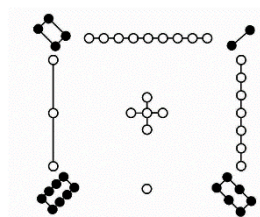


专题十一 排列、组合、二项式定理

排列、组合

一、单项选择题

1. (2021 德州二模 3) 6 名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者，每名同学只去 1 个场馆，甲场馆安排 3 名，乙场馆安排 1 名，丙场馆安排 2 名，则不同的安排方法共有 () .
A. 120 种 B. 90 种 C. 80 种 D. 60 种
2. (2021 潍坊二模 4) 2021 年是中国共产党百年华诞. 某学校社团将举办庆祝中国共产党成立 100 周年革命歌曲展演. 现从《歌唱祖国》《英雄赞歌》《唱支山歌给党听》《毛主席派人来》4 首独唱歌曲和《没有共产党就没有新中国》《我和我的祖国》2 首合唱歌曲中共选出 4 首歌曲安排演出，要求最后一首歌曲必须是合唱，则不同的安排方法共有 ()
A. 14 B. 48 C. 72 D. 120
3. (2021 烟台适应性练习一 5) 风雨苍黄百年路，高歌奋进新征程. 时值建党 100 周年，为深入开展党史学习教育，某街道党支部决定将 4 名党员安排到 3 个社区进行专题宣讲，且每个社区至少安排 1 名党员，则不同的安排方法总数为 ()
A. 12 B. 24 C. 36 D. 72
4. (2021 潍坊四县 5 月联考 5) 车马理论也称霍姆斯马车理论，是指各种资源都得到最合理配置和使用充分均匀的一种理论. 管理学家经常将“霍姆斯马车理论”引申为：一架完美的马车，没有最好的部件，只有最完美、最平衡的组合. 一个富有效率的团队，不需要每一个人都是最有能力的，而在于每个人的能力都能得到最合理的使用和发挥. 某班一小队共 10 名同学，编号分别为 1, 2, $\dots$, 9, 10，要均分成两个学习小组（学习小组没有区别），其中 1, 2 号同学必须组合在一起，3, 4 号同学也必须组合在一起，其余同学可以随意搭配，就能达到最佳效果，那么一共有多少种不同的分组方式 ()
A. 26 B. 46 C. 52 D. 126
5. (2021 菏泽二模 3) 如图，洛书（古称龟书）是阴随五行术数之源，在古代传说中有神龟出于洛水，其甲壳上有此图象，结构是戴九履一，左三右七，二四为肩，六八为足，以五居中，五方白圈皆阳数，四角黑点为阴数. 若从四个阴数和五个阳数中随机选取 3 个数，则选取的 3 个数之和为奇数的方法数为 ()
A. 30 B. 40 C. 42 D. 44



6. (2021 省实验中学二模 7) 两个三口之家 (父母+小孩) 共 6 人去旅游, 有红旗和吉利两辆车, 每辆车至少乘坐 2 人, 但两个小孩不能单独乘坐一辆车, 则不同的乘车方式的种数为 ()
- A. 48 B. 50 C. 98 D. 68
7. (2021 日照三模 6) 2020 年是全面建成小康社会的目标实现之年, 也是全面打赢脱贫攻坚战的收官之年. 为更好地将“精准扶贫”落到实处, 某地安排 7 名干部 (3 男 4 女) 到三个贫困村调研走访, 每个村安排男、女干部各 1 名, 剩下 1 名干部负责统筹协调, 则不同的安排方案有 ()
- A. 72 种 B. 108 种 C. 144 种 D. 210 种
8. (2021 滨州二模 8) 2020 年是实施脱贫攻坚的最后一年, 某地区针对最后深度贫困的 A, B, C, D, E 五个自然村引入五个脱贫项目 (其中林果, 茶园, 养殖, 旅游, 农业特色深加工各一个项目) 进行对口帮扶, 不同的村安排不同的项目, 且每个村只安排一个项目. 由于自然村条件限制, A, B 两个村无法实施农业特色深加工项目, C 村无法实施养殖项目, D, E 两个村可以实施任何项目, 则符合条件的不同安排方式共有 ()
- A. 48 种 B. 54 种 C. 60 种 D. 72 种

三、填空题

9. (2021 临沂二模 14) 现有标号为①, ②, ③, ④, ⑤的 5 件不同新产品, 要放到三个不同的机构进行测试, 每件产品只能放到一个机构里. 机构 A, B 各负责一个产品, 机构 C 负责余下的三个产品, 其中产品①不在 A 机构测试的情况有 _____ 种 (结果用具体数字表示).

