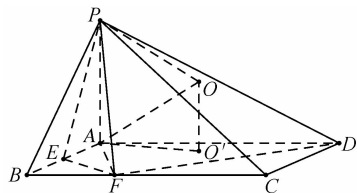
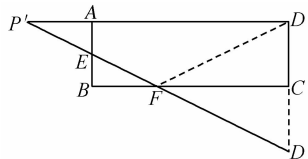
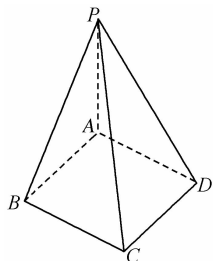


高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. B 因为 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 3\}$, 所以 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$. 故选 B.
2. A $\frac{4+ai}{1+i} = \frac{(4+ai)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{(4+a) + (a-4)i}{2} = \frac{4+a}{2} + \frac{a-4}{2}i$, 因为该复数为纯虚数, 所以 $a+4=0$, $a-4 \neq 0$, 所以 $a = -4$. 故选 A.
3. D 含有量词的命题的否定的做法为“换量词, 否结论”, 所以“ $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{-x} + 2^x \geq 1$ ”的否定为“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{-x_0} + 2^{x_0} < 1$ ”. 故选 D.
4. D 虚轴长为 $2\sqrt{b} = \sqrt{3}$, 解得 $\sqrt{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{b}}{1}x$, 即 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$. 故选 D.
5. C 由 $\log_2(3-x) \leq 3$, 得 $0 < 3-x \leq 8$, 解得 $-5 \leq x < 3$, 故所求的概率为 $\frac{3-(-5)}{10-(-10)} = \frac{2}{5}$. 故选 C.
6. B i 为计数变量, 由“ $i > 5$ ”, 得执行了 5 次运算, 且是逐步进行的, 所以 $i = i+1$, 可排除 A 和 C; 又因为第一次求和为 $S=3$, 则可排除 D. 故选 B.
7. D $f(3x+m) = f\left[3\left(x+\frac{m}{3}\right)\right]$, 将函数 $f(3x)$ 的图象向左平移 2 个单位长度, 得到函数 $y = f[3(x+2)]$ 的图象, 且 $y = f[3(x+2)]$ 为奇函数, 于是 $\frac{m}{3} = 2$, 解得 $m=6$. 故选 D.
8. C 该四棱锥的一条侧棱垂直于底面且底面为正方形, 其中高为 2, 底面正方形对角线的长度为 2. 直观图如图所示, $PA=2$, $AC=2$, 正方形 $ABCD$ 的面积为 2, 所以该四棱锥的体积 $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$. 故选 C.
9. A 设从夏至开始到冬至, 各节气的暑长分别为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{13}$, 则夏至时暑长为 $a_1 = 15$ (寸), 冬至时暑长为 $a_{13} = 135$ (寸), 由每个节气暑长损益相同可知, $\{a_n\}$ 为等差数列, 设公差为 d , 则 $a_{13} = a_1 + 12d = 15 + 12d = 135$, 解得 $d = 10$, 所以通项 $a_n = 15 + (n-1) \times 10 = 10n + 5$, 由 $a_n = 75$ 可得 $n = 7$, 即暑长七尺五寸对应的节气为从夏至开始的第七个节气, 即秋分; 设从冬至开始到夏至, 每个节气的暑长为 b_n , 则 $b_n = 135 + (n-1) \cdot (-10) = -10n + 145$, 由 $b_n = 75$, 得 $n = 7$, 即暑长七尺五寸对应的节气也是从冬至开始的第七个节气, 即春分. 所以暑长为七尺五寸时, 对应的节气为春分和秋分. 故选 A.
10. D $f(x) = \ln|x+1| - x^2 - 2x = \ln|x+1| - (x+1)^2 + 1$, $f(x)$ 的图象是由函数 $g(x) = \ln|x| - x^2 + 1$ 的图象向左平移一个单位长度得到, 由于 $g(x) = \ln|x| - x^2 + 1$ 为偶函数, 故 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称, 故 C 不正确. 又 $x > 0$ 时, $g(x) = \ln x - x^2 + 1$, $g'(x) = \frac{1}{x} - 2x = \frac{1-2x^2}{x}$, 所以在 $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 上, $g'(x) > 0$, 在 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$ 上, $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 存在极值点, 所以 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上存在极值点. 综上可知, 只有选项 D 符合条件. 故选 D.
11. A 对于①, 由 $f(x_0) = y_0$, $g(x_0) = y_0$, 得 $f(x_0) = g(x_0)$, 则①正确; 对于②, 法一: 由于 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 P 处的切线不平行且不重合, 所以 $f'(x_0) \neq g'(x_0)$, 则②错误; 法二: 由 $f(x_0) = g(x_0)$, 得 $\sin x_0 = \cos x_0$, 即 $\tan x_0 = 1$, 解得 $x_0 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 或 $x_0 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$. 当 $x_0 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, $f'(\frac{\pi}{4} + 2k\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $g'(\frac{\pi}{4} + 2k\pi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 从而 $f'(x_0) \neq g'(x_0)$; 同样, 当 $x_0 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, 仍有 $f'(x_0) \neq g'(x_0)$, 则②错误; 对于③, 显然 $f'(x_0) + g'(x_0) = 0$ 成立, 则③正确; 对于④, 假设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象在点 P 处的切线互相垂直, 则 $-\cos x_0 \sin x_0 = -1$, 即 $\sin 2x_0 = 2$, 这与 $|\sin 2x_0| \leq 1$ 矛盾, 则④错误. 故选 A.
12. B 把平面 PAB 展开到与平面 $ABCD$ 共面的 $P'AB$ 的位置 (如图), 延长 DC 到 D' , 使得 $CD' = 1$, 则 $DF = D'F$, 因为 PD 的长度为定值, 故只需 $PE + EF + FD = P'E + EF + FD'$ 最小, 只需 P', E, F, D' 四点共线, 因为 $P'D = 4$, $DD' = 2$, $\frac{CF}{P'D} = \frac{CD'}{DD'}$, 所以 $CF = 2$, 所以 $AF = \sqrt{2}$, $DF = \sqrt{5}$, $\angle DAF = 45^\circ$, 由正弦定理得, $\triangle AFD$ 外接圆的半径 $r = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{10}}{2}$. 设 $\triangle ADF$ 外接圆的圆心为 O' , 则三棱锥 $P-ADF$ 外接球的球心 O 一定在过 O' 且与平面 ADF 垂直的直线上, O 到点 P, A 的距离相等, 所以 $OA = \sqrt{r^2 + \left(\frac{PA}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$, 此即为三棱锥 $P-ADF$ 外接球的半径, 该球的表面积为 $4\pi \times \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 = 11\pi$. 故选 B.



