

随机事件的概率

一、单选题

1. 某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有 96%的学生喜欢足球或游泳,60%的学生喜欢足球,82%的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是 ()
- A. 62% B. 56%
C. 46% D. 42%
2. 设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心,在 O, A, B, C, D 中任取 3 点,则取到的 3 点共线的概率为 ()
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{5}$
3. 5 名学生中有且只有 3 名同学会颠足球,从中任意选取 2 人,则这 2 人都会颠足球的概率为 ()
- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$
4. 甲、乙、丙、丁四位同学站成一排照相,则甲、乙两人中至少有一人站在两端的概率为 ()
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
5. 将 4 个 1 和 2 个 0 随机排成一行,则 2 个 0 不相邻的概率为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{5}$
6. 在区间 $(0,1)$ 与 $(1,2)$ 中各随机取 1 个数,则两数之和大于 $\frac{7}{4}$ 的概率为 ()
- A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{23}{32}$ C. $\frac{9}{32}$ D. $\frac{2}{9}$
7. 在区间 $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ 随机取 1 个数,则取到的数小于 $\frac{1}{3}$ 的概率为 ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$
8. 从包括甲、乙在内的 7 名学生中选派 4 名学生排序参加演讲比赛,则甲和乙参加,且演讲顺序不相邻的概率为 ()
- A. $\frac{2}{21}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{2}$
9. 中国书法历史悠久、源远流长.书法作为一种艺术,以文字为载体,不断地反映和丰富着华夏民族的自然观、宇宙观和人生观.谈到书法艺术,就离不开汉字.汉字是书法艺术的精髓.汉字本身具有丰富的意象和可塑

的规律性,使汉字书写成为一门独特的艺术.我国书法大体可分为篆、隶、楷、行、草五种书体,如图:以“国”字为例,现有甲乙两名书法爱好者分别从五种书体中任意选一种进行研习,且甲乙所选书法体互相独立,则甲不选隶书体,乙不选草书体的概率为().



- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{8}{25}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{16}{25}$

10. 由于全球新冠肺炎疫情呈高发态势,我国零星散发病例和局部地区聚集性疫情明显增加,为了全面抗击,做到网格化管理,要求在 2021 年 1 月 28 日至 3 月 8 日春运期间必须持新冠病毒核酸检测阴性证明才能出行.若甲、乙两人去 A, B, C, D 四个医院中的一个做检测,则他们不在同一个医院做检测的概率为()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

11. 从 2 个小孩, 2 个中年人, 2 个老人组成的 6 人中随机抽取 3 人做一个游戏, 则这 3 人恰好有 1 个小孩, 1 个中年人, 1 个老人的概率为()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{8}{15}$ D. $\frac{3}{5}$

12. 甲、乙两位同学到莆田市湄洲岛当志愿者,他们同时从“妈祖祖庙”站上车,乘坐开往“黄金沙滩”站方向的 3 路公交车(线路图如下).甲将在“供水公司”站之前的任意一站下车,乙将在“鹅尾神化石”站之前的任意一站下车.假设每人自“管委会”站开始在每一站点下车是等可能的,则甲比乙后下车的概率为()

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
轮渡码头	妈祖庙	管委会	地稅分局	兴海路	闽台风情街	莲池小学	金沙滩	莲池沙滩	北垵(一环)	供水公司	白石女阁	下白石(东)	前港水库	港头	妈祖庙	东至	鹅尾神化石店	海景大街	福佑山街	下宝澜街	后巷	黄金沙滩	

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{7}{30}$ D. $\frac{3}{10}$

13. 袋中有红、黄、绿、蓝颜色的球各一个,每次随机取一个后放回袋中,连续取四次,则取出的球颜色全不相同的概率为()

- A. $\frac{1}{256}$ B. $\frac{1}{64}$ C. $\frac{3}{32}$ D. $\frac{3}{16}$

14. 孪生素数猜想是希尔伯特在 1900 年提出的 23 个问题中的第 8 个:存在无穷多个素数 P ,使得 $p+2$ 是

素数，素数对 $(p, p+2)$ 称为孪生素数，2013 年华人数学家张益唐发表的论文《素数间的有界距离》第一次证明了存在无穷多组间距小于定值的素数对，那么在不超过 16 的素数中任意取出不同的两个，可组成孪生素数的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{21}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{1}{10}$

二、多选题

15. 在一个口袋中装有 5 个白球和 3 个黑球，这些球除颜色外完全相同.从中摸出 3 个球，下列事件是互斥事件的是（ ）

- A. 摸出三个白球事件和摸出三个黑球事件
B. 恰好有一黑球事件和都是黑球事件
C. 至少一个黑球事件和至多一个白球事件
D. 至少一个黑球事件和全是白球事件

