

知识能力素养价值并重、平稳过渡创新十大亮点

——2021 年高考模拟演练数学卷评析

金太阳教科所王才程

2021 年 1 月 23 日，由国家教育部命题考试中心统一命题，江苏、河北、辽宁、福建、湖北、湖南、广东和重庆八个省、市全体高三参加的八省模拟演练的数学学科试卷正式出炉。2020 年这八个省、市，高考总人数是 331 万多人，整整占了当年全国高考人数 1071 万人的三分之一，堪称史上规模最大的联考，仅次于正式的高考了。

为什么叫模拟演练？因为新高考在考试科目、考试时长、计分方式、志愿填报和录取模式等环节都有重大调整。这次测试是涵盖考试、评卷、发布成绩、填报志愿、录取各环节在内的一次全流程演练，使考生熟悉新高考试卷类型、试题结构、考试安排、志愿填报办法，充分了解各环节流程。

1、试卷难度分析

先来说说大家最关心的试卷难度问题，数学学科考后什么大家什么感觉呢？全网通呼**数学难出天际，语文横扫千军**，有学生甚至怀疑葛老师是否又出山啦？也有学霸拉仇恨的称很简单啊！很多专家名师们也直言命题人下手够狠，甚至猜测 2021 年的高考数学会不容易。有这么难吗？看看其中一个网友的评论：

毕业十多年了，其他题目都还有印象常规题，**20 题曲率是个啥一点印象都没了，我上高中那时候学过这个？不记得了。好歹高考数学 138 分。**曾经高考 138 分，可以纵横大多数考场了，不知道是因为题的难度太大，还是因为时间过久忘记了？如果学霸都觉得有所难度，那这道题真的难度不小。

不管网友和同学们的评论如何，因为高考是选拔性考试（这次模拟演练也一样），试卷难度肯定不小，但也不是想象得那么难，很多同学正因为觉得难，可能多一些平时考得不多，比较淡化的考点没有重视，所以才会觉得好难。其实真理只有一个：会的不难，再简单的题，对于不懂毫无基础的学生来说，得分也难于上青天。

2、试卷总体分析

这次模拟演练试卷命题**质量高，创新点多，亮点多**，在多角度、多层次考查数学基础知识的基础上，注重了对数学思想方法、数学能力及数学核心素养的考查，展示了数学的科学价值和人文价值，同时兼顾了试题的基础性、综合性、创新型和综合性，以及试题间的层次性，合理调控综合程度，可以说命题理念从原来的“知识立意、能力立意”向“价值引领、素养导向、能力为重、知识为基”转变，充分发挥了数学作为基础学科的作用，同时也考查了大多数考生进入高校继续学习的潜能，充分发挥了考试的引导作用，切实体现了高考的育人功能，体现了高考“立德树人、服务选才、引导教学”的核心功能，是一套较好的选拔性试卷，对后期复习备考将起到积极的引导作用。

亮点 1：立体几何只考初步知识，没有涉及空间向量。

新高考的最大特点就是文理不分科，所有学生都要学习利用空间向量法解决立体几何问题，课标里针对原文科也增加了这部分内容。但此卷立体几何只考到了初步知识，没有考到平时频繁练习的利用空间向量法解决立体几何问题。此题以大

兴机场的建设成就、大学微分几何中的曲率为背景，结合立体几何的相关知识命制试题，旨在考查学生获取新知识，探究新问题的能力；试题反映了中大融合的理念、新课改的精神，对培养学生的创新应用意识起到积极引导作用。

20. (12 分)

北京大兴国际机场的显著特点之一是各种弯曲空间的运用. 刻画空间的弯曲性是几何研究的重要内容. 用曲率刻画空间弯曲性, 规定: 多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该点的面角之和的差 (多面体的面的内角叫做多面体的面角, 角度用弧度制), 多面体面上非顶点的曲率均为零, 多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和. 例如:

正四面体在每个顶点有 3 个面角, 每个面角是 $\frac{\pi}{3}$, 所以正四面体在各顶点的曲率为

$$2\pi - 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi, \text{ 故其总曲率为 } 4\pi.$$

(1) 求四棱锥的总曲率;

(2) 若多面体满足: 顶点数 - 棱数 + 面数 = 2, 证明: 这类多面体的总曲率是常数.