13. $\frac{2\pi}{3}$ 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 θ , 则 $|\mathbf{2a-b}| = \sqrt{(2\mathbf{a}-\mathbf{b})^2} = \sqrt{4\mathbf{a}^2 - 4\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b}^2} = \sqrt{4-8\cos\theta+4} = 2\sqrt{3}$, 解得 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$, 又 $0 \leq \theta \leq \pi$, 所以 $\theta = \frac{2\pi}{3}$.

14. 76 20 个成绩, 分为 5 组, 每组 4 个, 其中第一组的成绩为 88, 它在本组中的编号为 2, 所以抽取的 5 个成绩分别为 88, 80, 76, 83, 90, 故所样本中最小的成绩为 76.

15. $\sqrt{3}-1$ 设 C 的右焦点为 F_1 . 由直线 l 的斜率为 $\sqrt{3}$, 得 $\angle AFO = 60^\circ$, 又 $\angle AOF = 60^\circ$, 所以 $\triangle AOF$ 为正三角形, 从而 $\angle FAF_1 = 90^\circ$; 设 $|FF_1| = 2c$, 则 $|AF_1| = \sqrt{3}c$, 所以 $2a = |AF| + |AF_1| = c + \sqrt{3}c$, 所以 $\frac{c}{a} = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}-1$, 即椭圆 C 的离心率为 $\sqrt{3}-1$.

16. $-\frac{1}{2}$ (3 分) 10 (2 分) 若 $q=1$, 则 $S_3=3a_1, S_9=9a_1, S_6=6a_1$ 不成等差数列, 故 $q \neq 1$. 此时由 S_3, S_9, S_6 成等差数列, 得 $2S_9 = S_3 + S_6$, 即 $2 \times \frac{a_1(1-q^9)}{1-q} = \frac{a_1(1-q^3)}{1-q} + \frac{a_1(1-q^6)}{1-q}$, 化简得 $2q^6 - q^3 - 1 = 0$, 即 $(2q^3+1)(q^3-1) = 0$, 考虑到 $q \neq 1$, 解得 $q^3 = -\frac{1}{2}$. 因为 $\frac{a_4+a_7}{2} = \frac{a_1q^3+a_1q^6}{2} = \frac{-\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{4}a_1}{2} = -\frac{1}{8}a_1 = a_1\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = a_1q^{k-1} = a_1\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{k-1}{3}}$, 所以 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{k-1}{3}} = -\frac{1}{8}$, 所以 $k=10$.