二项式定理

一、单项选择题

1. (2021 济南二模 2) $(x + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中, 含 x^4 项的系数为 ()
- A. 4 B. 6 C. 10 D. 15
2. (2021 烟台适应性练习二 3) $(1 - 2\sqrt{x})^8$ 展开式中 x 项的系数为 ()
- A. 28 B. -28 C. 112 D. -112
3. (2021 烟台三模 3) 在 $(x^2 + 2x + y)^5$ 展开式中, $x^5 y^2$ 的系数为 ()
- A. 60 B. 30 C. 15 D. 12
4. (2021 日照二模 5) $(x - 1)(x - 2)^6$ 的展开式中的 x^3 的系数为 ()

- A. 80 B. - 80 C. 400 D. - 400

5. (2021 泰安二模 7) $(\sqrt{2}x - y)^8$ 的展开式中, x^2y^6 项的系数是 ()

- A. 28 B. - 28 C. 56 D. - 56

6. (2021 菏泽二模 7) 已知正整数 $n \geq 7$, 若 $(x - \frac{1}{x})(1 - x)^n$ 的展开式中不含 x^5 的项, 则 n 的值为 ()

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

7. (2021 枣庄二模 1) 6. 若 $x^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + \cdots + a_6(x+1)^6$, 则 $a_3 =$

- A. 20 B. - 20 C. 15 D. - 15

8. (2021 潍坊三模 8) 定义: 两个正整数 a, b , 若它们除以正整数 m 所得的余数相等, 则称 a, b 对模 m 同余, 记作 $a \equiv b \pmod{m}$, 比如: $26 \equiv 16 \pmod{10}$. 已知

$$n = C_{10}^0 + C_{10}^1 \cdot 8 + C_{10}^2 \cdot 8^2 + \cdots + C_{10}^{10} \cdot 8^{10}, \text{ 满足 } n \equiv p \pmod{10}, \text{ 则 } p \text{ 可以是 ()}$$

- A. 23 B. 21 C. 19 D. 17

三、填空题

9. (2021 临沂二模 13) $(x - \frac{1}{3\sqrt{x}})^6$ 的展开式中常数项为 _____. (用数字表示)

10. (2021 济宁二模 13) 已知 $(x - \frac{2}{x})^n$ 的展开式中各项的二项式系数的和为 128, 则这个展开式中 x^3 项的系数是 _____.

11. (2021 青岛三模 1) 15. 若 $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中所有二项式系数之和为 64, 则展开式的常数项为 _____.

12. (2021 潍坊二模 13) 设 $(x+1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ _____.

13. (2021 德州二模 14) 若 $n \in \mathbb{Z}$, 且 $3 \leq n \leq 6$, 则 $(x + \frac{1}{x^3})^n$ 的展开式中的常数项为 _____.

14. (2021 聊城二模 1) 13. $(a + \frac{1}{x})(x - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中各项系数的和为 3, 那么展开式中的常数项为 _____.

15. (2021 淄博二模 15) 已知 $(1+x)^m + (1+3x)^n (m, n \in \mathbb{N}^*)$ 展开式中 x 的系数为 11, 当 x^2 的系数取最小值时, x^4 的系数是 _____.

16. (2021 青岛二模 15) 若 $(3-2x)^{2021} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2021}x^{2021}$, 则 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 2021a_{2021} =$ _____.

专题十一 排列、组合、二项式定理答案

排列、组合

一、单项选择题

1. 【答案】 D

【解析】 首先安排甲场馆的 3 名同学，即 $C_6^3 = 20$ ；

再从剩下的 3 名同学中来安排乙场馆的 1 名同学，即 $C_3^1 = 3$ ；

最后安排 2 名同学到丙场馆，即 $C_2^2 = 1$.

