专题四　平面向量

一、　单项选择题

1.（2021 聊城二模 3）已知向量 $\vec{a}=(1,\sqrt{2})$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

2.（2021 淄博三模 4）已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为单位向量，且 $|\vec{b}|=|\vec{a}|=|\vec{a}-\vec{b}|=1$，则 $|2\vec{a}+\vec{b}|=$（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{7}$

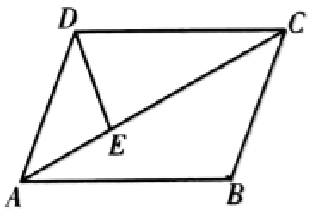
3.（2021 烟台适应性练习二 5）若向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+3\vec{b})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角的余弦值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{33}}{6}$　　C. $\dfrac{\sqrt{21}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

4.（2021 潍坊四县 5 月联考 4）已知向量 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(0,m)$，$\vec{c}=(2,4)$，且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{c}$，则实数 m 的值为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

5.（2021 潍坊三模 4）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，若 $\overrightarrow{ED}=\lambda\overrightarrow{AD}+\mu\overrightarrow{AB}$，则 $\lambda+\mu=$（　　）



A. $-\dfrac{1}{3}$　　B. 1　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

6.（2021 济宁二模 6）在平面直角坐标系 xOy 中，O 为坐标原点，已知点 $M(\sqrt{3},-1)$ 和点 $N(0,1)$．若点 P 在 $\angle MON$ 的角平分线上，且 $|\overrightarrow{OP}|=4$，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{MN}=$（　　）

A. −2　　B. −6　　C. 2　　D. 6

7.（2021 聊城三模 7）在 $\triangle ABC$ 中，$|AB|=3$，$|AC|=4$，$|BC|=5$，M 为 BC 中点，O 为 $\triangle ABC$ 的内心，且 $\vec{AO}=\lambda\vec{AB}+\mu\vec{AM}$，则 $\lambda+\mu=$（　　）

A. $\frac{7}{12}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. 1

8.（2021 德州二模 6）在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$，$|\overrightarrow{AE}|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{AF}|=$

$\sqrt{6}$ ，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$ （　　　）

A. -9　　　B. $-\frac{9}{2}$　　　C. -7　　　D. $-\frac{7}{2}$

9.（2021 烟台适应性练习一 7）在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=\sqrt{3}$，点 P 在 CD 上，$\overrightarrow{DP}=3\overrightarrow{PC}$，点 Q 在 BP 上，$\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{AB}=14$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=$（　　）

A．6　　　B．8　　　C．10　　　D．12

10.（2021 临沂二模 7）点 A，B，C 在圆 O 上，若 $|AB|=2$，$\angle ACB=30°$，则 $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的最大值为（　　）

A．3　　　B．$2\sqrt{3}$　　　C．4　　　D．6

11.（2021 烟台三模 5）在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$AB=2BC=2CD=2$，P 是腰 AD 上的动点，则 $|2\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}|$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{7}$　　　B. 3　　　C. $\frac{\sqrt{27}}{2}$　　　D. $\frac{27}{4}$

12.（2021 日照三模 7）已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，若向量 $\vec{c}$ 满足 $|\vec{c}-\vec{a}|\leqslant 1$，则 $\vec{b}\cdot\vec{c}$ 的取值范围是（　　）

A．$[-4，4]$　　　B．$[-2\sqrt{3}，2\sqrt{3}]$　　　C．$[0，2\sqrt{3}]$　　　D．$[0，4]$

二、　多项选择题

13.（2021 菏泽二模 9）已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的两个单位向量，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，$\langle \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\rangle=\theta$，则下列结论正确的有

A. $|\boldsymbol{c}|<\sqrt{3}$　　　B. $|\boldsymbol{c}|>\sqrt{3}$　　　C. $\cos\theta\geq\frac{\sqrt{6}}{3}$　　　D. $\cos\theta\leq\frac{\sqrt{6}}{3}$

三、　填空题

14.（2021 泰安二模 13）设向量 $\vec{a}=(1，m)$，$\vec{b}=(2，1)$，且 $\vec{b}\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=7$，则 $m=$_______.

