

专题十二 数学文化

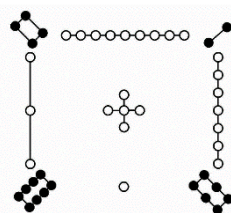
一、单项选择题

1. (2021 临沂二模 1) 某校积极落实立德树人, 坚持五育并举, 计划在新学期开展球类、书法、健美操、棋类等四项社团活动. 学校要求每位学生选择其中的两项, 学生甲、乙, 丙三人都已决定选择球类, 三人再从其它三项中各选择一项, 恰好三人的选择互不相同, 乙比选棋类的人个头高, 丙和选书法的人身高不同, 选书法的人比甲个头小, 则甲、乙, 丙所选的第二项社团活动分别为 ()

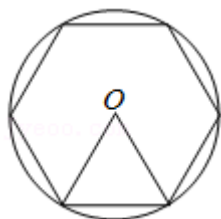
- A. 书法、健美操、棋类 B. 健美操、书法、棋类
C. 棋类、书法、健美操 D. 棋类、健美操、书法

2. (2021 菏泽二模 3) 如图, 洛书 (古称龟书) 是阴阳五行术数之源, 在古代传说中有神龟出于洛水, 其甲壳上有此图象, 结构是戴九履一, 左三右七, 二四为肩, 六八为足, 以五居中, 五方白圈皆阳数, 四角黑点为阴数. 若从四个阴数和五个阳数中随机选取 3 个数, 则选取的 3 个数之和为奇数的方法数为 ()

- A. 30 B. 40 C. 42 D. 44



3. (2021 青岛二模 4) 我国魏晋时期著名的数学家刘徽在《九章算术注》中提出了“割圆术——割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至不可割, 则与圆周合体而无所失矣”. 也就是利用圆的内接多边形逐步逼近圆的方法来近似计算圆的面积. 如图 $\odot O$ 的半径为 1, 用圆的内接正六边形近似估计, 则 $\odot O$ 的面积近似为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 若我们运用割圆术的思想进一步得到圆的内接正二十四边形, 以此估计, $\odot O$ 的面积近似为 ()



- A. $\frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}$ B. $\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$ C. $3(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ D. $3(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

4. (2021 潍坊二模 5) 尽管目前人类还无法准确预报地震, 但科学家通过研究已经对地震有所了解, 地震时释放出的能量 E (单位: 焦耳) 与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E = 4.8 + 1.5M$. 2011 年 3 月 11 日, 日本东北部海域发生里氏 9.0 级地震, 它所释放出来的能量大约是 2008 年 5 月 12 日我国汶川发生里氏 8.0 级地震所释放能量的少倍? (参考数值: $\sqrt{10} \approx 3.162$, $\sqrt[3]{10} \approx 2.154$) ()

- A. 31.6 B. 15.8 C. 4.6 D. 1.5

5. (2021 日照二模 4) 尽管目前人类还无法准确预报地震, 但科学家通过研究已经对地震有所了解, 例如,

地震释放出的能量 E (单位: 焦耳) 与地震里氏震级 M 之间的关系 $\lg E = 4.8 + 1.5M$. 据此推断 2008 年 5 月 12 日我国四川省汶川地区发生里氏 8.0 级地震所释放的能量是 2020 年 9 月 30 日台湾省宜兰县海域发生里氏 5.0 级地震所释放的能量的 () 倍

- A. $\lg 4.5$ B. 4.5 C. 450 D. $10^{4.5}$

6. (2021 聊城三模 5) 声强级 L_I (单位: dB) 由公式 $L_I = 10 \lg(\frac{I}{10^{-12}})$ 给出, 其中 I 为声强 (单位: W/m^2)

一般正常人听觉能忍受的最高声强级为 120dB, 平时常人交谈时声强级约为 60dB, 那么一般正常人能忍受的最高声强是平时常人交谈时声强的 ()

- A. 10^4 倍 B. 10^5 C. 10^6 倍 D. 10^7 倍

7. (2021 聊城二模 7) 中医药在抗击新冠肺炎疫情中发挥了重要作用, 但由于中药材长期的过度开采, 本来

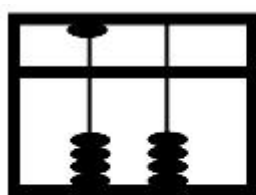
蕴藏丰富的中药材量在不断减少. 研究发现, t 期中药材资源的再生量 $f(x_t) = rx_t(1 - \frac{x_t}{N})$, 其中 x_t

