2021 年普通高等学校招生全国统一考试数学试题(乙卷·文科)

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$M=\{1,2\}$，$N=\{3,4\}$，则$\complement_U(M\cup N)=$( )

A．$\{5\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{3,4\}$　　D．$\{1,2,3,4\}$

2．设$iz=4+3i$，则$z=$( )

A．$-3-4i$　　B．$-3+4i$　　C．$3-4i$　　D．$3+4i$

3．已知命题p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x<1$；命题q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$e^{|x|}\geqslant 1$，则下列命题中为真命题的是( )

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg(p\vee q)$

4．函数$f(x)=\sin\frac{x}{3}+\cos\frac{x}{3}$的最小正周期和最大值分别是( )

A．3π和$\sqrt{2}$　　B．3π和 2　　C．6π和$\sqrt{2}$　　D．6π和 2

5．若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geqslant 4,\\ x-y\leqslant 2,\\ y\leqslant 3,\end{cases}$则$z=3x+y$的最小值为( )

A．18　　B．10　　C．6　　D．4

6．$\cos^2\frac{\pi}{12}-\cos^2\frac{5\pi}{12}=$( )

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．在区间$(0,\frac{1}{2})$随机取 1 个数，则取到的数小于$\frac{1}{3}$的概率为( )

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{6}$

8．下列函数中最小值为 4 的是( )

A．$y=x^2+2x+4$　　B．$y=|\sin x|+\frac{4}{|\sin x|}$　　C．$y=2^x+2^{2x}$　　D．$y=\ln x+\frac{4}{\ln x}$

9．设函数$f(x)=\frac{1-x}{1+x}$，则下列函数中为奇函数的是( )

A．$f(x-1)-1$　　B．$f(x-1)+1$　　C．$f(x+1)-1$　　D．$f(x+1)+1$

10．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P为B_1D_1的中点，则直线PB与AD_1所成的角为( )

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{6}$

11．设B是尼圆C：$\frac{x^2}{5}+y^2=1$的上顶点，点P在C上，则$|PB|$的最大值为( )

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\sqrt{6}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

12．设$a\neq 0$，若$x=a$为函数$f(x)=a(x-a)^2(x-b)$的极大值点，则( )

A．$a<b$　　B．$a>b$　　C．$ab<a^2$　　D．$ab>a^2$

公众号《真题备考》

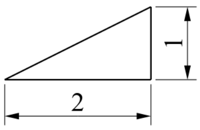
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量$\vec{a}=(2,5)$，$\vec{b}=(\lambda,4)$，若$\vec{a}\ /\!/\ \vec{b}$，则$\lambda=$________．

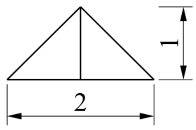
14．曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$的右焦点到直线$x+2y-8=0$的距离为________．

15．记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，面积为$\sqrt{3}$，$B=60°$，$a^2+c^2=3ac$，则$b=$________．

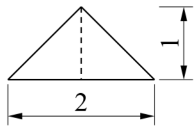
16．以图①为正视图，在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和附视图，组成某个三棱锥的三视图，则所选侧视图和俯视图的编号依次为____________(写出符合求的一组答案即可)．



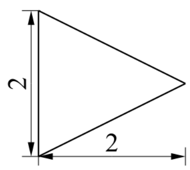
图①



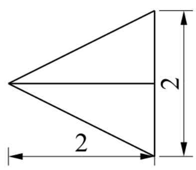
图②



图③



图④



图⑤

三、解答题

17．某厂研制了一种生产高精产品的设备，为检验新设备生产产品的某项指标有无提高，用一台旧设备和一台新设备各生产了 10 件产品，得到各件产品该项指标数据如下：

旧设备	9.8	10.3	10.0	10.2	9.9	9.8	10.0	10.1	10.2	9.7
新设备	10.1	10.4	10.1	10.0	10.1	10.3	10.6	10.5	10.4	10.5

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为$\bar{x}$和$\bar{y}$，样本方差分别记为s_1^2和s_2^2.

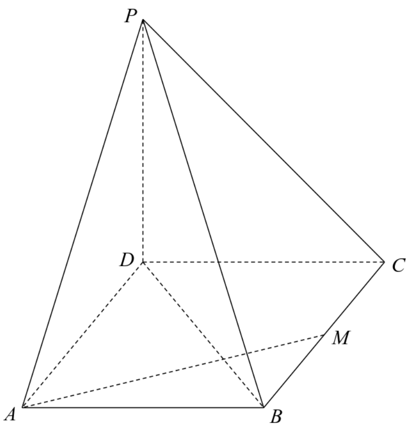
(1)求$\bar{x}$，$\bar{y}$，s_1^2，s_2^2；

(2)判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高(如果$\bar{y}-\bar{x}\geqslant 2\sqrt{\frac{s_1^2+s_2^2}{10}}$，则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高，否则不认为有显著提高).

18．如图，四棱锥$P-ABCD$的底面是矩形，$PD\perp$底面$ABCD$，M为BC的中点，且$PB\perp AM$.

(1)证明：平面$PAM\perp$平面PBD；

(2)若$PD=DC=1$，求四棱锥$P-ABCD$的体积.



19．设$\{a_n\}$是首项为 1 的等比数列，数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{na_n}{3}$．已知a_1，$3a_2$，$9a_3$成等差数列.

(1)求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

(2)记S_n和T_n分别为$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和．证明：$T_n<\frac{S_n}{2}$.

20．已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$的焦点F到准线的距离为 2.

(1)求 C 的方程；

(2)已知 O 为坐标原点，点 P 在 C 上，点 Q 满足$\overrightarrow{PQ}=9\overrightarrow{QF}$，求直线 OQ 斜率的最大值.

公众号《真题备考》

21．已知函数$f(x)=x^3-x^2+ax+1$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)求曲线$y=f(x)$过坐标原点的切线与曲线$y=f(x)$的公共点的坐标.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]在直角坐标系xOy中，$\odot C$的圆心为$C(2，1)$，半径为1.

(1)写出$\odot C$的一个参数方程；

(2)过点 $F(4，1)$作$\odot C$ 的两条切线．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求这两条切线的极坐标方程.

23．[选修 4－5：不等式选讲]已知函数$f(x)=|x-a|+|x+3|$.

(1)当$a=1$时，求不等式$f(x)\geqslant 6$的解集；

(2)若$f(x)>-a$，求a的取值范围.