福州市2021届高三10月调研A卷

数学参考答案

命题组：黄炳锋，宋建辉，许丽丽，耿熹

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．D，2．B，3．A，4．B，5．A，6．C，7．C，8．D．

8．解析：因为定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$上单调递减，且$f\left(2\right)=0$，

所以$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上也是单调递减，且$f\left(-2\right)=0$，$f\left(0\right)=0$，

所以当$x\in\left(-\infty,-2\right)\cup\left(0,2\right)$时，$f\left(x\right)>0$，当$x\in\left(-2,0\right)\cup\left(2,+\infty\right)$时，$f\left(x\right)<0$，

所以由$xf\left(x-1\right)\geq 0$，可得$\begin{cases}x<0,\\-2\leq x-1\leq 0\text{或}x-1\geq 2\end{cases}$或$\begin{cases}x>0,\\0\leq x-1\leq 2\text{或}x-1\leq -2\end{cases}$或$x=0$，

解得$-1\leqslant x\leqslant 0$或$1\leqslant x\leqslant 3$，

所以满足$xf\left(x-1\right)\geq 0$的x的取值范围是$\left[-1,0\right]\cup\left[1,3\right]$，故选D．

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分．

9．AB，10．AD，11．ACD，12．ABD．

11．解析：记未使用过的乒乓球为A，已使用过的为B，任取3个球的所有可能是：1A2B，2A1B，3A；A使用后成为B，故X的所有可能取值是3,4,5；

$$P(X=3)=\frac{C_6^1C_2^2}{C_8^3}=\frac{6}{56}=\frac{3}{28},$$

$$P(X=4)=\frac{C_6^2C_2^1}{C_8^3}=\frac{30}{56},$$

$$P(X=5)=\frac{C_6^3C_2^0}{C_8^3}=\frac{20}{56},$$

又X最有可能的取值是4，

$$E(X)=3\times\frac{3}{28}+4\times\frac{30}{56}+5\times\frac{20}{56}=\frac{17}{4}.$$

综上，选ACD.

12．解析：

$f\left(x+2\pi\right)=\sin\left(\sin\left(x+2\pi\right)\right)+\cos\left(\cos\left(x+2\pi\right)\right)=\sin\left(\sin x\right)+\cos\left(\cos x\right)=f\left(x\right)$，故A正确，

$f\left(\pi-x\right)=\sin\left(\sin\left(\pi-x\right)\right)+\cos\left(\cos\left(\pi-x\right)\right)=\sin\left(\sin x\right)+\cos\left(-\cos x\right)=\sin\left(\sin x\right)+\cos\left(\cos x\right)=f\left(x\right)$，

故 B 正确，

由于 $\sin x\in[-1,1],\cos x\in[-1,1]$，所以 $\sin(\sin x)<1$， $\cos(\cos x)\leqslant 1$，

故 $f(x)=\sin(\sin x)+\cos(\cos x)<2$，C 错误，

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$\sin x\in(0,1)$ 且单调递增，故 $y=\sin(\sin x)$ 是区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数，同理可判断，

$y=\cos(\cos x)$ 是区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数，故 $f(x)$ 是区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数，D 正确.

综上，选 ABD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．651，14．(1,0)，15． $-\frac{\sqrt{15}}{15}$，16． $\frac{25\pi}{4}$.

14．解析：抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线为 $x=-\frac{p}{2}$，

把圆化成标准方程为 $x^2+(y-1)^2=2$，得圆心 $M(0,1)$，半径 $r=\sqrt{2}$，

圆心到准线的距离为 $\frac{p}{2}$，所以 $(\frac{p}{2})^2+(\frac{2}{2})^2=(\sqrt{2})^2$，即 $p=2$，

所以焦点坐标为 $(1,0)$.

15．解析：由 $2\cos 2\alpha+15\sin\alpha+2=0$，得 $2(1-2\sin^2\alpha)+15\sin\alpha+2=0$，

即 $4\sin^2\alpha-15\sin\alpha-4=0$，所以 $(4\sin\alpha+1)(\sin\alpha-4)=0$，

因为 $\sin\alpha-4\neq 0$，解得 $\sin\alpha=-\frac{1}{4}$，

又 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，所以 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

所以 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\sqrt{15}}{15}$.