为 t 期中药材资源的存量, r, N 为正常数, 而 t 期中药材资源的利用量与存量的比为采挖强度. 当 t 期的再生量达到最大, 且利用量等于最大再生量时, 中药材资源的采挖强度为 ()

- A. $\frac{r}{2}$ B. $\frac{r}{3}$ C. $\frac{r}{4}$ D. $\frac{r}{5}$

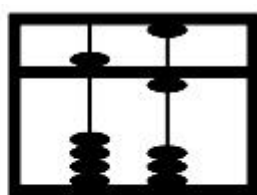
8. (2021 淄博三模 7) 算盘是一种手动操作计算辅助工具. 它起源于中国, 迄今已有 2600 多年的历史, 是

中国古代的一项重要发明, 算盘有很多种类型有一种算盘 (如图一), 共两挡, 自右向左分别表示个位和十位, 档中横以梁, 梁上一珠拨下, 记作数字 5, 梁下四珠, 上拨每珠记作数字 1 (例如图二中算盘表示整数 51). 如果拨动图一算盘中的三枚算珠, 可以表示不同整数的个数为 ()



十位 个位

图一



十位 个位

图二



- A. 16 B. 15 C. 12 D. 10

9. (2021 日照三模 5) 2020 年 12 月 17 日凌晨, 嫦娥五号返回器携带月球土壤样品, 在预定区域安全着

陆. 嫦娥五号是使用长征五号火箭发射成功的, 在不考虑空气阻力的情况下, 火箭的最大速度 v (单位: 米/秒) 和燃料的质量 M (单位: 千克)、火箭 (除燃料外) 的质量 m (单位: 千克) 的函数关系表达式为

$v = 2000 \ln(1 + \frac{M}{m})$. 如果火箭的最大速度达到 12000 米/秒, 则燃料的质量与火箭的质量的关系是 ()

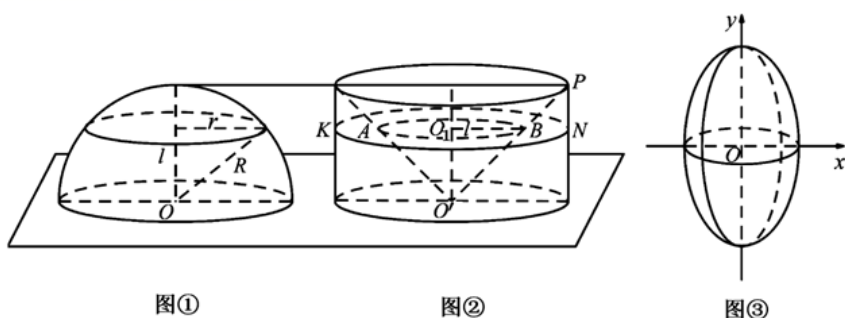
- A. $M=e^6 m$ B. $Mm=e^6-1$ C. $\ln M+\ln m=6$ D. $\frac{M}{m}=e^6-1$

10. (2021 济南二模 7) 苏格兰数学家纳皮尔发明了对数表, 这一发明为当时天文学家处理“大数运算”提供了巨大的便利. 已知正整数 N 的 31 次方是一个 35 位数, 则由下面的对数表, 可得 N 的值为 ()

M	2	3	6	7	8	9	11	12	13	14	15	16	17
$\lg M$	0.30	0.48	0.78	0.85	0.90	0.95	1.04	1.08	1.11	1.15	1.18	1.20	1.23

- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

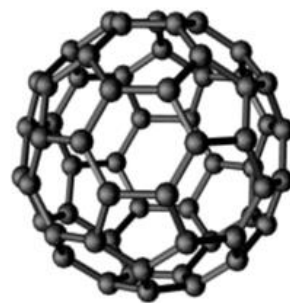
11. (2021 德州二模 7) 运用祖暅原理计算球的体积时, 夹在两个平行平面之间的两个几何体, 被平行于这两个平面的任意一个平面所截, 若截面面积都相等, 则这两个几何体的体积相等, 构造一个底面半径和高都与球的半径相等的圆柱, 与半球 (如图①) 放置在同一平面上, 然后在圆柱内挖去一个以圆柱下底面圆心为顶点, 圆柱上底面为底面的圆锥后得到一新几何体 (如图②), 用任何一个平行于底面的平面去截它们时, 可证得所截得的两个截面面积相等, 由此可证明新几何体与半球体积相等. 现将椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 绕 y 轴旋转一周后得一橄榄状的几何体 (如图③), 类比上述方法, 运用祖暅原理可求得其体积等于 ().



