

专题二 复数

一、单项选择

1. (潍坊一模 2) 已知复数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ (i 为虚数单位), 则 $|z-1|$ 的最大值为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

2. (日照一模 1) 复平面内表示复数 $z = i(a-i)$ ($a < 0$) 的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (菏泽一模 1) 若 $z \cdot (1+i) = 2i$, 则 z 的虚部是 ()

- A. -1 B. 1 C. i D. $-i$

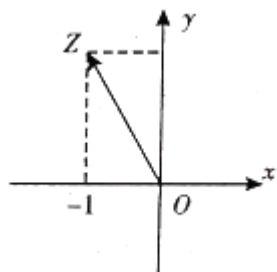
4. (泰安一模 2) 已知 i 是虚数单位, 若复数 $z = \frac{5}{4+3i}$, 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ ()

- A. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ B. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ C. $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ D. $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

5. (德州一模 2) 复数 $z = \frac{1-2i}{1+i}$ 的共轭复数的虚部为 ()

- A. $-\frac{1}{2}i$ B. $\frac{1}{2}i$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

6. (2021·临沂一模 2) 如图, 若向量 $\vec{OZ}$ 对应的复数为 z , 且 $|z| = \sqrt{5}$, 则 $\frac{1}{z} =$ ()



- A. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ B. $-\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ C. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ D. $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

7. (烟台一模 2) 若复数 $z = \frac{3-i}{1-i}$, 则 $|z| =$

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

8. (2021·淄博一模 2) 复数 $i(2-i)$ 的虚部为 ()

- A. $-2i$ B. $2i$ C. -2 D. 2

9. (济宁一模 2) 已知复数 z 满足 $z \cdot i = 1+i$ 则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

10. (滨州一模 2) 棣莫弗公式 $[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ (i 为虚数单位, $r > 0$) 是由法国数学

家棣莫弗（1667 - 1754）发现的. 根据棣莫弗公式, 在复平面内复数 $[2(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7})]^{15}$ 对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

11. (青岛一模 4) 18 世纪末期, 挪威测量学家威塞尔首次利用坐标平面上的点来表示复数, 使复数及其运算具有了几何意义, 例如, $|z| = |OZ|$, 也即复数 z 的模的几何意义为 z 对应的点 Z 到原点的距离, 在复数平面内, 复数 $z_0 = \frac{a+2i}{1+i}$ (i 是虚数单位, $a \in \mathbb{R}$) 是纯虚数, 其对应的点为 Z_0 , Z 为曲线 $|z| = 1$ 上的动点, 则 Z_0 与 Z 之间的最小距离为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

二、多项选择

12. (聊城一模 9) 若 $m \in \mathbb{R}$, 则复数 $\frac{m+i}{1-i}$ 在复平面内所对应的点可能在

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

三、填空

13. (济南一模 13) 已知复数 $z = \frac{2+i}{-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 $|z|$ 的值为_____.

答案解析

一、单项选择

1. 【答案】C

【解析】 $|z-1| = |\cos\theta - 1 + i\sin\theta| = \sqrt{(\cos\theta - 1)^2 + \sin^2\theta} = \sqrt{2 - 2\cos\theta} \leq 2$ ，故选 C.

2. 【答案】D

【解析】 $z = i(a-i) = -i^2 + ai = 1 + ai$ ，又 $a < 0$ ，故选 D.

3. 【答案】B

【解析】因为 $z \cdot (1+i) = 2i$ ，

$$\text{所以 } z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = i(1-i) = 1+i,$$

故 z 的虚部是 1.

故选：B.

4. 【答案】A

【解析】复数 $z = \frac{5}{4+3i} = \frac{5(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ ，

$$\therefore z \text{ 的共轭复数 } \bar{z} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i,$$

故选：A.

5. 【答案】D

【解析】 $z = \frac{1-2i}{1+i} = \frac{1-2i}{1-i} = \frac{(1-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ ，

$$\therefore \bar{z} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i,$$

$\therefore$ 复数 $z = \frac{1-2i}{1+i}$ 的共轭复数的虚部为 $\frac{1}{2}$ ，

故选：D.

6. 【答案】D

【解答】根据图形可设 $z = -1 + bi$ ， $b > 0$ ，

因为 $|z| = \sqrt{5}$ ，所以 $\sqrt{(-1)^2 + b^2} = \sqrt{5}$ ，解得 $b = 2$ ，

所以 $z = -1 + 2i$ ，则 $\bar{z} = -1 - 2i$ ，

$$\text{所以 } \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{-1-2i} = \frac{-1+2i}{(-1-2i)(-1+2i)} = \frac{-1+2i}{5} = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$$

故选：D.

7. 【答案】D

【解析】方法一： $z = \frac{3-i}{1-i} = \frac{(3-i)(1+i)}{2} = \frac{4+2i}{2} = 2+i$, 所以 $|z| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$;

方法二： $|z| = \left| \frac{3-i}{1-i} \right| = \frac{|3-i|}{|1-i|} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$, 故选 D

8. 【答案】D

【解答】复数 $i(2-i) = 1+2i$ 的虚部为 2, 故选：D.

9. 【答案】D

【解析】 $z = \frac{1+i}{i} = \frac{-i^2+i}{i} = 1-i$, 所以对应的点为 (1,-1), 位于第四象限, 故选 D

10. 【答案】A

【解析】由题意得, $\left[2\left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)\right]^{15} = 2^{15} \left(\cos\frac{15\pi}{7}+i\sin\frac{15\pi}{7}\right) = 2^{15} \left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)$,

其对应的点位于第一象限.

故选：A.

11. 【答案】B

【解析】 $z_0 = \frac{a+2i}{1+i} = \frac{(a+2i)(1-i)}{2} = \frac{(a+2)+(2-a)i}{2}$, 因为 z_0 为纯虚数, 所以 $a=-2$, $z_0 = 2i$, Z_0 点坐标为 (0,2), 设 $z=x+yi$, 则由 $|z|=1$, 得 $x^2+y^2=1$ 表示以 (0,0) 为圆心, 1 为半径的圆, 因此 Z_0 与 Z 的最小距离为 1, 故选 B.

二、多项选择

12. 【答案】ABC

三、填空

13. 【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】 $|z| = \left| \frac{2+i}{-i} \right| = \frac{|2+i|}{|-i|} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$