亮点 2: 双曲线出大题

双曲线在新课标中属于了解范围, 一般不出大题, 这次在第 20 题出了道双曲线大题, 但设问方式比较常规, 重点还是考查学生数学运算等核心素养, 以及转化化归等数学思想。

双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点为 A , 右焦点为 F , 动点 B 在 C 上. 当 $BF \perp AF$ 时, $|AF| = |BF|$.

(1) 求 C 的离心率;

(2) 若 B 在第一象限, 证明: $\angle BFA = 2\angle BAF$.

亮点 3: 新题型: 结论开放性试题出现。

新高考数学学科的一个最大特点就是有很多新题型, 这次出了一道结论开放的填空题, 主要考查学生平时的数学积累。

亮点 4: 新题型: 逻辑题推理出现。

新高考新课标里明确了删除了推理和证明, 但这次出了一道逻辑推理题, 进一步明确了逻辑推理这个核心素养的重要性。

3. 关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ ，有下列四个命题：

甲： $x=1$ 是该方程的根；

乙： $x=3$ 是该方程的根；

丙：该方程两根之和为2；

丁：该方程两根异号.

如果只有一个假命题，则该命题是

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

亮点 5：新题型：多空题出现。

2019 年全国二卷出了一道双空题考查金石文化，但 2020 年的高考卷中，不管新老高考都没有出现双空题。这次模拟演练中出现双空题

14. 若正方形一条对角线所在直线的斜率为 2，则该正方形的两条邻边所在直线的斜率分别为_____，_____.

亮点 6：没有结构不良试题

新高考数学学科的一个最大特点就是新题型，有多选题、举例题、逻辑题、数据分析题，结构不良题，开放题等新题型，其中多选题和结构不良题在山东省新高考中已经出现，所以很多人会认为结构不良题是新高考数学试卷的必备了，但这次没有出现结构不良题。

亮点 7：多选题评分规则改变了

新高考山东卷多选题的评分规则是全部选对的得 5 分，选对但不全的得 3 分，有选错的得 0 分。这样导致了很多考生为了稳妥，把多选题当成单选题来做，只为了得 3 分，而不去冒险得 5 分，因为冒险多选很可能得 0 分。这次评分是全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。这样变化其实更合理，减少了投机的可能。

亮点 8：函数、导数与不等式的综合题有一定的规律。

2020 年的高考，不管是新高考还是老高考，全国 3 套卷都出现了在选择题的压轴题或者此压轴题考查函数、导数与不等式综合题的规律，这次考生继承这个特色。

8. 已知 $a < 5$ 且 $ae^5 = 5e^a$ ， $b < 4$ 且 $be^4 = 4e^b$ ， $c < 3$ 且 $ce^3 = 3e^c$ ，则

A. $c < b < a$

B. $b < c < a$

C. $a < c < b$

D. $a < b < c$

而 2020 年的高考中有更多类似的题目：

12. 若 $2^a + \log_2 a = 4^b + 2\log_4 b$, 则

- A. $a > 2b$ B. $a < 2b$ C. $a > b^2$ D. $a < b^2$

【答案】: B

【解析】: 由指数与对数运算可得: $2^a + \log_2 a = 4^b + 2\log_4 b = 2^{2b} + \log_2 b$,

又因为 $2^{2b} + \log_2 b < 2^{2b} + \log_2 2b = 2^{2b} + 1 + \log_2 b$, 即 $2^a + \log_2 a < 2^{2b} + \log_2 2b$,

令 $f(x) = 2^x + \log_2 x$, 由指对函数单调性可得 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增,

由 $f(a) < f(2b)$ 可得: $a < 2b$, 所以选 B.