16．解析： $AB=2$， $AC\perp BC$，故底面三角形外接圆半径为 $r=1$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}CA\cdot CB\leq\frac{1}{4}\left(CA^2+CB^2\right)=1$，当 $CA=CB=\sqrt{2}$ 时等号成立，

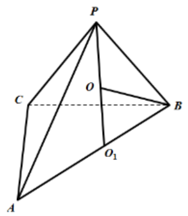
由 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{2}{3}$，所以 $h\geq 2$，

当 P 离平面 ABC 最远时，外接球表面积最小，此时，P 在平面 ABC 的投影为 AB 中点 O_1，

设球心为 O，则 O 在 PO_1 上，故 $R^2=\left(h-R\right)^2+1^2$，化简得到 $R=\dfrac{h}{2}+\dfrac{1}{2h}$，

注意到函数 $y=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2x}$ 在 $\left[2,+\infty\right)$ 上单调递增，故 $R_{\min}=\dfrac{5}{4}$，

所以 $S_{\min}=4\pi R_{\min}{}^2=\dfrac{25}{4}\pi$.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．本题主要考查等差数列、等比数列的概念、通项公式，数列求和等基础知识．考查运算求解能力，考查化归与转化思想，涉及的核心素养有数学抽象、数学运算等，体现基础性，综合性．满分 10 分

解析：选①

因为 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=-\dfrac{1}{2}$，$a_1=4$，所以 $\{a_n\}$ 是首项为 4，公比为 $-\dfrac{1}{2}$ 的等比数列.

所以 $a_n=4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-3}$. ··4 分

当 n 为奇数时，$S_n=\dfrac{4\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{8}{3}\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)$，

因为 $\dfrac{8}{3}\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)$ 随着 n 的增大而减小，所以此时 S_n 的最大值为 $S_1=4$；

当 n 为偶数时，$S_n=\dfrac{4\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{8}{3}\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)$，且 $S_n=\dfrac{8}{3}\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)<\dfrac{8}{3}<4$，

综上，S_n 存在最大值，且最大值为 4． ···10 分

选②

解法 1：因为 $a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{6}$， $a_1=4$，所以 $\{a_n\}$ 是首项为 4，公差为 $-\frac{1}{6}$ 的等差数列.

所以 $a_n=4+(n-1)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{6}n+\frac{25}{6}$， ……………………………………………4 分

由于 $-\frac{1}{6}n+\frac{25}{6}\ge 0$，得 $n\le 25$，所以 S_n 存在最大值，且最大值为 S_{25} 或 S_{24}，

因为 $S_{25}=4\times 25+\frac{25\times 24}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)=50$，所以 S_n 的最大值为 50. ………………10 分

解法 2：因为 $a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{6}$， $a_1=4$，所以 $\{a_n\}$ 是首项为 4，公差为 $-\frac{1}{6}$ 的等差数列.

所以 $a_n=4+(n-1)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{6}n+\frac{25}{6}$，

从而 $S_n=4n+\frac{n(n-1)}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{12}\left(n-\frac{49}{2}\right)^2+\frac{2401}{48}$，

所以当 $n=24$ 或 $n=25$ 时 S_n 取得最大值，且最大值为 50. ………………………10 分

选③

因为 $a_{n+1}=a_n+n-8$，所以 $a_{n+1}-a_n=n-8$，

所以 $a_2-a_1=-7$， $a_3-a_2=-6$，…， $a_n-a_{n-1}=n-9$，

所以 $a_n-a_1=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)=\frac{(-7+n-9)(n-1)}{2}=\frac{n^2-17n+16}{2}$，

又 $a_1=4$，所以 $a_n=\frac{n^2-17n+24}{2}$， …………………………………………………6 分

当 $n\ge 16$ 时， $a_n>0$，故 S_n 不存在最大值. ……………………………………10 分

18．本小题主要考查正弦定理、余弦定理等解三角形基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，化归与转化思想，涉及的核心素养有逻辑推理、数学运算等，体现基础性、综合性．满分 12 分．

解析：（1）由已知及正弦定理得， $\sin B(\sin C-\cos C)=\sin C(\cos B-\sin B)$，

即 $2\sin B\sin C=\sin B\cos C+\sin C\cos B=\sin(B+C)$，

因为$B+C=\pi-A$，所以$\sin(B+C)=\sin A$，

所以$2\sin B\sin C=\sin A$， ……………………………………………………………3 分

所以$2b\sin C=a$，又因为$h=b\sin C$，

所以$2h=a$，即$\dfrac{a}{h}=2$． ……………………………………………………………6 分

（2）由（1）得$h=\dfrac{1}{2}a$，$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{1}{4}a^2$，