- A. 8π B. 16π C. 24π D. 32π

8. (2021 淄博二模 8) 碳 70 (C_{70}) 是一种碳原子簇, 可高效杀灭癌细胞, 它是由 70 个碳原子构成的, 其结构是由五元环 (正五边形面) 和六元环 (正六边形面) 组成的封闭的凸多面体, 共 37 个面, 则其六元环的个数为 ().

- A. 12 B. 25
C. 30 D. 36



C_{70} 分子结构图

二、多项选择题

9. (2021 潍坊四县 5 月联考 9) 甲、乙、丙、丁四人参加数学竞赛, 四人在成绩公布前作出如下预测:

甲预测说：我不会获奖，丙获奖；

乙预测说：甲和丁中有一人获奖；

丙预测说：甲的猜测是对的；

丁预测说：获奖者在甲、乙、丙三人中.

成绩公布后表明，四人的预测中有两人的预测与结果相符，另外两人的预测与结果不符，已知有两人获奖，则获奖者可能是（ ）

- A. 甲和乙 B. 乙和丙 C. 甲和丙 D. 乙和丁

10. (2021 日照二模 10) 我国天文学和数学著作《周髀算经》中记载：

一年有二十四个节气，每个节气的晷长损益相同（晷是按照日影测定时刻的仪器，晷长即为所测量影子的长度），二十四节气及晷长变化如图所示，相邻两个节气晷长减少或增加的量相同，周而复始. 已知每年冬至的晷长为一丈三尺五寸，夏至的晷长为一尺五寸（一丈等于十尺，一尺等于十寸），则下列说法正确的是（ ）



- A. 小寒比大寒的晷长长一尺
B. 春分和秋分两个节气的晷长相同
C. 小雪的晷长为一丈五寸
D. 立春的晷长比立秋的晷长长

11. (2021 枣庄二模 11) 列昂纳多·斐波那契 (Leonardo Fibonacci, 1170—1250 年) 是意大利数学家, 1202 年斐波那契在其代表作《算盘书》中提出了著名的“兔子问题”，于是得斐波那契数列，斐波那契数列可以如下递推的方式定义：用 $F(n)(n \in \mathbb{N}^*)$ 表示斐波那契数列的第 n 项，则数列 $\{F(n)\}$ 满足：

$F(1) = F(2) = 1$, $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$. 斐波那契数列在生活中有着广泛的应用，美国 13 岁男孩 Aidan Dwyer 观察到树枝分叉的分布模式类似斐波那契数列，因此猜想可按其排列太阳能电池，找到了能够大幅改良太阳能科技的方法. 苹果公司的 Logo 设计，电影《达芬奇密码》等，均有斐波那契数列的影子. 下列选项正确的是

- A. $[F(8)]^2 = F(7)F(9) + 1$
B. $F(1) + F(2) + \cdots + F(6) + 1 = F(8)$
C. $F(2) + F(4) + \cdots + F(2n) = F(2n+1) - 2$
D. $[F(1)]^2 + [F(2)]^2 + \cdots + [F(n)]^2 = F(n) \cdot F(n+1)$

12. (2021 日照三模 11) 意大利画家列奥纳多·达·芬奇 (1452.4 - 1519.5) 的画作《抱银貂的女人》中, 女士脖颈上黑色珍珠项链与主人相互映衬呈现出不一样的美与光泽, 达·芬奇提出: 固定项链的两端, 使其在重力的作用下自然下垂, 项链所形成的曲线是什么? 这就是著名的“悬链线问题”, 后人给出了悬链线的函数解析式: $f(x) = a \cosh \frac{x}{a}$, 其中 a 为悬链线系数, $\cosh x$ 称为双曲余弦函数, 其函数表达式为 $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, 相应地双曲正弦函数的表达式为 $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. 若直线 $x = m$ 与双曲余弦函数 C_1 与双曲正弦函数 C_2 的图象分别相交于点 A, B , 曲线 C_1 在点 A 处的切线 l_1 与曲线 C_2 在点 B 处的切线 l_2 相交于点 P , 则下列结论正确的为 ()



- A. $\cosh(x - y) = \cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y$
 B. $y = \sinh x \cosh x$ 是偶函数
 C. $(\cosh x)' = \sinh x$
 D. 若 $\triangle PAB$ 是以 A 为直角顶点的直角三角形, 则实数 $m = 0$

