

专题一 集合与常用逻辑用语

集合

1. (潍坊一模 1) 已知集合 $A = \{-2, 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x = 0\}$, 则以下结论正确的是
- A. $A=B$ B. $A \cap B = \{0\}$ C. $A \cup B = A$ D. $A \subseteq B$
2. (滨州一模) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x+y \in A\}$, 则集合 B 的子集的个数为 ()
- A. 4 B. 7 C. 8 D. 16
3. (2021·临沂一模 1) 已知全集 $U = A \cup B = (0, 4]$, $A \cap C_U B = (2, 4]$, 则集合 $B =$ ()
- A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(0, 2]$ D. $(0, 2)$
4. (烟台一模 1) 已知集合 $A = \{x | -x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap C_R B =$
- A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(1, 2)$
5. (2021·淄博一模 2) 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B = \{x | x^2 < x\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(1, 2]$ B. $(0, 1)$ C. $[0, 1)$ D. $(1, 2)$
6. (日照一模 2) 设集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 < 0\}$, $B = \{x | 2x + 3 > 0\}$, 则 $A \cap B =$
- A. $(-\frac{3}{2}, 1)$ B. $(-\frac{3}{2}, -1)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-2, 1)$
7. (泰安一模 1) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 > 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(2, 3)$ B. $[2, 3]$ C. $(2, 3]$ D. $[2, 3] \cup \{-2\}$
8. (济宁一模 1) 1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x | 2^x \geq \frac{1}{2}\}$, 则 $A \cup B =$
- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$
- C. $(-\infty, -2) \cup [-1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$
9. (德州一模 1) 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{16 - x^2}\}$, $B = \{x | \lg(x-2) \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(2, 3]$ B. $[-4, 4]$ C. $[2, 4)$ D. $(2, 4]$
10. (菏泽一模 2) 设集合 $A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | e^{x-1} - 1 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(2, 1)$ D. $(3, +\infty)$
11. (青岛一模 1) 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 4\}$, $B = \left\{x \in R \mid y = x^{\frac{1}{2}}\right\}$, 则 $(C_R A) \cap B =$ ()
- A. $(-\infty, 2]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[0, 2]$ D. $(0, 2)$

常用逻辑用语

一、单项选择

1. (聊城一模 1) 已知 M, N 为 R 的两个不相等的非空子集, 若 $M \cap (C_R N) = \emptyset$, 则下列结论错误的是

- A. $\exists x \in N, x \in M$ B. $\exists x \in N, x \notin M$
C. $\forall x \in M, x \in N$ D. $\forall x \in N, x \in M$

2. (济南一模 2) 设集合 $A = \{x | \frac{x-1}{x} < 0\}, B = \{x | x+1 > 0\}$, 则“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

3. (菏泽一模 3) 命题“ $\forall x \in R, x^2 \geq 0$ ”的否定为 ()

- A. $\forall x \notin R, x^2 \geq 0$ B. $\forall x \in R, x^2 < 0$ C. $\exists x \in R, x^2 \geq 0$ D. $\exists x \in R, x^2 < 0$

4. (2021·临沂一模 3) 设 a, b, c, d 为实数, 则“ $a > b, c > d$ ”是“ $a+c > b+d$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. (青岛一模 2) 若 α, β 表示两个不同的平面, m 为平面 α 内的一条直线, 则 ()

- A. “ $m \parallel \beta$ ”是“ $\alpha \parallel \beta$ ”的充分不必要条件
B. “ $m \parallel \beta$ ”是“ $\alpha \parallel \beta$ ”的必要不充分条件
C. “ $m \perp \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的必要不充分条件
D. “ $m \perp \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的充要条件

6. (泰安一模 3) 已知命题 $p: \forall x \in R, ax^2 + ax + 1 > 0$, 命题 $q: \text{函数 } y = -(a+1)x \text{ 是减函数}$, 则命题 p 成立是 q 成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (德州一模 3) 已知 $a, b \in R$, 则 $a < b$ 是 $a^2 (e^a - e^b) < 0$ 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. (2021·淄博一模 6) 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则“ $S_{2020} > 0, S_{2021} < 0$ ”是“ $a_{1010} a_{1011} < 0$ ”的 ()

- A. 充分必要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择

9. (济宁一模 9) 下列说法正确的是

- A. 命题 “ $\exists x < 0$, 使得 $x^2 - x - 2 > 0$ ” 的否定是 “ $\forall x < 0$, 使得 $x^2 - x - 2 \leq 0$ ”
B. 设随机变量 $\xi \sim N(1, \sigma^2)$ 若 $P(\xi < 3a - 1) = P(\xi > a + 2)$, 则 $a = \frac{1}{4}$
C. 正实数 a, b 满足 $a+b=1$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 5
D. $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 “ $a_1+a_2 < 2a_2$ ” 是 “ $a_1 < 0$ ” 的充分不必要条件

