正弦值。



20. (12 分)

已知 e 是自然对数的底数, 函数 $f(x) = e^x + \sin x - 2x$ 的导函数为 $g(x)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程;

(2) 若对任意 $x \in [-\frac{\pi}{3}, 0]$, 都有 $x \cdot g(x) \geq x^2 + m$, 求实数 m 的取值范围.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的动直线与椭圆 C

交于 P, M 两点, 直线 PF_2 与椭圆 C 交于 P, N 两点, 且 $\overrightarrow{PF_1} = \lambda \overrightarrow{F_1M}$, $\overrightarrow{PF_2} = \mu \overrightarrow{F_2N}$. 当

ΔF_1PF_2 的面积最大时, ΔMPN 为等边三角形.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 若 $b > \frac{1}{2}$, 直线 $\lambda x + \mu y = 1$ 与椭圆 C 是否有公共点? 若有, 有多少个公共点? 若没有, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极

坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = \frac{2}{\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$,

点 B 是曲线 C_2 上的点, 且点 B 的极坐标为 $(\rho_1, 0)$, $\rho_1 > 0$.

(1) 直接写出点 B 的直角坐标, 曲线 C_1 的直角坐标方程和曲线 C_2 的普通方程;

(2) 若点 A 是曲线 C_1 上的点, 求 ΔAOB 的面积的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $a > 0$, $b > 0$, $a + b = 2$.

(1) 求证: $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$;

(2) 若不等式 $|2x+1| - |2x-3| \geq ab$ 对满足已知条件的所有 a, b 都成立, 求实数 x 的取值范围.