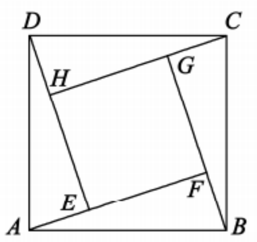
15.（2021 济南二模 13）已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的值为______.

16.（2021 淄博二模 13）已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$，则向量 $\vec{a}-\vec{b}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角为________.

17.（2021 滨州二模 14）已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 是单位向量，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则 $|\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}|$ 的最大值为_________.

18.（2021 青岛二模 14）在平行四边形 $ABCD$ 中，$\vec{AB}\cdot\vec{AD}=\vec{AB}^2=1$，$AC=\sqrt{5}$，则$\angle BAD$=________.

19.（2021 枣庄二模 14）如图，由四个全等的三角形与中间的一个小正方形 EFGH 拼成的一个大正方形 ABCD 中，$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AE}$，设$\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则 $x+y$ 的值为_______.



20.（2021 潍坊二模 16）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$|\vec{a}+\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=1$ 且$\vec{a}\cdot\vec{b}+1=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$的取值范围是__________.

专题四　平面向量参考答案

一、单项选择题

1. 【答案】D

【解析】根据题意，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为 θ，

因为 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$，所以 $(\vec{a}-\vec{b})^2=13$，即$\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=13$，

向量$\vec{a}=(1,\sqrt{2})$，则$|\vec{a}|=\sqrt{3}$，

则有 $3-2\sqrt{3}\times2\times\cos\theta+4=13$，解得$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

又由 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$，则 $\theta=\dfrac{5\pi}{6}$，

故$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{5\pi}{6}$；

故选：*D.*

2. 【答案】D

【解析】根据题意，若$|\vec{a}-\vec{b}|=1$，则有$|\vec{a}-\vec{b}|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，

又由$|\vec{b}|=|\vec{a}|=1$，

则有$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，

则$|2\vec{a}+\vec{b}|^2=4\vec{a}^2+\vec{b}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}=7$，

即$|2\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$；

故选：*D.*

3. 【答案】D

【解析】根据题意，设向量$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为 θ，

向量$(\vec{a}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+3\vec{b})$，则$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})=2\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}-3\vec{b}^2=2\sqrt{3}\cos\theta-1=0$，

变形可得：$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$；

故选：*D.*

4. 【答案】C

【解析】∵向量$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(0,m)$，$\vec{c}=(2,4)$，

∴$\vec{a}-\vec{b}=(2,1-m)$.

∵$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{c}$，∴$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=2\times2+(1-m)\times4=0$，

求得 $m=2$，

故选：C.

5.【答案】D

【解析】$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,

又∵ $\overrightarrow{ED}=\lambda\overrightarrow{AD}+\mu\overrightarrow{AB}$， $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}$ 不共线 ，

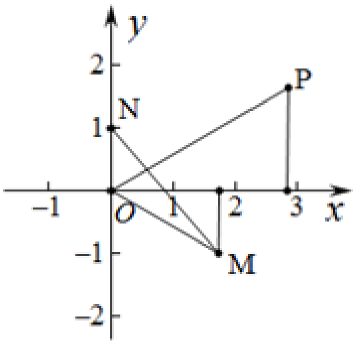
根据平面向量基本定理可得 $\lambda=\frac{2}{3},\mu=-\frac{1}{3}$,

$\therefore\lambda+\mu=\frac{1}{3}$,

故选：D.

6.【答案】 A

【解析】如图所示：



因为 $\tan\angle xOM=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，所以 $\angle xOM=30°$ ，即有 $\angle NOP=60°$ ， $\angle xOP=30°$ ，

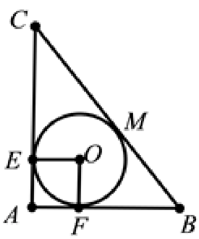
所以点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3},2)$ ，即 $\overrightarrow{OP}=(2\sqrt{3},2)$ ，又 $\overrightarrow{MN}=(-\sqrt{3},2)$

因此 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{MN}=2\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})+2\times2=-2$.

故答案为：A.