所以$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{4}a^2$，即$2\sqrt{5}\sin A=a^2$， ………………………………………8 分

又由余弦定理，得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=6-2\sqrt{5}\cos A$，即$2\sqrt{5}\cos A=6-a^2$，

所以$a^4+(6-a^2)^2=20$，解得$a=\sqrt{2}$，或$a=2$． ……………………………12 分

19．本小题主要考查相关系数、随机抽样等基础知识，考查数据处理能力、运算求解能力、应用意识，考查统计与概率思想，涉及的核心素养有数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学运算、数据分析等，体现综合性、应用性．满分 12 分．

解析：（1）样本$\left(x_i,y_i\right)$（i=1，2，…，20）的相关系数为

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{20}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(x_i-\overline{x}\right)^2\sum_{i=1}^{20}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}=\frac{800}{\sqrt{80\times 9000}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\approx 0.94,$$

由于 0.94 接近 1，说明各样区的这种野生动物的数量与植物覆盖面积有很强的正相关性．

……………………………………………………………………………………………8 分

（2）更合理的抽样方法是分层抽样．理由如下：

由（1）知各样区的这种野生动物的数量与植物覆盖面积有很强的正相关性，由于各地块间植物覆盖面积差异很大，从而各地块间这种野生动物的数量差异也很大，采用分层抽样的方法能较好地保持样本结构与总体结构的一致性，提高样本的代表性，从而可以获得该地区这种野生动物数量更准确的估计． ………………………………………………………………12 分

20．本小题主要考查直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系等基础知识；考查空间想象能力、推理论证能力；考查化归与转化思想、函数与方程思想；涉及的核心素养有直观想象、逻辑推理、数学运算等，体现基础性、综合性．满分 12 分．

解析：（1）证法一：

连接A_1B，因为四边形A_1B_1BA是平行四边形，所以A_1B与AB_1交于点N，

连接 BC_1，在□A_1BC_1 中，N 是 A_1B 中点，M 是 A_1C_1 中点，

所以 $MN//BC_1$，

又 $MN \not\subset$ 平面 B_1BCC_1， $BC_1 \subset$ 平面 B_1BCC_1，

所以 $MN \parallel$ 平面 B_1BCC_1． ……………………………………………………………6 分

证法二：

取 B_1C_1 的中点 Q，连接 MQ, NP, PQ，

则有 $MQ \parallel A_1B_1$，且 $MQ = \frac{1}{2}A_1B_1$， $PN \parallel AB$，且 $PN = \frac{1}{2}AB$，

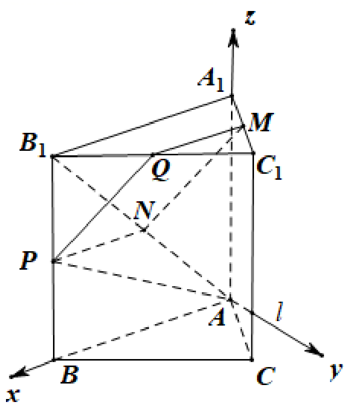
又 $AB \parallel A_1B_1$， $AB = A_1B_1$，所以 $PN \parallel MQ$，且 $PN = MQ$，

所以 $PNMQ$ 为平行四边形，所以 $MN \parallel PQ$，

又 $MN \not\subset$ 平面 B_1BCC_1， $PQ \subset$ 平面 B_1BCC_1，

所以 $MN \parallel$ 平面 B_1BCC_1． ……………………………………………………………6 分

（2）在平面 ABC 内过点 A 作射线 l 垂直于 AB，易知 AB，l，AA_1 两两垂直，如图，以 A 为原点，分别以 AB，l，AA_1 为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系 $A-xyz$，



则 $P\left(1,0,\frac{1}{2}\right)$， $N\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$， $A_1\left(0,0,1\right)$，设 $M\left(x_0,y_0,1\right)$，

则 $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2}-x_0,-y_0,-\frac{1}{2}\right)$， $\overrightarrow{A_1M} = \left(x_0,y_0,0\right)$