三、填空题

13. (2021 省实验中学二模 15) 任取一个正整数 m , 若 m 是奇数, 就将该数乘 3 再加上 1; 若 m 是偶数, 就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算, 经过有限次步骤后, 必进入循环圈 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, 这就是数学史上著名的“冰雹猜想” (又称“角谷猜想”等), 若 $m = 5$, 则经过_____次步骤后变成 1; 若第 5 次步骤后变成 1, 则 m 的可能值之和为_____.
14. (2021 潍坊三模 1) 16. 阿基米德在他的著作《论圆和圆柱》中, 证明了数学史上著名的圆柱容球定理: 圆柱的内切球 (与圆柱的两底面及侧面都相切的球) 的体积与圆柱的体积之比等于它们的表面积之比. 可证明该定理推广到圆锥容球也正确, 即圆锥的内切球 (与圆锥的底面及侧面都相切的球) 的体积与圆锥体积之比等于它们的表面积之比, 则该比值的最大值为_____.



专题十二 数学文化参考答案

一、单项选择题

1. 【答案】B

【解析】解：乙比选棋类的人个头高，所以乙没有选择棋类，

因为丙和选书法的人身高不同，选书法的人比甲个头小，

故乙选择了书法，

又因为乙的个头比甲小，

所以丙比乙的个头小，

故丙选择棋类，甲选择健美操.

故选：B.

2. 【答案】B

【解答】解：根据题意，四个阴数即 4 个偶数：2、5、6、8、7、5、7、3，

从中任选 3 个，使选出的 3 个数和为奇数，

①选出的 2 个数都是奇数，有 $C_5^3=10$ 种选法，

②选出的 5 个数是 2 个偶数和 1 个奇数，有 $C_8^2 C_5^1=30$ 种选法，

一共有 $30+10=40$ 种选法，

故选：B.

3. 【答案】C

【解答】解：圆的内接正二十四边形的面积可以看成 24 个全等三角形组成，

三角形的顶角为 $\frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$,

$$\because \sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12} \times 1^2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8},$$

$$\therefore \text{正二十四边形的面积为 } 24 \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8} = 3(\sqrt{6}-\sqrt{2}),$$

$$\therefore \text{圆的内接正二十四边形估计 } \odot O \text{ 的面积近似为 } 3(\sqrt{6}-\sqrt{2}),$$

故选：C.

4. 【答案】A

【解析】设日本地震释放的能量为 E_1 ，汶川地震释放的能量为 E_2 ，

则由已知可得 $lgE_1=4.8+1.5\times 9=18.3$,

$lgE_2=4.8+1.5\times 8=16.8$,

所以 $E_1=10^{18.3}$, $E_2=10^{16.8}$, 则 $\frac{E_1}{E_2}=\frac{10^{18.3}}{10^{16.8}}=10^{1.5}=10\sqrt{10}\approx 10\times 3.162=31.62$,

所以日本地震释放的能量约为汶川地震释放的能量的 31.6 倍,

故选: A.

5. 【答案】 D

【解析】 设里氏 8.0 级和里氏 5.0 级地震, 所释放的能量分别为 E_1 和 E_2 ,

由 $lgE=4.8+1.5M$, 可得 $lgE_1=4.8+1.5\times 8.0=16.8$, $lgE_2=4.8+1.5\times 5.0=12.3$,

$$\therefore lg\frac{E_1}{E_2}=lgE_1-lgE_2=4.5,$$

$$\therefore \frac{E_1}{E_2}=10^{4.5},$$

故选: D.

6. 【答案】 C

【解析】 设一般正常人听觉能忍受的最高声强为 I_1 , 平时常人交谈时声强为 I_2 ,

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 120 = 10\lg(\frac{I_1}{10^{-12}}) \\ 60 = 10\lg(\frac{I_2}{10^{-12}}) \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} I_1 = 10^{24} \\ I_2 = 10^{18} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = 10^6$$

故答案为: C

7. 【答案】 A

$$\text{【解析】 由题意得 } f(x_t) = rx_t(1 - \frac{x_t}{N}) = -\frac{rx_t^2}{N} + rx_t = -\frac{r}{N}(x_t - \frac{N}{2})^2 + \frac{rN}{4},$$

所以当 $x_t = \frac{N}{2}$ 时, $f(x_t)$ 有最大值 $\frac{rN}{4}$,

$$\text{所以当利用量与最大再生量相同时, 采挖强度为 } \frac{\frac{rN}{4}}{\frac{N}{2}} = \frac{r}{2},$$

故选: A.