16. 甲、乙、丙三人在政治、历史、地理、物理、化学、生物、技术 7 门学科中任选 3 门，若同学甲必选物理，则下列说法正确的是（ ）

- A. 甲、乙、丙三人至少一人选化学与全选化学是对立事件
B. 甲的不同的选法种数为 15

C. 已知乙同学选了物理，乙同学选技术的概率是 $\frac{1}{6}$

D. 乙、丙两名同学都选物理的概率是 $\frac{9}{49}$

17. 下列说法正确的是（ ）

A. 某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向，拟采用分层抽样的方法从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为 300 的样本进行调查.已知该校一、二、三、四年级本科生人数之比为 6: 5: 5: 4，则应从一年级中抽取 90 名学生

B. 10 件产品中有 7 件正品, 3 件次品，从中任取 4 件, 则恰好取到 1 件次品的概率为 $\frac{1}{2}$

C. 已知变量 x 与 y 正相关，且由观测数据算得 $\bar{x}=3$ ， $\bar{y}=3.5$ ，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是 $y=0.4x+2.3$

D. 从装有 2 个红球和 2 个黑球的口袋内任取 2 个球，至少有一个黑球与至少有一个红球是两个互斥而不对立的事件

18. 某校高二年级进行选课走班，已知语文、数学、英语是必选学科，另外需从物理、化学、生物、政



治、历史、地理 6 门学科中任选 3 门进行学习. 现有甲、乙、丙三人, 若同学甲必选物理, 则下列结论正确的是 ()

- A. 甲的不同的选法种数为 10
- B. 甲、乙、丙三人至少一人选化学与全选化学是对立事件
- C. 乙同学在选物理的条件下选化学的概率是 $\frac{1}{5}$
- D. 乙、丙两名同学都选物理的概率是 $\frac{1}{4}$

19. 一个布袋内装除颜色外完全相同的 4 个红球和 3 个蓝球. 现从袋中摸出 4 个球, 则 ()

- A. 摸出 4 个红球的概率是 $\frac{1}{35}$
- B. 摸出 3 个红球和 1 个蓝球的概率是 $\frac{12}{35}$
- C. 摸出 2 个红球和 2 个蓝球的概率是 $\frac{18}{35}$
- D. 摸出 1 个红球和 3 个蓝球的概率是 $\frac{1}{35}$

20. 从甲袋中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 从乙袋中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{2}$, 从两袋各摸出一个球, 下列结论正确的是 ()

- A. 2 个球都是红球的概率为 $\frac{1}{6}$
- B. 2 个球不都是红球的概率为 $\frac{1}{3}$
- C. 至少有 1 个红球的概率为 $\frac{2}{3}$
- D. 2 个球中恰有 1 个红球的概率为 $\frac{1}{2}$

三、填空题

21. 将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷 2 次, 观察向上的点数, 则点数和为 5 的概率是_____.

22. 中国是发现和研究勾股定理最古老的国家之一. 直角三角形最短的边称为勾, 另一直角边为股, 斜边为弦, 其三边长组成的一组数据成为勾股数. 现从 1~5 这 5 个数中随机选取 3 个不同的数, 这三个数为勾股数的概率为_____.

23. 已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$. 假定两球是否落入盒子互不影响, 则甲、乙两球都落入盒子的概率为_____; 甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为_____.

24. 非典和新冠肺炎两场疫情告诉我们: 应坚决杜绝食用野生动物, 提倡文明健康, 绿色环保的生活方式. 在我国抗击新冠肺炎期间, 某校开展一次有关病毒的网络科普讲座. 高三年级男生 60 人, 女生 40 人参加. 按分层抽样的方法, 在 100 名同学中选出 5 人, 则男生中选出_____人. 再从此 5 人中选出两名同学作为联络人, 则这两名联络人中男女都有的概率是_____. (第 1 空 2 分, 第 2 空 3 分)

四、解答题

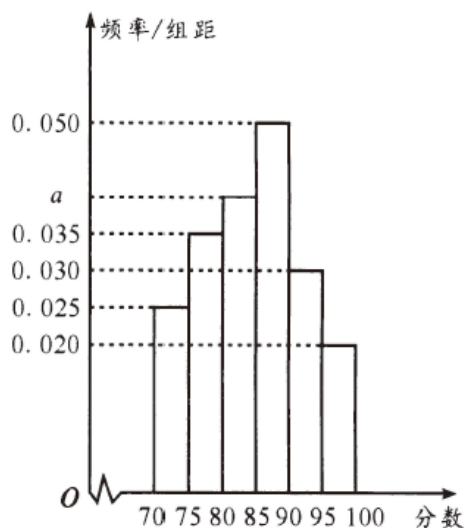
25. 海关对同时从 A, B, C 三个不同地区进口的某种商品进行抽样检测, 从各地区进口此种商品的数量 (单位: 件) 如下表所示, 工作人员用分层抽样的方法从这些商品中共抽取 6 件样品进行检测.