10. (2021·临沂一模 9) 下列结论正确的是 ()

- A. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ” 的否定是 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 < 0$ ”
B. 已知回归模型为 $\hat{y} = x^2 + 2x + 1$, 则样本点 $(1, 3)$ 的残差为 -1
C. 若幂函数的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, 则该函数的单调递增区间为 $(-\infty, 0]$
D. 若 $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中各项的二项式系数之和为 32, 则此展开式中 x^2 项的系数为 -80

答案解析

集合

1. 【答案】B

【解析】 $\because$ 集合 $A = \{-2, 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x = 0\} = \{0, 2\}$,

$\therefore A \cap B = \{0\}$, 故选 B.

2. 【答案】C

【解析】 $\because$ 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 平面内以 (x, y) 为坐标的点集合 $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x + y \in A\}$,

$\therefore B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$,

$\therefore B$ 的子集个数为: $2^3 = 8$ 个.

故选: C.

3. 【答案】C

【解析】因为 $U = A \cup B = (0, 4]$, $A \cap C_U B = (2, 4]$, 所以 $B = (0, 2]$, 故选 C.

4. 【答案】B

【解析】因为 $-x^2 + 2x > 0$, 所以 $0 < x < 2$, $A = (0, 2)$, 又因为 $B = \{x | x > 1\}$, 所以 $C_R B = \{x | x \leq 1\}$,

因此 $A \cap C_R B = (0, 1]$, 故选 B.

5. 【答案】B

【解答】 $\because A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$,

$\therefore A \cap B = (0, 1)$.

故选: B.

6. 【答案】A

【解析】由 $x^2 + x - 2 < 0$, $-2 < x < 1$. 由 $2x + 3 > 0$, 得 $x > -\frac{3}{2}$, 故选 A

7. 【答案】C

【解析】 $\because A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$,

$\therefore A \cap B = (2, 3]$.

故选: C.

8. 【答案】C

【解析】由 $x^2 + 2x > 0$, 得: $x > 0$ 或者 $x < -2$, $\therefore A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$

由 $2^x \geq \frac{1}{2}$, 得: $x \geq -1$, $\therefore B = \{x | x \geq -1\}$, $\therefore A \cup B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq -1\}$

9. 【答案】D

【解析】 $\because A = \{x | 16 - x^2 \geq 0\} = \{x | -4 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 0 < x - 2 \leq 10\} = \{x | 2 < x \leq 12\}$,

$\therefore A \cap B = (2, 4]$.

故选: D.

10. 【答案】A

【解析】 $\because A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | e^{x-1} < 1\} = \{x | x - 1 < 0\} = \{x | x < 1\}$,

$\therefore A \cap B = (-\infty, 1)$.

故选: A.

11. 【答案】C

【解析】集合 A 表示函数 $y = \log_2 x (x > 4)$ 的值域, 函数 $y = \log_2 x$ 为增函数, 所以 $y > \log_2 4$, 即 $y > 2$, $A = \{y | y > 2\}$, $C_R A = \{y | y \leq 2\}$, 集合 B 表示函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的定义域, 由 $y = \sqrt{x}$, 得 $x \geq 0$, 即 $B = \{x | x \geq 0\}$, 所以 $(C_R A) \cap B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 故选 C.

常用逻辑用语

一、单项选择题

1. 【答案】D

2. 【答案】B

【解析】由 $\frac{x-1}{x} < 0$, 得 $(x-1)x < 0$, 解得 $0 < x < 1$, 因此 $A = \{x | 0 < x < 1\}$, 由 $x+1 > 0$, 得 $x > -1$, 因此 $B = \{x | x > -1\}$,

$A \subsetneq B$, 所以“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分不必要条件, 故选 B.

3. 【答案】D

【解析】因为全称命题的否定是特称命题, 所以: 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 0$ ”的否定是 $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$.

故选: D.

4. 【答案】A

【解答】由 $c > d$, 则“ $a > b$ ” $\Rightarrow$ “ $a+c > b+d$ ”, 反之不成立.

例如取 $c=5, d=1, a=2, b=3$. 满足 $c > d$, “ $a+c > b+d$ ”, 但是 $a > b$ 不成立.