所以不同的安排方法有： $20 \times 3 \times 1 = 60$ 种.

故答案为： D.

2. 【答案】 D

【解析】 根据题意，在 2 首合唱歌曲中任选 1 首，安排在最后，有 2 种安排方法，

在其他 5 首歌曲中任选 3 首，作为前 3 首歌曲，有 $A_5^3 = 60$ 种安排方法，

则有 $2 \times 60 = 120$ 种不同的安排方法，

故选： D.

3. 【答案】 C

【解析】 解：根据题意，分 2 步进行分析：

①将 4 名党员分成 3 组，有 $C_4^2 = 6$ 种分组方法，

②将分好的 3 组安排到 3 个社区，有 $A_3^3 = 6$ 种情况，

则有 $6 \times 6 = 36$ 种安排方法；

故选： C.

4. 【答案】 A

【解析】 由于 1, 2 号同学必须组合在一起，3, 4 号同学也必须组合在一起，

第一类：当 1, 2 号和 3, 4 号在同一组时，有 $C_2^2 = 1$ 种，

第二类：当 1, 2 号和 3, 4 号不在同一组时，有 $C_2^1 = 2$ 种，

故共有 $1 + 2 = 3$ 种.

故选： A.

5. 【答案】 B

【解析】 根据题意，四个阴数即 4 个偶数：2, 4, 6, 8；5 个阳数即 1, 3, 5, 7, 9

从中任选 3 个，使选出的三个数的和为奇数，共有两种可能

① 选出的 3 个数都是奇数，有 $C_5^3 = 10$ 种选法；

② 选出的 3 个数有 2 个偶数 1 个奇数，共有 $C_8^2 C_5^1 = 30$ 种选法；

一共有 $30+10=40$ 种选法。

故选 B

6. 【答案】A

【解析】根据题意，分 2 种情况讨论，

① 每辆车坐 3 人，有 $C_6^3=20$ 种乘车方式；

② 一辆车坐 2 人，另一辆坐 4 人，要求两个小孩不能单独乘坐一辆车，有 $(C_6^2 - 1) A_2^2 = 28$ 种乘车方式；

则有 $20+28=48$ 种车方式；

故选：A.

7. 【答案】C

【解析】根据题意，分 2 步进行分析：

① 对于 4 名女干部，从中选出 1 人，负责统筹协调，剩下 3 人安排到三个贫困村，有 $C_4^1 A_3^3 = 24$ 种安排方法，

② 对于 3 名男干部，将 3 人全排列，安排到三个贫困村，有 $A_3^3 = 6$ 种安排方法，

则有 $24 \times 6 = 144$ 种安排方法，

故选：C.

8. 【答案】C

【解析】解：根据题意，分 2 种情况讨论：

① C 村实施农业特色深加工项目，

剩下的 4 个项目安排给其他 4 个村即可，

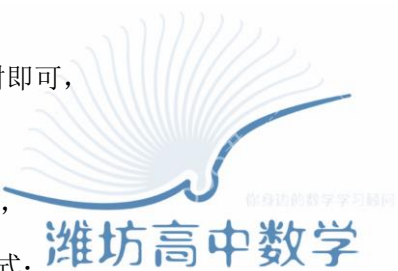
有 $A_4^4 = 24$ 种不同安排方式；

② C 村不实施农业特色深加工项目，

此时有 $C_3^1 A_3^2 A_2^2 = 36$ 种不同安排方式；

综上，有 $24+36=60$ 种不同的安排方式.

故选：C.



三、填空题

9. 【答案】16

【解析】解：根据题意，产品①不在 A 机构测试，则产品①必须在 B 机构或者 C 机构测试，

若产品①在 B 机构检测，有 $C_4^1 C_3^3 = 4$ 种情况，

若产品①在 C 机构检测，有 $C_4^2 A_2^2 = 12$ 种情况，

则一共有 $4+12=16$ 种情况，

故答案为：16.