12. 已知 $5^5 < 8^4$, $13^4 < 8^5$. 设 $a = \log_5 3$, $b = \log_8 5$, $c = \log_{13} 8$, 则

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

【答案】: A

【解析】: 易知 $a, b, c \in (0, 1)$

$$\text{由 } \frac{a}{b} = \frac{\log_5 3}{\log_8 5} = \log_5 3 \cdot \log_5 8 < \frac{(\log_5 3 + \log_5 8)^2}{4} = \frac{(\log_5 24)^2}{4} < \frac{2^2}{4} = 1, \text{ 知 } a < b$$

因为 $b = \log_8 5$, $c = \log_{13} 8$, 所以 $8^b = 5$, $13^c = 8$

即 $8^{5b} = 5^5$, $13^{4c} = 8^4$ 又因为 $5^5 < 8^4$, $13^4 < 8^5$

所以 $13^{4c} = 8^4 > 5^5 = 8^{5b} > 13^{4b}$, 即 $b < c$,

综上所述: $a < b < c$. 故选: A.

亮点 9: 模块综合性题增加了。

中国高考评价体系的一核四层四翼中明确了高考考查基础性、综合性、应用性、创新性, 而综合性就有学科之间的综合和数学模块之间的综合性。此次考试中出现数学和物理的综合题。

16. 对一个物理量做 n 次测量, 并以测量结果的平均值作为该物理量的最后结果. 已知

最后结果的误差 $\varepsilon_n \sim N(0, \frac{2}{n})$, 为使误差 ε_n 在 $(-0.5, 0.5)$ 的概率不小于 0.954 5, 至少

要测量_____次 (若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(|X - \mu| < 2\sigma) = 0.954 5$).

亮点 10：出现了学科综合性题。

中国高考评价体系的一核四层四翼中明确了高考考查基础性、综合性、应用性、创新性，而综合性就有学科之间的综合和数学模块之间的综合性。此次考试中出现了导函数和三角函数的综合题。

12. 设函数 $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 + \sin x \cos x}$ ，则

A. $f(x) = f(x + \pi)$

B. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$

C. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ 单调递增

D. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 单调递减

3、后期备考建议

1、重视三基，纲举目张——构建牢固的知识网络

基础不牢，地动山摇。在高考复习中，一定要加强三基的训练。所谓三基，是指基础知识、基本技能和基本数学思想方法。在复习中对课本要做到：帮助学生梳理教材知识结构，提炼结构版块；立足教材基本例题、习题，搞好变式研究，复习基础知识时要引导学生突出主干知识、抓住本学科各部分知识之间的联系和综合，形成知识之间的纵横联系的网络，达到“牵一发而动全身”的境界。

2、精讲精练，渗透思想——提高解题的各种能力

不能就题论题只讲解法，不搞题海战术，不能将数学解题简单的公式化、程序化，而是要在教学中选出最优秀的试题，最具典型性和最有价值的试题，讲题时渗透数学基本思想，让学生理解数学知识的本质，形成对知识的悟性，提高他们的数学思维品质及分析问题与解决问题的能力。

3、关注细节，不断反思——转变教学观念

“不思，故无惑；不惑，故无问；不问，故无得”。以数学思想方法的应用为例，函数与方程的思想、分类与整合的思想、转化与化归的思想等思想学生可谓耳熟能详，为什么考场上用不上？主要原因是平时教师生硬地将这些方法灌输给学生，学生食而不化，当然在考场上更不会熟练应用，所以重视数学思想方法的渗透和运用，要始终坚持指导学生自己进行数学思想和方法的提炼，让学生从思想上去揭示问题的本质。在解题后进行反思和提炼是成功的经验。发挥学生的主观能动性和教师的主导地位，要相信学生，要把思维还给学生，要让学生真正的成为学习的主人。同时督促学生抓好平时各个环节，比如审题要谨慎、推理要严密、表述要清楚、计算要准确等能力。