因为 $AP \perp MN$，所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{MN} = (\frac{1}{2}-x_0)-\frac{1}{4}=0$，

解得 $x_0 = \frac{1}{4}$，又因为 $|\overrightarrow{A_1M}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{A_1C_1}| = \frac{1}{2}$，

所以 $x_0{}^2 + y_0{}^2 = \frac{1}{4}$，解得 $y_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$（舍去负值），

所以 $M\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1\right)$．

设 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$ 为平面 PMN 的一个法向量，

因为 $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{4},-\frac{1}{2}\right)$， $\overrightarrow{PN}=\left(-\frac{1}{2},0,0\right)$，

所以 $\begin{cases}\frac{1}{4}x-\frac{\sqrt{3}}{4}y-\frac{1}{2}z=0,\\ -\frac{1}{2}x=0,\end{cases}$ 取 $y=1$，则 $\boldsymbol{n}_1=\left(0,1,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

又 $\boldsymbol{n}_2=(0,1,0)$ 为平面 A_1PN 的一个法向量，

所以 $\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|}=\frac{1}{\sqrt{\frac{7}{4}}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$，

所以二面角 A_1-PN-M 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$． ……………………………………12 分

21．本小题主要考查函数的单调性、导数、导数的几何意义及其应用、不等式等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、创新意识等，考查分类与整合思想、数形结合思想，涉及的核心素养有数学抽象、数学运算、逻辑推理等，体现综合性、应用性与创新性．满分 12 分．

解析：（1） $f'(x)=\frac{1}{x+a}+2x$，依题意有 $f'(-1)=0$，故 $a=\frac{3}{2}$．

经检验 $a=\frac{3}{2}$．

$f'(x)=\frac{2x^2+3x+1}{x+\frac{3}{2}}=\frac{(2x+1)(x+1)}{x+\frac{3}{2}}$， $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$，

当 $-\frac{3}{2}<x<-1$ 时， $f'(x)>0$；当 $-1<x<-\frac{1}{2}$ 时， $f'(x)<0$；当 $x>-\frac{1}{2}$ 时， $f'(x)>0$．

所以 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{3}{2},-1\right)$，$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$ 单调递增，在区间 $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$ 单调递减．

………………………………………………………………………………………………5 分

（2） $f(x)$ 的定义域为 $(-a,+\infty)$， $f'(x)=\frac{2x^2+2ax+1}{x+a}$．

方程 $2x^2+2ax+1=0$ 的判别式 $\Delta=4a^2-8$．

若 $\Delta<0$，即 $-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$，在 $f(x)$ 的定义域内 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 无极值．

若$\Delta=0$，则$a=\sqrt{2}$或$a=-\sqrt{2}$.

当$a=\sqrt{2}$，$x\in\left(-\sqrt{2},+\infty\right)$，$f'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{2}x-1\right)^2}{x+\sqrt{2}}$，当$x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，$f'(x)=0$，当

$x\in\left(-\sqrt{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$无极值.

当$a=-\sqrt{2}$，$x\in\left(\sqrt{2},+\infty\right)$，$f'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{2}x+1\right)^2}{x-\sqrt{2}}>0$，$f(x)$也无极值.

若$\Delta>0$，即$a>\sqrt{2}$或$a<-\sqrt{2}$，

则$2x^2+2ax+1=0$有两个不同的实根$x_1=\dfrac{-a-\sqrt{a^2-2}}{2}$，$x_2=\dfrac{-a+\sqrt{a^2-2}}{2}$.

当$a<-\sqrt{2}$时，$x_1<-a$，$x_2<-a$，从而$f'(x)$有$f(x)$的定义域内没有零点，故$f(x)$无极值.

当$a>\sqrt{2}$时，$x_1>-a$，$x_2>-a$，$f'(x)$在$f(x)$的定义域内有两个不同的零点，

可知$f(x)$在$x=x_1$，$x=x_2$取得极值.

综上，$f(x)$存在极值时，a的取值范围为$\left(\sqrt{2},+\infty\right)$.