7.【答案】 A

【解析】由题知， $\angle A=\frac{\pi}{2}$ ，根据三角形面积与周长和内心的关系求得，内切圆半径 $OE=OF=\frac{3\times4}{3+4+5}=1$ ，四边形 $AEOF$ 为矩形，



则 $\vec{AO}=\vec{AE}+\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}+\frac{1}{3}\vec{AB}$ ，又 $\vec{AM}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AC}$

则 $\vec{AO}=\lambda\vec{AB}+\mu\vec{AM}=(\lambda+\frac{\mu}{2})\vec{AB}+\frac{\mu}{2}\vec{AC}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$

则 $\begin{cases}\lambda+\frac{\mu}{2}=\frac{1}{3}\\ \frac{\mu}{2}=\frac{1}{4}\end{cases}$ ，则 $\lambda+\mu=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$

故答案为：A

8.【答案】 B

【解析】∵ $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$ ， $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$

∴ $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$ ，

而 $|\overrightarrow{AE}|=\sqrt{2}$ ， $|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{6}$ ，

∴ $|\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2}$ ， $|\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}|=\sqrt{6}$ ，

∴ $\overrightarrow{AD}^2+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}^2=2$ ， $\frac{1}{9}\overrightarrow{AD}^2+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}^2=6$ ，

两式相减得 $\frac{8}{9}\overrightarrow{AD}^2-\frac{8}{9}\overrightarrow{AB}^2=-4$ ，∴ $\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{AB}^2=-\frac{9}{2}$.

∴ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{AB}^2=-\frac{9}{2}$.

故答案为：B.

9.【答案】D

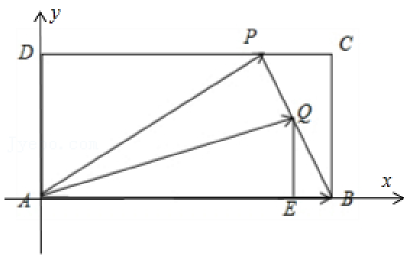
【解析】解：建立如图实数的坐标系，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=\sqrt{3}$，点 P 在 CD 上，$\vec{DP}=3\vec{PC}$，由题意可知 P（3，$\sqrt{3}$），B（4，0），点 Q 在 BP 上，过 Q 作 $QE\perp AB$ 于 E，

$\vec{AQ}\bullet\vec{AB}=14$，即 $\vec{AE}\cdot\vec{AB}=14$，可得 E（$\frac{7}{2}$，0），

所以 Q（$\frac{7}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），

所以 $\vec{AP}\bullet\vec{AQ}=3\times\frac{7}{2}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12$.

故选：D.



10.【答案】C

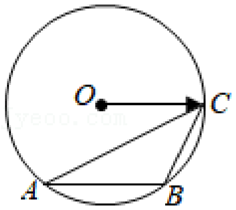
【解析】解：点 A，B，C 在圆 O 上，$|AB|=2$，$\angle ACB=30°$，

设三角形的外接圆的半径为 R，可得 $2R=\frac{2}{sin30°}=4$，所以 $R=2$，

如图，因为 $|AB|=2$，$|OC|=R=2$，

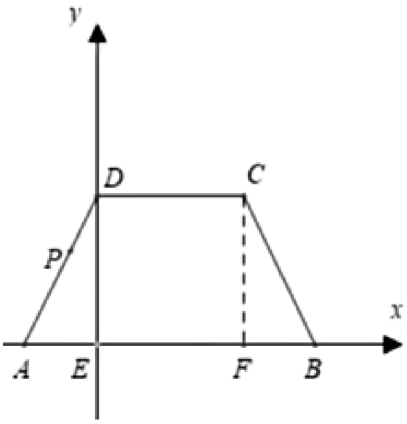
所以当 $\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线同向时，向量的数量积取得最大值：4.

故选：C.



11.【答案】C

【解析】过 D 作 $DE\perp AB$，垂足为 E，过 C 作 $CF\perp AB$，垂足为 F，以 E 为原点，分别以 EB，ED 所在的直线为 x 轴，y 轴，建立平面直角坐标系，如图所示：



由已知可得：$CD=BC=1, AD=EF=1$，$AE=BF=\frac{1}{2}$，

所以 $DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$E(0,0), A(-\frac{1}{2},0), D(0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，