地区	A	B	C
数量/件	50	150	100

- (1) 求这 6 件样品中来自 A, B, C 三个地区商品的数量;
 (2) 若在这 6 件样品中随机抽取 2 件送往甲机构进行进一步检测, 求这 2 件商品来自相同地区的概率.

26. “2021年全国城市节约用水宣传周”已于5月9日至15日举行.成都市围绕“贯彻新发展理念, 建设节水型城市”这一主题, 开展了形式多样, 内容丰富的活动, 进一步增强全民保护水资源, 防治水污染, 节约用水的意识.为了解活动开展成效, 某街道办事处工作人员赴一小区调查住户的节约用水情况, 随机抽取了 300 名业主进行节约用水调查评分, 将得到的分数分成 6 组: $[70, 75)$, $[75, 80)$, $[80, 85)$, $[85, 90)$, $[90, 95)$, $[95, 100]$, 得到如图所示的频率分布直方图.

- (1) 求 a 的值, 并估计这 300 名业主评分的中位数;
 (2) 若先用分层抽样的方法从评分在 $[90, 95)$ 和 $[95, 100]$ 的业主中抽取 5 人, 然后再从抽出的这 5 位业主中任意选取 2 人作进一步访谈, 求这 2 人中至少有 1 人的评分在 $[95, 100]$ 的概率.

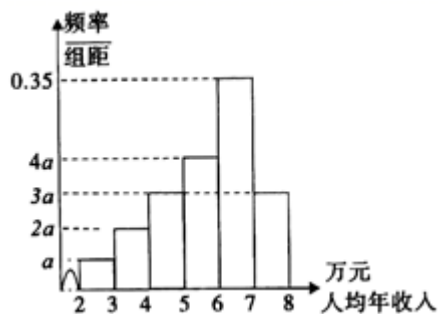


27. 2020 年第七次全国人口普查摸底工作从 10 月 11 日开始, 10 月 31 日结束. 从 11 月 1 日开始进入普查的正式登记阶段. 普查员要进入每个住户逐人逐项登记普查信息, 这期间还将随机抽取 10% 的住户填报普查长表, 调查更为详细的人口结构信息. 整个登记工作持续到 12 月 10 日结束. 某社区对随机抽取的 10% 住户普查长表信息情况汇总, 发现其中 30% 的住户是租房入住, 现对租房户按照住户家庭年人均收入情况绘制出如下的频率分布直方图(假设该社区内住户家庭年房租支出均在 2 到 8 万之间):

(1) 求出 a 的值

(2) 若抽取的 10% 住户中, 家庭人均年收入在 $[5, 6]$ 万元的恰好有 12 户, 则该社区共有住户约多少户.

(3) 若从家庭年房租支出不到 6 万元的住户中按照分层抽样的方法抽取 10 户, 再从这 10 户中随机抽取 2 户对其住房和医疗保健情况进行调查, 求抽得的 2 户家庭年房租支出少于 5 万元不少于 3 万元的概率.



28. 我国的高等教育中对于硕士研究生的培养, 按照培养方向分类, 可分为普通硕士和专业硕士两类; 一类是普通硕士, 根据我国的有关规定, 普通硕士教育以培养教学和科研人才为主, 授予学位的类型主要是学术型学位. 另一类是专业硕士, 根据国务院学位委员会的定位, 专业型学位为具有职业背景的学位, 培养特定职业高层次专门人才. 专业硕士教育的学习方式比较灵活, 大致可分为在职攻读和全日制学习两类. 某大学团委为了解该校大学一年级的学生对未来的考硕士研究生的规划, 从中随机抽取容量为 100 的样本, 其中有考硕士研究生规划的有 24 人(其中有考普通硕士规划的 6 人中, 2 名是男生, 4 名是女生).

(1) 若从样本中选一位学生, 那么该同学是有考普通硕士规划的概率有多大?

(2) 从这 6 名有考普通硕士规划的学生中, 选出 3 个人, 求其中男生至少一人的概率.