二项式定理

一、单项选择题

1. 【答案】B

【解析】 $(x + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中，通项 $T_{r+1} = C_6^r \cdot x^{6-2r}$ ，

令 $6 - 2r = 4$ ，得 $r = 1$ ，

所以含 x^4 项的系数为 $C_6^1 = 6$ ，

故选：B.

2. 【答案】C

【解析】二项式 $(1 - 2\sqrt{x})^8$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_8^r \cdot (-2\sqrt{x})^r = (-2)^r \cdot C_8^r \cdot x^{\frac{r}{2}}$ ，

令 $\frac{r}{2} = 1$ ，求得 $r = 2$ ，故开式中含 x 项系数为 $C_8^2 \cdot 2^2 = 112$ ，

故选：C.

3. 【答案】A

【解析】解：由 $(x^2 + 2x + y)^5 = [(x^2 + 2x) + y]^5$ ，

通项公式可得： $T_{r+1} = C_5^r \cdot (x^2 + 2x)^{5-r} \cdot y^r$ ；

$\therefore$ 要求 $x^5 y^2$ 的系数，

故 $r = 2$ ，此时 $(x^2 + 2x)^3 = x^3 \cdot (x + 2)^3$ ，其对应 x^2 的系数为 $C_3^2 \cdot x^2 \cdot 2^1 = 6$ 。

$\therefore x^5 y^2$ 的系数为： $C_5^2 \times 6 = 60$ 。

故选：A

4. 【答案】C

【解析】 $(x - 2)^6$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = (-2)^r \cdot C_6^r x^{6-r}$ ，

令 $6-r=2$, 得 $r=4$, 则 $T_5 = (-2)^4 C_4^2 x^2 = 240x^2$,

令 $6-r=3$, 得 $r=3$, 则 $T_4 = (-2)^3 C_6^3 x^3 = -160x^3$,

故 $(x-1)(x-2)^6$ 的展开式中的 x^3 的系数为 $240+160=400$.

故选: C.

5. 【答案】C

【解析】解: $(\sqrt{2}x-y)^8$ 的展开式中, 通项公式为 $T_{r+1} = C_8^r \cdot (-1)^r \cdot (\sqrt{2})^{8-r} \cdot x^{6-r} \cdot y^r$,

令 $r=6$, 可得 x^2y^6 项的系数是 $C_8^6 \cdot 2 = 56$,

故选: C.

6. 【答案】D

【解析】 $(1-x)^n$ 的二项展开式中第 $k+1$ 项为 $T_{k+1} = C_n^k (-1)^k x^k$

又因为 $(x - \frac{1}{x})(1-x)^n = x(1-x)^n - \frac{1}{x}(1-x)^n$ 的展开式不含 x^5 的项

所以 $x C_n^4 (-1)^4 x^4 - \frac{1}{x} C_n^6 (-1)^6 x^6 = 0$

$C_n^4 x^5 - C_n^6 x^5 = 0$

即 $C_n^4 = C_n^6$

所以 $n=10$, 故选 D

7. 【答案】B

【解析】 $[(x+1)-1]^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + \dots + a_6(x+1)^6$, $a_3 = C_6^3 (-1)^3 = -20$, 故选 B.

8. 【答案】B

【解析】由二项式定理可得 $n = (1+8)^{10} = 9^{10} = (10-1)^{10} = (1-10)^{10}$

$= 1 - C_{10}^1 10 + C_{10}^2 10^2 - \dots + C_{10}^{10} 10^{10}$, 等号右边除了第一项 1 外, 其余各项都是 10 的倍数, $\therefore n$ 被 10

除所得余数为 1, 在选项中, 只有 21 倍 10 除所得余数为 1,

故选: B.

三、填空题

9. 【答案】 $\frac{5}{27}$

【解析】解: 在 $(x - \frac{1}{3\sqrt{x}})^6$ 的展开式的通项 $T_{r+1} = C_6^r \cdot (-\frac{1}{3})^r \cdot x^{6-\frac{3}{2}r}$ 中, 令 $6-\frac{3}{2}r=0$, 得 $r=4$,

$\therefore (x - \frac{1}{3\sqrt{x}})^6$ 的展开式中常数项为 $(-\frac{1}{3})^4 \cdot C_6^4 = \frac{5}{27}$,

故答案为: $\frac{5}{27}$.