8. 【答案】C

【解析】不选十位时，有 2 种（3 或 7），

当十位选梁下选一个算珠时，有 2 种（12 或 16），

当十位选梁下选两个算珠时，有 2 种（21 或 25），

当十位选梁上选一个算珠时，有 2 种（52 或 56），

当十位选梁上选一个和梁下选一个算珠时，有 2 种（61 或 65），

当十位选三个算珠时，有 2 种（30 或 70），

故不同的数字共有 12 个，

故选：C.

9. 【答案】D

【解析】由题意可知， $v = 2000 \ln(1 + \frac{M}{m}) = 12000$ ，得 $1 + \frac{M}{m} = e^6$ ，

解得： $\frac{M}{m} = e^6 - 1$ ，

即如果火箭的最大速度达到 12000 米/秒，则燃料的质量与火箭的质量的关系是 $\frac{M}{m} = e^6 - 1$ ，

故选：D.

10. 【答案】B

【解析】正整数 N 的 31 次方是个 35 位数，

则 $10^{34} < N^{31} < 10^{35}$ ，

则 $\frac{34}{31} < \lg N < \frac{35}{31}$ ，

则 $1.09 < \lg N < 1.13$ ，

由对数表知， $N=13$ 。

故选：B.

11. 【答案】B

【解析】构造一个底面半径为 2，高为 3 的圆柱，在圆柱中挖去一个以圆柱下底面圆心为顶点的圆锥，

则当截面与顶点距离为 $h(0 \leq h \leq 3)$ 时，小圆锥的底面半径为 r ，则 $\frac{h}{3} = \frac{r}{2}$ ，

$\therefore r = \frac{2}{3}h$ ，

故截面面积为 $4\pi - \frac{4h^2\pi}{9}$ ，

把 $y = h$ 代入椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 可得 $x = \pm \frac{2\sqrt{9-h^2}}{3}$ ，

$\therefore$ 橄榄球形几何体的截面面积为 $\pi x^2 = 4\pi - \frac{4h^2\pi}{9}$,

由祖暅原理可得橄榄球形几何体的体积 $V = 2(V_{\text{圆柱}} - V_{\text{圆锥}}) = 2(\pi \times 2^2 \times 3 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3) = 16\pi$.

故答案为: B.

8. 【答案】 B

【解析】根据题意, 顶点数就是碳原子数即为 70, 每个碳原子被 3 条棱长共用,

故棱长数 $= 70 \times 3 \div 2 = 105$,

由欧拉公式可得面数 $= 2 + \text{棱长数} - \text{顶点数} = 2 + 105 - 70 = 37$,

设正五边形 x 个, 正六边形 y 个,

则 $x + y = 37$, $5x + 6y = 105 \times 2$, 解得 $x = 12$, $y = 25$,

故正六边形个数为 25 个, 即六元环的个数为 25 个,

故答案为: B.

二、多项选择题

9. 【答案】 AC

【解析】若选 A, 甲的预测不对, 乙的预测对, 丙的预测不对, 丁预测的对, 满足条件;

若选 B, 甲的预测对, 乙的预测不对, 丙的预测对, 丁的预测对, 不满足条件, 所以不选 B;

若选 C, 甲的预测不对, 乙的预测对, 丙的预测不对, 丁的预测对, 满足条件;

若选 D, 甲的预测不对, 乙的预测对, 丙的预测不对, 丁的预测不对, 不满足条件, 所以不选 D.

故选: AC.

10. 【答案】 ABD

【解析】由题意可知, 由夏至到冬至的晷长构成等差数列 $\{a_n\}$, 其中 $a_1=15$, $a_{13}=135$, 则 $d=10$,

同理可得, 由冬至到夏至的晷长构成等差数列 $\{b_n\}$, 其中 $b_1=135$, $b_{13}=15$, 则 $d'=-10$,

故大寒与小寒相邻, 小寒比大寒的晷长长 10 寸, 即一尺, 故选项 A 正确;

因为春分的晷长为 b_7 , 所以 $b_7 = b_1 + 6d' = 135 - 60 = 75$,

因为秋分的晷长为 a_7 , 所以 $a_7 = a_1 + 6d = 15 + 60 = 75$,

故春分和秋分两个节气的晷长相同, 故选项 B 正确;

因为小雪的晷长为 a_{11} , 所以 $a_{11} = a_1 + 10d = 15 + 100 = 115$,

又 115 寸即一丈一尺五寸, 故小雪的晷长为一丈一尺五寸, 故选项 C 错误;

因为立春的晷长和立秋的晷长分别为 b_4 , a_4 ,

所以 $a_4 = a_1 + 3d = 15 + 30 = 45$, $b_4 = b_1 + 3d' = 135 - 30 = 105$,

所以 $b_4 > a_4$, 故立春的晷长比立秋的晷长长, 故选项 D 正确.