29. 截止 2020 年 11 月 23 日, 国务院扶贫办确定的全国 832 个贫困县已全部脱贫摘帽, 各地为持续巩固脱贫攻坚成果, 都建立了防止返贫检测和帮扶机制. 为进一步推进乡村振兴, 某市扶贫办在 A 乡镇的 3 个脱贫村, B 乡镇的 2 个脱贫村以及 C 乡镇的 2 个脱贫村中, 随机抽取 2 个村庄进一步实施产业帮扶.

- (1) 求抽取的 2 个村庄来自同 1 个乡镇的概率;
- (2) 求抽取的 2 个村庄中至少有 1 个来自 A 乡镇的概率.

30. 在一次产品质量抽查中发现, 某箱 5 件产品中有 2 件次品.

- (1) 从该箱产品中随机抽取 1 件产品, 求抽到次品的概率;
- (2) 从该箱产品中依次不放回随机抽取 2 件产品, 求抽出的 2 件产品中有次品的概率 P ;
- (3) 若重复进行 (2) 的试验 10 次, 则出现次品的次数一定是 $10P$, 请问上述结论是否正确? 请简要说明理由.



参考答案

1. C 2. A 3. A 4. A 5. C 6. B 7. B 8. B 9. D 10. C 11. B 12. C 13. C 14. A
15. ABD 16. BD 17. ABC 18. AD 19. ABC 20. ACD

21. $\frac{1}{9}$ 22. $\frac{1}{10}$ 23. $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 24. 3 $\frac{3}{5}$

25. 【解析】(1) 由题意, 样品中来自 A 地区商品的数量为 $50 \times \frac{6}{50+150+100} = 1$,

来自 B 地区商品的数量为 $150 \times \frac{6}{50+150+100} = 3$,

来自 C 地区商品的数量为 $100 \times \frac{6}{50+150+100} = 2$;

(2) 设来自 A 地区的样品编号为 a , 来自 B 地区的样品编号为 b_1, b_2, b_3 ,

来自 C 地区的样品编号为 c_1, c_2 ,

则从 6 件样品中抽取 2 件产品的所有基本事件为:

$(a, b_1), (a, b_2), (a, b_3), (a, c_1), (a, c_2), (b_1, b_2), (b_1, b_3), (b_1, c_1),$

$(b_1, c_2), (b_2, b_3), (b_2, c_1), (b_2, c_2), (b_3, c_1), (b_3, c_2), (c_1, c_2)$, 共 15 个;

抽取的这 2 件产品来自相同地区的基本事件有:

$(b_1, b_2), (b_1, b_3), (b_2, b_3), (c_1, c_2)$, 共 4 个;

故所求概率 $P = \frac{4}{15}$.

26. 【解析】(1) $\because$ 第三组的频率为 $1 - (0.020 + 0.025 + 0.030 + 0.035 + 0.050) \times 5 = 0.200$,

$\therefore a = \frac{0.200}{5} = 0.040$

又第一组的频率为 $0.025 \times 5 = 0.125$, 第二组的频率为 $0.035 \times 5 = 0.175$, 第三组的频率为 0.200.

$\therefore$ 前三组的频率之和为 $0.125 + 0.175 + 0.200 = 0.500$,

$\therefore$ 这 300 名业主评分的中位数为 85.

(2) 由频率分布直方图, 知评分在 $[90, 95)$ 的人数与评分在 $[95, 100]$ 的人数的比值为 3:2.

$\therefore$ 采用分层抽样法抽取 5 人, 评分在 $[90, 95)$ 的有 3 人, 评分在 $[95, 100]$ 有 2 人.

不妨设评分在 $[90, 95)$ 的 3 人分别为 A_1, A_2, A_3 ; 评分在 $[95, 100]$ 的 2 人分别为 B_1, B_2 ,

则从 5 人中任选 2 人的所有可能情况有:

$\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_2, A_3\}, \{A_2, B_1\}, \{A_2, B_2\}, \{A_3, B_1\}, \{A_3, B_2\}, \{B_1, B_2\}$ 共 10 种.

其中选取的 2 人中至少有 1 人的评分在 $[95, 100]$ 的情况有:

$\{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_2, B_1\}, \{A_2, B_2\}, \{A_3, B_1\}, \{A_3, B_2\}, \{B_1, B_2\}$ 共 7 种.

故这 2 人中至少有 1 人的评分在 $[95, 100]$ 的概率为 $P = \frac{7}{10}$.