10. 【答案】 84

【解析】依题意, $2^n = 128$, 解得 $n=7$,

$(x - \frac{2}{x})^n$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = C_7^r x^{7-r} \cdot (-\frac{2}{x})^r = (-2)^r C_7^r x^{7-2r} (r \in N^*, r \leq 7)$,

由 $7-2r=3$ 得 $r=2$, 所以所求展开式中 x^3 项的系数是 $(-2)^2 C_7^2 = 4 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 84$.

故答案为: 84

11. 【答案】 -160

【解析】因为 $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式的二项式系数之和为 64, 所以 $2^n=64$, 所以 $n=6$,

由二项式定理的通项公式可知 $T_{r+1} = C_n^r (2\sqrt{x})^{6-r} (-\frac{1}{\sqrt{x}})^r = 2^{6-r} (-1)^r C_6^r x^{3-r}$,

当 $r=3$ 时, 展开式的常数项为: $2^3 (-1)^3 C_6^3 = -160$.

故答案为: -160.

12. 【答案】 15

【解析】 $\because (x+1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$,

令 $x=1$ 得: $2^4=16=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4$,

令 $x=0$ 得: $1=a_0$,

$\therefore a_1+a_2+a_3+a_4=16-1=15$,

故答案为: 15.

13. 【答案】 4

【解析】 $(x + \frac{1}{x^3})^n$ 的通项公式为 $T_{r+1} = C_n^r x^{n-r} (\frac{1}{x^3})^r = C_n^r x^{n-4r}$,

因为 $3 \leq n \leq 6$,

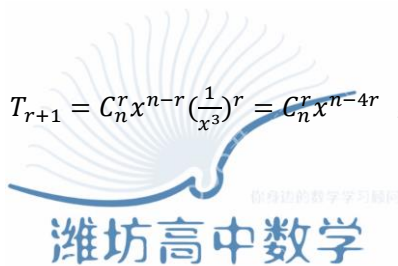
令 $n-4r=0$,

解得 $n=4, r=1$,

所以 $(x + \frac{1}{x^3})^n$ 的展开式中的常数项为 4

故答案为: 4

14. 【答案】 -320



【解析】 $\because (a+\frac{1}{x})(x-\frac{2}{x})^6$ 的展开式中各项系数的和为 $(a+1)(1-2)^6=3$, $\therefore a=2$,

故 $(x-\frac{2}{x})^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_6^r \cdot (-2)^{6-r} \cdot x^{6-2r}$,

令 $6-2r=0$, 求得 $r=3$, 令 $6-2r=1$, 求得 r 无整数解.

那么 $(a+\frac{1}{x})(x-\frac{2}{x})^6$ 的展开式中的常数项为 $a \times C_6^3 \times (-2)^3 = 2 \times 20 \times (-8) = -320$,

故答案为: -320 .

15. 【答案】 5

【解析】 $(1+x)^m + (1+3x)^n (m, n \in N^*)$ 展开式中 x 的系数为 11,

即 $C_m^1 + 3C_n^1 = 11$, 即 $m + 3n = 11$, 所以 $m = 11 - 3n$,

x^2 的系数为 $C_m^2 + 9C_n^2 = \frac{m(m-1)}{2} + \frac{9n(n-1)}{2}$

$= 9n^2 - 36n + 55 = 9(n-2)^2 + 19$,

当 $n=2$ 时, x^2 系数的最小值为 19, 则 $m = 11 - 3n = 5$,

即 $(1+x)^5 + (1+3x)^2$ 中 x^4 的系数为 $C_5^4 = 5$,

故答案为: 5.

16. 【答案】 -4042

【解答】解: $\because (3-2x)^{2021} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2021}x^{2021}$,

两边求导可得: $2021 \times (-2) \times (3-2x)^{2020} = a_1 + 2a_2x + \dots + 2021a_{2021}x^{2020}$,

令 $x=1$ 可得: $-4042 = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 2021a_{2021}$,

故答案为: -4042 .