故选: ABD.

11. 【答案】BD

【解析】选项 A, $[F(8)]^2 = 21^2$, $F(7)F(9) + 1 = 13 \times 34 + 1$, 显然 $[F(8)]^2 \neq F(7)F(9) + 1$, A 错误; 选项 C,

当 $n=3$ 时, $F(2) + F(4) + F(6) = 12$, $F(7) - 2 = 13 - 2 = 11$, 故 $F(2) + F(4) + F(6) \neq F(7) - 2$, C 错误. 故选 BD.

12. 【答案】ACD

【解析】因为 $\cosh(x-y) = \frac{e^{x-y} + e^{y-x}}{2}$,

$$\cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} - \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} = \frac{1}{4} (2e^{x-y} + 2e^{y-x}) = \frac{1}{2} (e^{x-y} + e^{y-x}),$$

即 $\cosh(x-y) = \cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y$, 故 A 正确;

$y = \sinh x \cosh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{4}$, 定义域为 $\mathbf{R}$, $f(-x) = \frac{e^{-2x} - e^{2x}}{4} = -f(x)$, 则 $f(x)$ 为奇函数, 故 B 错误;

$(\cosh x)' = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x$, 故 C 正确;

由 $(\cosh x)' = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $(\sinh x)' = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)' = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$,

可得 l_1 的方程为 $y - \frac{e^m + e^{-m}}{2} = \frac{e^m - e^{-m}}{2} (x - m)$, ①

l_2 的方程为 $y - \frac{e^m - e^{-m}}{2} = \frac{e^m + e^{-m}}{2} (x - m)$, ②

由①②解得 $P(1+m, e^m)$,

又 $A(m, \frac{e^m + e^{-m}}{2})$, $B(m, \frac{e^m - e^{-m}}{2})$,

由 $\triangle PAB$ 是以 A 为直角顶点的直角三角形, 可得 $k_{AP} = 0$.

即有 $\frac{e^m - \frac{e^m + e^{-m}}{2}}{1+m-m} = 0$, 即 $e^m = e^{-m}$, 解得 $m=0$.

故 D 正确.

故选: ACD.

三、填空题

13. 【答案】5, 37

【解析】当 $m=5$ 时, $5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 共 5 步雹程变成 1,

若 m 需经过 5 步雹程首次变成 1 则 $1 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 8 \leftarrow 16 \leftarrow 5$ 或 $1 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 8 \leftarrow 16 \leftarrow 32$ 两种情况,

即 $m=5$ 或 $m=32$, 则 $5+32=37$,

故答案为: 5, 37.

14. 【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】设圆锥的底面半径为 r , 母线长为 l , 圆锥内切球半径为 R ,

作出圆锥的轴截面如下图所示:

$$\text{设 } \angle OBC = \theta, \because \tan \theta = \frac{R}{r}, \therefore r = \frac{R}{\tan \theta},$$

$$\because OD \perp AB, OE \perp BC, \therefore \angle DBE + \angle DOE = \pi, \text{ 又}$$

$$\angle AOD + \angle DOE = \pi,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle DBE = 2\theta, \therefore AD = R \tan 2\theta,$$

$$\therefore l + r = AD + BD + r = AD + 2r = R \tan 2\theta + \frac{2R}{\tan \theta},$$

$$\text{则圆锥表面积 } S_1 = \pi r(l + r), \text{ 圆锥内切球表面积 } S_2 = 4\pi R^2,$$

$$\therefore \text{所求比值为 } \frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R^2}{\pi R \left(\frac{2R \tan \theta}{\tan \theta (1 - \tan^2 \theta)} + \frac{2R}{\tan \theta} \right)} = 2 \tan^2 \theta (1 - \tan^2 \theta),$$

$$\text{令 } t = \tan^2 \theta > 0, \text{ 则 } \frac{S_2}{S_1} = 2t(1-t) = -2t^2 + 2t,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{1}{2} \text{ 时, } \frac{S_2}{S_1} \text{ 取得最大值 } \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