由$2x^2+2ax+1=0$可得$x_1+x_2=-a,x_1x_2=\dfrac{1}{2}$，则$x_1^2+x_2{}^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=a^2-1$，

$\ln\left(x_1+a\right)+\ln\left(x_2+a\right)=\ln\left(x_1+a\right)\left(x_2+a\right)=\ln\left[x_1x_2+a\left(x_1+x_2\right)+a^2\right]=\ln\dfrac{1}{2}$，

所以$f(x)$的极值之和为

$$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)=\ln\left(x_1+a\right)+x_1^2+\ln\left(x_2+a\right)+x_2{}^2=\ln\frac{1}{2}+a^2-1>1-\ln 2=\ln\frac{\mathrm{e}}{2}.$$

……………………………………………………………………………………………12 分

22．本小题主要考查直线与椭圆的方程、直线与椭圆的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、函数与方程思想、分类与整合思想，涉及的核心素养有数学运算，逻辑推理等，体现基础性，综合性．满分 12 分．

解析：（1）由题意可得$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{1-\dfrac{b^2}{a^2}}$，即$a^2=2b^2$，

所以椭圆E的方程为$\dfrac{y^2}{2b^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1$，

与直线$l:y=2x$联立，可得$x^2=\dfrac{b^2}{3}$，则$y^2=\dfrac{4b^2}{3}$，

又$\left|AB\right|=2\sqrt{5}$，所以$\dfrac{b^2}{3}+\dfrac{4b^2}{3}=5$，解得$b^2=3$，于是$a^2=6$，

因此椭圆E的方程为$\dfrac{y^2}{6}+\dfrac{x^2}{3}=1$． ……………………………………………………5 分

（2）根据题意，不妨设点A在第一象限，由（1）可得$A\left(1,2\right)$，$B\left(-1,-2\right)$，

若直线AC的斜率不存在，则$C\left(1,-2\right)$，设$D\left(x_0,y_0\right)$，

于是可得点M，N的坐标分别为$\left(1,\dfrac{2y_0-2x_0+2}{x_0+1}\right)$，$\left(\dfrac{y_0-4x_0+2}{y_0-2},-2\right)$，

因此直线MN的斜率为$\dfrac{\dfrac{2y_0-2x_0+2}{x_0+1}+2}{1-\dfrac{y_0-4x_0+2}{y_0-2}}=\dfrac{y_0^2-4}{2\left(x_0^2-1\right)}=\dfrac{6-2x_0^2-4}{2\left(x_0^2-1\right)}=-1$，

若直线AC的斜率存在，设直线AC的方程为$y-2=k_1\left(x-1\right)$，

点C的坐标为$\left(x_C,y_C\right)$，则有$k_1=\dfrac{y_C-2}{x_C-1}$，

设直线BC的方程为$y+2=k\left(x+1\right)$，则有$k=\dfrac{y_C+2}{x_C+1}$，

因为$k\cdot k_1=\dfrac{y_C^2-4}{x_C^2-1}=\dfrac{6\left(1-\dfrac{x_C^2}{3}\right)-4}{x_C^2-1}=-2$，所以$k=-\dfrac{2}{k_1}$，

即直线BC的方程为$y+2=\dfrac{-2}{k_1}\left(x+1\right)$，

同理，设直线AD的方程为$y-2=k_2\left(x-1\right)$，则直线BD的方程为$y+2=\dfrac{-2}{k_2}\left(x+1\right)$，

由$y-2=k_1\left(x-1\right)$及$y+2=\dfrac{-2}{k_2}\left(x+1\right)$，解得$M\left(\dfrac{k_1k_2-4k_2-2}{k_1k_2+2},\dfrac{-2k_1k_2-4k_1+4}{k_1k_2+2}\right)$；

由 $y-2=k_2\left(x-1\right)$ 及 $y+2=\dfrac{-2}{k_1}\left(x+1\right)$，解得 $N\left(\dfrac{k_1k_2-4k_1-2}{k_1k_2+2},\dfrac{-2k_1k_2-4k_2+4}{k_1k_2+2}\right)$，

于是直线 MN 的斜率为 $\dfrac{\dfrac{-2k_1k_2-4k_1+4}{k_1k_2+2}-\dfrac{-2k_1k_2-4k_2+4}{k_1k_2+2}}{\dfrac{k_1k_2-4k_2-2}{k_1k_2+2}-\dfrac{k_1k_2-4k_1-2}{k_1k_2+2}}=\dfrac{k_2-k_1}{k_1-k_2}=-1$，

综上所述，直线 MN 的斜率为定值 -1． ……………………………………………12 分