$\therefore c > d$, 则“ $a > b, c > d$ ”是“ $a+c > b+d$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

5. 【答案】B

【解析】若 $\alpha // \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $m // \beta$, 而由 $m // \beta$, $m \subset \alpha$ 并不能得到 $\alpha // \beta$, 因此 $m // \beta$ 是 $\alpha // \beta$ 的必要不充分条件; 若 $m \perp \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$, 而由 $\alpha \perp \beta$, $m \subset \alpha$, m 不一定与 β 垂直, 因此 $m \perp \beta$ 是 $\alpha \perp \beta$ 的充分不必要条件, 故选 B。

6. 【答案】A

【解析】命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2+ax+1>0$, 若命题 p 为真命题, 则 $a=0$ 或 $\begin{cases} a>0 \\ \Delta=a^2-4a<0 \end{cases}$, 解得 $0 \leq a < 4$,

命题 q : 函数 $y = -(a+1)x$ 是减函数, 若命题 q 为真命题, 则 $-(a+1) < 0$, 解得 $a > -1$,

由 $0 \leq a < 4$ 能推出 $a > -1$, 反之不成立,

故命题 p 成立是 q 成立的充分不必要条件,

故选: A.

7. 【答案】B

【解析】由 $a < b$, 当 $a=0$ 时, 不能够推出 $a^2(e^a - e^b) < 0$,

故 $a < b$ 是 $a^2(e^a - e^b) < 0$ 的不充分条件,

由 $a^2(e^a - e^b) < 0 \Rightarrow e^a - e^b < 0 \Rightarrow e^a < e^b \Rightarrow a < b$,

故 $a < b$ 是 $a^2(e^a - e^b) < 0$ 的必要条件,

综上所述: $a < b$ 是 $a^2(e^a - e^b) < 0$ 的必要不充分条件.

故选: B.

8. 【答案】B

【解答】因为 $S_{2020} > 0$, $S_{2021} < 0$, 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

所以 $\frac{(a_1+a_{2020}) \times 2020}{2} > 0$, $\frac{(a_1+a_{2021}) \times 2021}{2} < 0$,

即 $a_1+a_{2020}=a_{1010}+a_{1011} > 0$, $a_1+a_{2021}=2a_{1011} < 0$,

所以 $a_{1010} > 0$, $a_{1011} < 0$, 且 $a_{1010} > |a_{1011}|$,

所以 $a_{1010}a_{1011} < 0$,

当 $a_{1010}a_{1011} < 0$ 时, 得 $a_{1010} > 0$, $a_{1011} < 0$, 或 $a_{1010} < 0$, $a_{1011} > 0$;

故 “ $S_{2020} > 0$, $S_{2021} < 0$ ” 可以推出 “ $a_{1010}a_{1011} < 0$ ”,

但 “ $a_{1010}a_{1011} < 0$ ” 不能推出 “ $S_{2020} > 0$, $S_{2021} < 0$ ”,

所以 “ $S_{2020} > 0$, $S_{2021} < 0$ ” 是 “ $a_{1010}a_{1011} < 0$ ” 的充分不必要条件.

故选: B.

二、多项选择

9. 【答案】ABD

【解析】存在量词命题的否定是全称量词命题，只需要把“存在”改为“任意”，否定结论即可，A 正确；

B 选项，根据正态分布的对称性知： $\frac{(3a-1)+(a+2)}{2}=1$ ，解得 $a=\frac{1}{4}$ ，B 正确

C 选项， $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=(\frac{2}{a}+\frac{1}{b})(a+b)=2+\frac{2b}{a}+\frac{a}{b}+1\geq 3+2\sqrt{\frac{2b}{a}\times\frac{a}{b}}=3+2\sqrt{2}$ ，C 错误

D 选项，因为 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以原式 $\Rightarrow a_1+a_1q^2-2a_1q=a_1(q-1)^2<0$ ，

它可以得到 $a_1<0$ ，反之（例如为常数列），则不一定成立，故 D 正确

10. 【答案】ABD

【解答】对于 A：命题“ $\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x+1\geq 0$ ”的否定是“ $\exists x\in\mathbf{R}, x^2-x+1<0$ ”，故 A 正确；

对于 B：已知回归模型为 $\hat{y}=x^2+2x+1$ ，则样本点 (1, 3) 的残差为 $e=3-4=-1$ ，故 B 正确；

对于 C：若幂函数的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ，故函数的幂函数的关系式为 $f(x)=x^2$ 则该函数的单调递减区间为 $(-\infty, 0]$ ，故 C 错误；

对于 D：若 $(2x-\frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中各项的二项式系数之和为 32，故 $2^n=32$ ，解得 $n=5$ ，则此展开式中

二项展开式 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\cdot(-x^{-\frac{1}{2}})^r=-C_5^r\cdot 2^{5-r}x^{5-\frac{3r}{2}}$ ，令 $5-\frac{3r}{2}=2$ ，解得 $r=2$ ，

故系数为 $-C_5^2\cdot 2^3=-80$ ，故 D 正确。

故选：ABD。