$C(1,\frac{\sqrt{3}}{2}), F(1,0), B(\frac{3}{2},0)$，

因为 P 是腰 AD 上的点，所以设点 P 的横坐标为 $x(-\frac{1}{2}\le x\le 0)$，

因为直线 AD 的方程为 $\dfrac{x}{-\frac{1}{2}}+\dfrac{y}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=1$，即 $y=\sqrt{3}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$P(x,\sqrt{3}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，所以

$\overrightarrow{PB}=(\dfrac{3}{2}-x,-\sqrt{3}x-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{PC}=(1-x,-\sqrt{3}x)$，$\therefore 2\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}=(2-x,-\sqrt{3}x-\sqrt{3})$，

所以 $|2\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}|=\sqrt{(2-x)^2+(-\sqrt{3}x-\sqrt{3})^2}=\sqrt{4x^2+2x+7}=\sqrt{4(x+\dfrac{1}{4})^2+\dfrac{27}{4}}$，当

$x=-\dfrac{1}{4}\in\left[-\dfrac{1}{2},0\right]$，$|2\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}|$ 存在最小值为 $\dfrac{\sqrt{27}}{2}$，

故选：C.

12.【答案】D

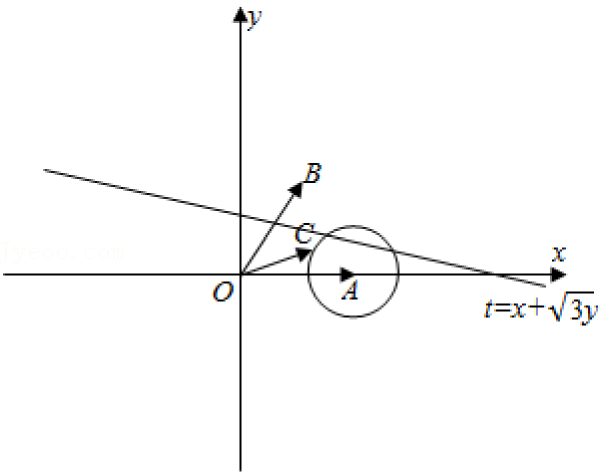
【解析】建立如图所示的平面直角坐标系：设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}=(2,0)$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}=(x,y)$，

$|\vec{c}-\vec{a}|=\sqrt{(x-2)^2+y^2}\leq 1$ 得 $(x-2)^2+y^2\leqslant 1$，∴如图所示 $\vec{C}$ 的终点在圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 上或内部.

$\vec{b}\cdot\vec{c}=x+\sqrt{3}y$，令 $t=x+\sqrt{3}y$，该直线要与圆相切或相交，则圆心（2，0）到直线 $t=x+\sqrt{3}y$ 的距离 $d=\dfrac{|2+\sqrt{3}\times 0-t|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\dfrac{|2-t|}{2}\leq 1$，

解得：$0\leqslant t\leqslant 4$.

故选：D.



二、多项选择题

13.【答案】AC

【解析】因为 a，b 是夹角为$\frac{\pi}{3}$的两个单位向量，所以 $\cos\langle a,b\rangle=\frac{a\cdot b}{|a||b|}=\frac{1}{2}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$

$(a-c)\cdot(b-c)=a\cdot b-c\cdot(a+b)+c^2=0$ ①

设 $a=(1,0)$，则 $b=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$a+b=(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$|a+b|=\sqrt{3}$

设 $c=(x,y)$，将 a,b,c 带入①得，$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}y+x^2+y^2=0$

即$(x-\frac{3}{4})^2+(y-\frac{\sqrt{3}}{4})^2=\frac{1}{4}$

因此向量 c 的坐标满足圆$(x-\frac{3}{4})^2+(y-\frac{\sqrt{3}}{4})^2=\frac{1}{4}$,而圆上的点到原点的最大距离为$\frac{1+\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$,A 正确；

由①知，$c\cdot(a+b)=\frac{1}{2}+c^2$

$$\cos\theta=\frac{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\boldsymbol{c}|}=\frac{\frac{1}{2}+\boldsymbol{c}^2}{\sqrt{3}|\boldsymbol{c}|}=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{1}{2|\boldsymbol{c}|}+|\boldsymbol{c}|\right)\geq\frac{\sqrt{3}}{3}\times 2\times\sqrt{\frac{1}{2|\boldsymbol{c}|}\times|\boldsymbol{c}|}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

当$\frac{1}{2|\boldsymbol{c}|}=|\boldsymbol{c}|$时等号成立，故 C 正确，

因此选 AC.

