



“江淮十校”2021 届高三第二次质量检测

数 学(文科)

2020.11

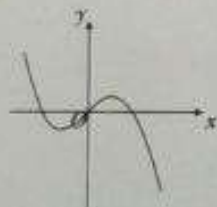
命审单位:合肥一六八中学 命审人:王军 孟梦

注意事项:

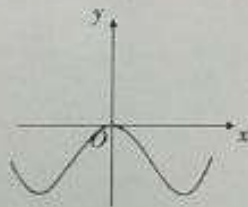
1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

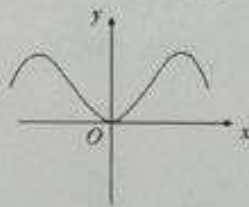
1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, 则 $(C_R N) \cap M$ 为
 A. $\{x | 3 < x < 5\}$ B. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$
 C. $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$ D. $\{x | -3 < x < 5\}$
2. 已知 $a = \ln \frac{2}{3}$, $b = 2^{-\frac{1}{2}}$, $c = \ln 3$, 则 a, b, c 的大小关系为
 A. $c > a > b$ B. $c > b > a$
 C. $b > c > a$ D. $b > a > c$
3. 下列选项中说法错误的是
 A. 命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + x_0 + 1 < 0$, 则 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + x + 1 \geq 0$
 B. 在 $\triangle ABC$ 中, “若 $\sin A > \sin B$, 则 $A > B$ ”的逆否命题是真命题
 C. 函数 $f(x)$ 在 $x \in [a, b]$ 上图象连续不间断, 那么 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 是 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点的充分不必要条件
 D. 若 $p \wedge q$ 为假命题, 则 p, q 均为假命题
4. 函数 $f(x) = x \cos x - \sin x$ 的导函数为 $f'(x)$, 则函数 $f'(x)$ 的大致图象为



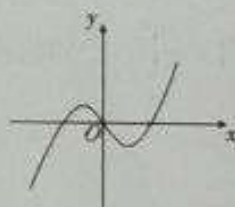
A



B



C



D

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{3}$, $a = 2$, 若满足条件的三角形有且只有两个, 则边 b 的取值范围为

- A. $2 < b < 4$
- B. $\sqrt{3} < b < 2$
- C. $2 < b < \frac{4\sqrt{3}}{3}$
- D. $b > 2$

6. 孙子定理是中国古代求解一次同余式组的方法,是数论中一个重要定理,最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》,1852年英国来华传教士伟烈亚力将其问题的解法传至欧洲,1874年英国数学家马西森指出此法符合1801年由高斯得出的关于同余式解法的一般性定理,因而西方称之为“中国剩余定理”.这个定理讲的是一个关于整除的问题,现有这样一个整除问题:将2至2021这2020个整数中能被3除余2且被5除余1的数按由小到大的顺序排成一列构成一数列,则此数列的项数是

A. 132 B. 133 C. 134 D. 135

7. 已知两个单位向量 $\vec{a}, \vec{b}$,其中向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$.若 $(\lambda \vec{a} + \vec{b}) \perp (2\vec{a} - \vec{b})$,则实数 λ 的值为

A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. $\frac{1}{2}$

8. 圆心在坐标原点 O 的圆上有两点 B, C ,点 B 的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 且 $|BC|=1$,若点 C 在角 α 的终边上且角 α 是三角形的一个内角,则 $\sqrt{3}\cos^2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的值为

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

9. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 - \log_{\frac{1}{2}}(x+1) & x \geq 0 \\ f(-x) & x < 0 \end{cases}$,则不等式 $f(x+2) > f(2x)$ 的解集为

A. $\{x | x < 2\}$ B. $\{x | x > 2\}$
C. $\{x | -\frac{2}{3} < x < 2\}$ D. $\{x | x < -\frac{2}{3} \text{ 或 } x > 2\}$

10. 将函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi) + 2\cos(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$)的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象,若函数 $g(x)$ 是偶函数,则 $\tan\varphi$ 的值为

A. -2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \frac{1}{2}$, $n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$,满足 $a_n + 2S_n S_{n-1} = 0$,数列 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n ,则下列说法中错误的是

A. $a_2 = -\frac{1}{4}$
B. $\frac{2}{S_6} = \frac{1}{S_4} + \frac{1}{S_8}$
C. 数列 $|S_n + S_{n+1} - S_{n+2}|$ 的最大项为 $\frac{7}{12}$
D. $2T_n = \frac{n-1}{n}T_n + \frac{n}{n+1}T_{n+1}$

12. 已知关于 x 的方程 $a\cos^2|x| + 2\sin|x| - a + 2 = 0$ 在 $x \in (-2\pi, 2\pi]$ 有四个不同的实数解,则非零实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$
C. $(0, 2)$ D. $(0, 4)$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知 a, b 为实数, 函数 $f(x) = \ln x + \frac{a}{x}$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $4y - x - b = 0$, 则 ab 的值为_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$, 若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 $x + 4y$ 的值为_____.

15. 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_4 = 4(a_1 + a_3)$, $a_1 + a_4 = 2a_3 + 10$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

16. 已知函数 $f(x) = 2\ln x - 2 - ax$ 有两个零点为 x_1, x_2 , 若 $\ln(x_1 \cdot x_2) \geq m$ 恒成立, 则实数 m 的最大值为_____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知向量 $\vec{a} = (2\cos x, -1)$, $\vec{b} = (\sin x + 2\cos x, 2\cos^2 x)$, 设 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 已知角 A 为 $\triangle ABC$ 的一个内角, 且 $f\left(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \frac{\sqrt{26}}{7}$, 求 $\cos A$ 的值.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = n^2 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = (-1)^n(a_n + a_{n+1})$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 2020 项和 S_{2020} .

19. 已知函数 $f(x) = 2\log_4 8x^2$, $g(x) = \log_2 x$ 的定义域均为 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

(1) 求函数 $y = f(x) \cdot g(x)$ 的值域;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x^2) \cdot f(\sqrt{x}) \leq kg^2(x)$ 有解, 求实数 k 的取值范围.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c, a = 2$.

(1) 若 $\frac{\sin A}{\sin B + \sin C} = 1 - \frac{a-b}{a-c}$, 求角 B ;

(2) 若 $c = 2b$, 当角 B 最大时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x) = e^x - x$, 设 $g(x) = f(x) - f(-x)$.

(1) 若 $h(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x \in (-\infty, 0]$ 时 $h(x) = f(x)$, 试讨论 $F(x) = xh(x) - 2x (x > 0)$ 的单调性;

(2) 设 $a_n = g'(n) - f(n)$, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求满足 $S_n \geq 36$ 的正整数 n 的最小值.

22. 已知 $f(x) = e^x$, 当 $x \geq 0$ 时 $f(2x) \geq ax + 1$ 恒成立.

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求证: $3x^2 - \sin x \leq xe^{2x}$.