

“皖南八校”2021 届高三第一次联考

数 学(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;第 II 卷请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
3. 本卷命题范围:集合与常用逻辑用语,函数、导数及其应用,三角函数、解三角形,平面向量与复数。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{x | 3^x \leq 9\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\mathbf{R}$ B. $(-2, 3)$ C. $(-2, 2]$ D. $(-\infty, 3)$

2. 已知复数 z 在复平面内对应的点的坐标为 $(-1, 2)$, 则复数 $z(1-i)$ 的虚部为
A. -3 B. 3 C. $-3i$ D. $3i$

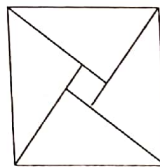
3. 下列四个条件中,使 $x > y$ 成立的充分而不必要条件是

- A. $x > y + 1$ B. $x > y - 1$
C. $x^2 > y^2$ D. $x^3 > y^3$

4. 设向量 $a = (0, 2)$, $b = (2, 2)$, 则

- A. $|a| = |b|$ B. $(a-b) \parallel b$
C. a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ D. $(a-b) \perp a$

5. 第 24 届国际数学家大会会标是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础进行设计的。如图所示,赵爽弦图是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形。如果小正方形的面积为 1,大正方形的面积为 25,直角三角形中较小的锐角为 θ ,那么 $\cos 2\theta =$



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $-\frac{7}{25}$



6. 已知函数 $f(x) = \log_2 x + \sqrt{16-4^x}$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为

- A. $(-\infty, 4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(0, 2]$ D. $(0, 4]$

7. 要得到函数 $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将函数 $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度

8. 某特种冰箱的食物保鲜时间 y (单位: 小时) 与设置储存温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 近似满足函数关系 $y = 3^{kx+b}$ (k, b 为常数), 若设置储存温度 0°C 的保鲜时间是 288 小时, 设置储存温度 5°C 的保鲜时间是 144 小时, 则设置储存温度 15°C 的保鲜时间近似是

- A. 36 小时 B. 48 小时 C. 60 小时 D. 72 小时

9. 已知 a, b 是不共线的向量, $\overrightarrow{OA} = \lambda a + \mu b$, $\overrightarrow{OB} = 3a - 2b$, $\overrightarrow{OC} = 2a - 3b$, 若 A, B, C 三点共线, 则实数 λ, μ 满足

- A. $\lambda = \mu - 5$ B. $\lambda = \mu + 5$ C. $\lambda = \mu - 1$ D. $\lambda = \mu + 1$

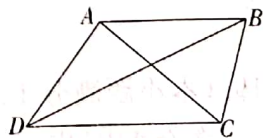
10. 已知函数 $f(x) = 2^x + x - 1$, $g(x) = \log_2 x + x - 1$, $h(x) = \sin x + x - 1$ 的零点依次为 x_1, x_2, x_3 , 则以下大小关系正确的是

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_1 < x_3 < x_2$
C. $x_3 < x_2 < x_1$ D. $x_2 < x_3 < x_1$

11. 已知函数 $f(x) = (\frac{3}{2}x^2 - 3x) \cdot e^x$, 则

- A. 函数 $f(x)$ 的极大值点为 $x = \sqrt{2}$
B. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\sqrt{2})$ 上单调递减
C. 函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有 3 个零点
D. 函数 $f(x)$ 在 原点处的切线方程为 $y = -3x$

12. 如图, 地面四个 5G 中继站 A, B, C, D , 已知 A, B 两个中继站的距离为 $\sqrt{10}$ km, $\angle ADB = \angle CDB = 30^{\circ}$, $\angle DCA = 45^{\circ}$, $\angle ACB = 60^{\circ}$, 则 C, D 两个中继站的距离是



- A. $2\sqrt{3}$ km B. $2\sqrt{2}$ km C. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ km D. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ km

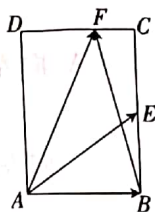


第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上.

13. 设函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 内的可导函数,且 $f(\ln x) = x \ln x$,则 $f'(1) =$ _____.

14. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2, BC=3$,点 E 为 BC 的中点,点 F 在 CD ,若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$,则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF} =$ _____.



15. 已知函数 $f(x) = (x^2 + \frac{1}{\pi})^{-2} - e^{\frac{x}{\pi}}$,则不等式 $f(x-1) < f(2x-1)$ 的解集是 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若满足 $b=4, A=60^\circ$ 的三角形仅有一个,则 $\triangle ABC$ 面积的取值范围是 _____.

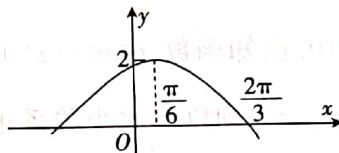
三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$,其中 $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, x \in \mathbf{R}$,其部分图象如图所示.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 已知函数 $g(x) = f(x) \cos x$,求函数 $g(x)$ 的单调递增区间.



18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + m}{x} (1 \leq x \leq 4)$,且 $f(1) = 5$.

(1) 求实数 m 的值,并求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 函数 $g(x) = ax - 1 (-2 \leq x \leq 2)$,若对任意 $x_1 \in [1, 4]$,总存在 $x_0 \in [-2, 2]$,使得 $g(x_0) = f(x_1)$ 成立,求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边,已知 $(\sin A + \sin B)^2 - \sin^2 C = 3 \sin A \sin B$.

(1) 求角 C ;

(2) 若 $b=4$,且 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.



20. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \frac{1}{a+bx}$ ($a, b > 0$).

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程是 $bx+4y-3=0$, 求实数 a, b 的值;

(2) 在(1)的条件下, 若 $2(x-k)f(x) \geq \ln x$ 对于 $0 < x \leq 1$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

某科技公司生产某种芯片. 由以往的经验表明, 不考虑其他因素, 该芯片每日的销售量 y (单位: 枚) 与销售价格 x (单位: 元/枚, $10 < x \leq 50$): 当 $10 < x \leq 30$ 时满足关系式 $y = m(x-30)^2 + \frac{n}{x-10}$, (m, n 为常数); 当 $30 < x \leq 50$ 时满足关系式 $y = -70x + 4900$. 已知当销售价格为 20 元/枚时, 每日可售出该芯片 7000 枚; 当销售价格为 30 元/枚时, 每日可售出该芯片 1500 枚.

(1) 求 m, n 的值, 并确定 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 若该芯片的成本为 10 元/枚, 试确定销售价格 x 的值, 使公司每日销售该芯片所获利润 $f(x)$ 最大. (x 精确到 0.01 元/枚)

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^{-x}}{3}(ax^2 + a + 1)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 内为减函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值.