三、填空题

14.【答案】-1

【解析】解：∵向量$\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(2,1)$．m实数，

∴$2\vec{a}+\vec{b}=(4,2m+1)$，

∵$\vec{b}\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=7$，

∴$\vec{b}\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=8+2m+1=7$，

解得 $m=-1$．

故答案为：-1．

15.【答案】2

【解析】平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$，

可得$\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}^2=0$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$．

故答案为：2．

16.【答案】$\frac{5\pi}{6}$

【解析】由 $|\vec{a}-\vec{b}|^2=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1-2\vec{a}\cdot\vec{b}+4=3$ 得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$

由 $\cos\langle\vec{a}-\vec{b},\vec{b}\rangle=\frac{(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}}{|\vec{a}-\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}^2}{2\sqrt{3}}=\frac{1-4}{2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

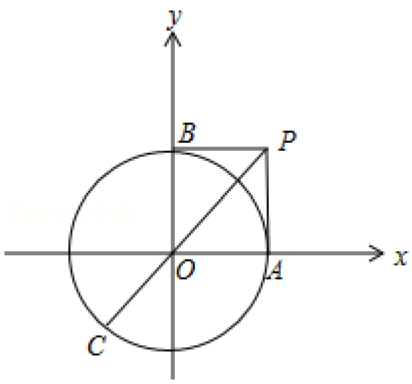
所以向量 $\vec{a}-\vec{b}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$

故答案为：$\frac{5\pi}{6}$

17.【答案】$\sqrt{2}+1$

【解析】解：由$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

建立如图所示平面直角坐标系，



设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，则$\vec{a}=(1，0)$，$\vec{b}=(0，1)$，

再设$\vec{c}=(x，y)$，则$\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}=(x-1，y-1)$，

$\therefore|\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$，其几何意义为单位圆上的动点与定点 P（1，1）间的距离．

则其最大值为$|OP|+1=\sqrt{1^2+1^2}+1=\sqrt{2}+1$．

故答案为：$\sqrt{2}+1$．

18.【答案】$45°$

【解答】解：如图，

$\because\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle DAB=|\overrightarrow{AB}|^2=1$，

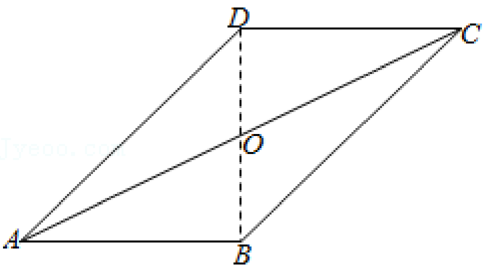
$\therefore DB\perp AB$，且$|AB|=1$，

又$|AC|=\sqrt{5}$，$\therefore|AO|=\frac{1}{2}|AC|=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

则$|OB|=\sqrt{(\frac{\sqrt{5}}{2})^2-1^2}=\frac{1}{2}$，可得$|BD|=1$，

则△ABD为等腰直角三角形，得∠BAD=45°．

故答案为：45°．



19.【答案】$\frac{6}{5}$

【解析】连接 BD 交 AF 于点 M，令 BF=1，则 AF=3，

$\tan\angle FBM=\tan(\angle ABF-45^\circ)=\frac{1}{2}$，所以 $FM=\frac{1}{2}$，$AM=\frac{5}{2}$，

根据等和线知识可得 $x+y=\frac{AF}{AM}=\frac{3}{\frac{5}{2}}=\frac{6}{5}$．

20.【答案】[1，5]

【解析】∵$|\vec{a}+\vec{b}|=3$，∴$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}=9-4\vec{a}\cdot\vec{b}$，

∵$|\vec{a}\cdot\vec{b}+1|=|(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}|\leqslant|(\vec{a}+\vec{b})|\cdot|\vec{c}|=3$，∴$-4\leqslant\vec{a}\cdot\vec{b}\leqslant2$，

∴$1\leqslant9-4\vec{a}\cdot\vec{b}\leqslant25$，∴$1\leqslant|\vec{a}-\vec{b}|^2\leqslant25$，即 $1\leqslant|\vec{a}-\vec{b}|\leqslant5$.

故答案为[1，5].