27. 【解析】(1)依题意, 由频率分布直方图可知, $a + 2a + 3a + 4a + 0.35 + 3a = 1$, 所以 $a = 0.05$,

(2)根据统计结果, 该社区有 30% 的住户是租房入住,

所以抽取的 10% 住户中恰好有 30% 的住户是租房户,

而家庭年房租支出在 $[5, 6]$ 万元住户占租房户的比重恰好为 $4a = 0.2$, 又为 12 户,

所以共有租房户约 $\frac{12}{0.2} = 60$ 户,

而租房户占被抽取的 10% 住户的比重为 30%,

所以得该社区共有住户约 $\frac{60}{10\% \cdot 30\%} = 2000$ 户.

(3)依题意, 抽取的 10 户中, 家庭年房租出不超过 5 万元不少于 3 万元的共有 5 户,

可以对这 10 户进行编号,

而家庭人均年收入不超过 5 万元不少于 3 万元的共有 5 户编号记为 1, 2, 3, 4, 5, 另外 5 户记为 6, 7, 8, 9, 10,

所以从 10 户中任选 2 户共有:

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10),

(2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10),

(3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10),

(4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10),

(5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10),

(6, 7), (6, 8), (6, 9), (6, 10),

(7, 8), (7, 9), (7, 10),

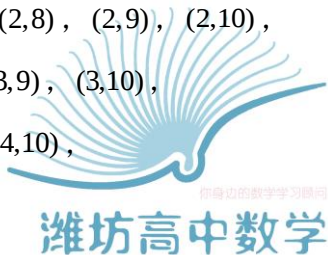
(8, 9), (8, 10),

(9, 10),

所以共有 $\frac{9(1+9)}{2} = 45$ 种情况, 而选取的两户家庭年房租支出不超过 5 万元不少于 3 万元的共有 10 种情况,

所以抽得的 2 户家庭年房租支出不超过 5 万不少于 3 万元的概率 $p = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$.

28. 【解析】(1) 样本容量为 100, 其中有考普通硕士规划的有 6 人,



故该同学是有考普通硕士规划的概率 $P = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$;

(2) 设男生为 A, B , 女生 a, b, c, d , 从 6 人中选取 3 人的所有情况有:

$ABa, ABb, ABc, ABd, Aab, Aac, Aad, Abc, Abd, Acd, Bab,$
 $Bac, Bad, Bbc, Bbd, Bcd, abc, abd, acd, bcd$ 共 20 种情况,

至少有一个男生的有 16 种情况,

故其中男生至少一人的概率 $P = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

29. 【解析】依题意, 可设 A 乡镇的 3 个脱贫村为 a_1, a_2, a_3 , B 乡镇的 2 个脱贫村为 b_1, b_2 , C 乡镇的 2 个脱贫村为 c_1, c_2 .

从中随机抽取 2 个扶贫村的事件有 $a_1a_2, a_1a_3, a_1b_1, a_1b_2, a_1c_1, a_1c_2, a_2a_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2c_1, a_2c_2,$
 $a_3b_1, a_3b_2, a_3c_1, a_3c_2, b_1b_2, b_1c_1, b_1c_2, b_2c_1, b_2c_2, c_1c_2$ 共 21 种.

(1) 抽取的 2 个村庄来自同 1 个乡镇的事件有 $a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3, b_1b_2, c_1c_2$, 共 5 种,

所以抽取的 2 个村庄来自同 1 个乡镇的概率 $P_1 = \frac{5}{21}$.

(2) 抽取的 2 个村庄中至少有 1 个来自 A 乡镇的事件有 $a_1a_2, a_1a_3, a_1b_1, a_1b_2, a_1c_1, a_1c_2, a_2a_3,$

$a_2b_1, a_2b_2, a_2c_1, a_2c_2, a_3b_1, a_3b_2, a_3c_1, a_3c_2$, 共 15 种,

所以抽取的 2 个村庄中至少有 1 个来自 A 乡镇的概率 $P_2 = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$.

30. 【解析】(1) 在一次产品质量抽查中发现, 某箱 5 件产品中有 2 件次品.

记“从该箱产品中随机抽取 1 件产品, 抽到次品”为事件 A, 则 $P(A) = \frac{2}{5}$.

(2) 记“从该箱产品中依次不放回随机抽取 2 件产品, 抽取的没有次品”为事件 B, 则 $P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$,

所以从该箱产品中依次不放回随机抽取 2 件产品, 抽出的 2 件产品中有次品的概率 $P = 1 - \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{7}{10}$.

(3) 若重复进行 (2) 的试验 10 次, 则出现次品的次数 $X \sim B(10, \frac{7}{10})$,

$\therefore$ 出现次品的次数 $E(X) = 10 \times \frac{7}{10} = 7 = 10P$.

所以上述结论正确.