



“江淮十校”2021 届高三第二次质量检测

数 学 (理科)

2020.11

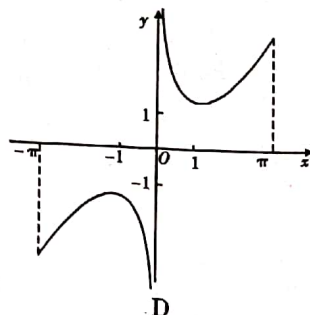
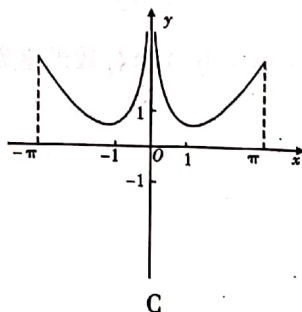
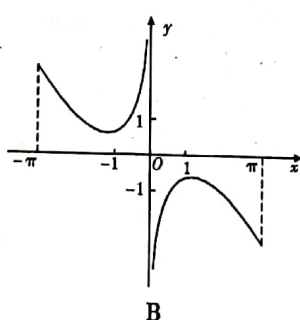
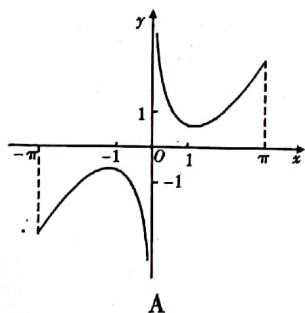
命审单位:合肥一六八中学 命审人:史传奇 黄小娟

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{-2x^2 + x + 3}\}$, $B = \{y | y = |\log_2 x| + 2\}$, 全集 $U = R$, 则下列结论正确的是
 A. $A \cap B = A$ B. $A \cup B = B$
 C. $(C_U A) \cap B = \emptyset$ D. $B \subseteq C_U A$
2. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$, 若存在 x_0 使得 $f(x_0) = f'(x_0)$, 则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个“巧值点”。下列选项中有“巧值点”的函数是
 A. $f(x) = x^2 + 2$ B. $f(x) = \ln x$
 C. $f(x) = e^{-x}$ D. $f(x) = \tan x$
3. 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(2\vec{b} - 3\vec{a}) \cdot (2\vec{b} + \vec{a}) = 61$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
4. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $a_5 + a_6 = 20$, $S_{11} = 132$, 则 $\{a_n\}$ 的公差为
 A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. 4 D. -4
5. 函数 $f(x) = \frac{\cos x + x^2}{\sin x + x}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为



6. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $2c \cos B - b \cos A = a \cos B$, 则角 $B =$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$



7. 函数 $f(x), g(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x^2 - 2x + 4) = g(x)$, 若关于 x 的方程 $g(x) + \cos \pi x = 0$ 只有 5 个根, 则这 5 个根之和为

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 且恒有 $f[f(x) - \ln x] = 1$, 则“ $a > 1$ ”是“ $f(x) \leq ax - 1$ 恒成立”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知 $\triangle OAB$, $OA = 1, OB = 2, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -1$, 过点 O 作 OD 垂直 AB 于点 D , 点 E 满足 $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{ED}$, 则 $\overrightarrow{EO} \cdot \overrightarrow{EA}$ 的值为

- A. $-\frac{3}{28}$ B. $-\frac{1}{21}$
C. $-\frac{2}{9}$ D. $-\frac{2}{21}$

10. 函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象在 $[0, 2]$ 上恰有两个最大值点, 则 ω 的取值范围为

- A. $[\pi, 2\pi]$ B. $\left[\pi, \frac{9\pi}{2}\right)$
C. $\left[\frac{13\pi}{12}, \frac{9\pi}{2}\right)$ D. $\left[\frac{9\pi}{8}, \frac{17\pi}{8}\right)$

11. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + a^2, & x < 3 \\ ax - \frac{11}{16}, & x \geq 3 \end{cases}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n)$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且为递增数列. 则实数 a 的取值范围是

- A. $(0, 1)$ B. $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$
C. $\left[\frac{3}{4}, 1\right)$ D. $\left[\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$

12. 已知函数 $f(x) = e^{2x} + (a-2)e^x - x$ 有两个零点, 则实数 a 取值范围是

- A. $(0, 1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, -1)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 函数 $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $y = g(x)$ 的图象. 命题 $p_1: y = g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称; 命题 $p_2: \left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 是 $y = g(x)$ 的一个对称中心. 则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2, q_2: p_1 \wedge (\neg p_2), q_3: (\neg p_1) \wedge (\neg p_2), q_4: (\neg p_1) \vee p_2$ 中, 是真命题的为 _____.

14. 已知角 α 的终边经过点 $P(-x, -6)$, 且 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} =$ _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = 2^{\frac{n^2+n}{2}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n \cos\left(\frac{n}{2}\pi\right)$, 则 $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{2020} =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}|1-x|, & x \leq 2 \\ \frac{1}{2}f(x-2), & 2 < x \leq 6 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = xf(x) - 1$ 的零点个数是 _____.



三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知函数 $f(x) = \log_2(4^x + 1) + kx$ ($k \in \mathbf{R}$) 为偶函数.

(1) 求 k 的值;

(2) 已知函数 $g(x) = 2^{f(x)+x} + m \cdot 2^x, x \in [0, 1]$, 若 $g(x)$ 的最小值为 1, 求实数 m 的值.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且满足条件 $a \cos B + \frac{\sqrt{3}}{3} b \sin A = c$.

(1) 求 $\angle A$ 的大小;

(2) 若 $a = 2$, 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

19. 已知 $f(x) = x^2 - 3x$, 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = f(n)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

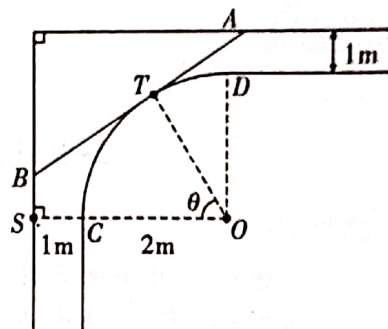
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{4 \times 3^n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 总存在 $x \in [4, 6]$, 使得 $T_n > mf(x)$ 成立, 求实数 m 的取值范围.



20. 一根长为 L 的铁棒 AB 欲水平通过如图所示的走廊(假定通过时贴着内侧的圆弧墙壁,如图),该走廊由宽度为 1 m 的平行部分和一个半径为 2 m 的四分之一圆弧转角部分(弧 CD 段,圆心为 O)组成.

(1) 设 $\angle TOS = \theta$, 试将 L 表示为 θ 的函数;

(2) 求 L 的最小值,并说明此最小值的实际意义.



21. 函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 + ax$ ($a \in \mathbb{R}$), $g(x) = e^x + \frac{3}{2}x^2$

(1) 讨论 $f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上极值点个数;

(2) 若对于 $\forall x > 0$, 总有 $f(x) \leq g(x)$, 求实数 a 的取值范围.

22. 若不等式 $\ln x \geq \frac{k(x-1)}{x+1}$ 对于 $\forall x \in [1, +\infty)$ 恒成立;

(1) 求实数 k 的取值范围;

(2) 已知 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 若 $f(x) = m$ 有两个不同的零点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$.

求证: $x_1 + x_2 > \frac{3}{m} - e$ (其中 e 为自然对数的底数)