17. 解: (1) 由正弦定理及 $B=2A$, 得 $\frac{2}{\sin A} = \frac{\sqrt{5}}{\sin 2A}$, 2 分

即 $\frac{2}{\sin A} = \frac{\sqrt{5}}{2\sin A \cos A}$, 4 分

解得 $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 5 分

又 $A \in (0, \pi)$, 所以 $\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \frac{\sqrt{11}}{4}$ 6 分

(2) 法一: 由余弦定理, 得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, 7 分

即 $4 = c^2 + 5 - 2c \times \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{4}$,

解得 $c=2$, 或 $c=\frac{1}{2}$ 9 分

当 $c=2$ 时, $a=c=2$, 所以 $A=C$, 所以 $B=2A=2C$, 所以 $A=45^\circ$, 这与 $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 矛盾, 舍去, 10 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{11}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{16}$ 12 分

法二: $\sin B = \sin 2A = 2\sin A \cos A = 2 \times \frac{\sqrt{11}}{4} \times \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{8}$, 8 分

$\cos B = 2\cos^2 A - 1 = 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{3}{8}$, 10 分

所以 $\sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{\sqrt{11}}{4} \times \left(-\frac{3}{8}\right) + \frac{\sqrt{5}}{4} \times \frac{\sqrt{55}}{8} = \frac{\sqrt{11}}{16}$, 11 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{11}}{16} = \frac{\sqrt{55}}{16}$ 12 分

18. (1) 证明: 设 $AB=m$, 则 $BC=2m$, 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $AC = \sqrt{m^2 + 4m^2 - 2m^2} = \sqrt{3}m$.

因为 $AB^2 + AC^2 = 4m^2 = BC^2$, 所以 $AC \perp AB$ 2 分

因为 $AC \perp PB, AB \cap PB = B$, 所以 $AC \perp$ 平面 PAB 4 分

因为 $AC \subset$ 平面 ABC , 所以平面 $PAB \perp$ 平面 ABC 6 分

(2) 解: (方法 1) 取 PA 的中点 E , 连接 BE, CE . 则点 O 在 BE 上, 在平面 BCE 内过点 O 作 CE 的平行线交 BC 于点 D 7 分

因为 $OD \parallel CE, OD \not\subset$ 平面 $PAC, CE \subset$ 平面 PAC , 所以 $OD \parallel$ 平面 PAC 9 分

因为 O 为 $\triangle PAB$ 的重心, 所以 $BO : OE = 2 : 1$, 又 $BD : DC = BO : OE$, 所以 $\frac{BD}{DC} = 2$, 11 分

所以在棱 BC 上存在点 D , 使得直线 $OD \parallel$ 平面 PAC , 且此时 $\frac{BD}{DC} = 2$ 12 分

(方法 2) 过 O 作 $OE \parallel PA$, 交 AB 于点 E , 过 E 作 $ED \parallel AC$ 交 BC 于点 D , 连接 OD , 则 $OD \parallel$ 平面 PAC 7 分

证明如下: $OE \parallel PA, OE \not\subset$ 平面 $PAC, PA \subset$ 平面 PAC , 所以 $OE \parallel$ 平面 PAC , 同理, $DE \parallel$ 平面 PAC 8 分

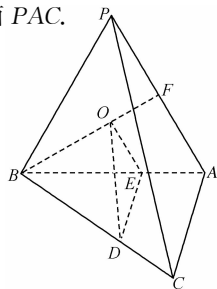
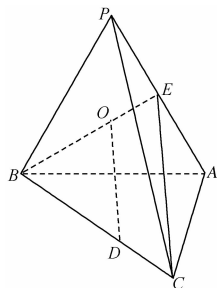
因为 $OE \cap DE = E, OE, DE \subset$ 平面 ODE , 所以平面 $ODE \parallel$ 平面 PAC 9 分

因为 $OD \subset$ 平面 ODE , 所以 $OD \parallel$ 平面 PAC 10 分

连接 BO 并延长交 PA 于 F ,

因为 O 为 $\triangle PAB$ 的重心, 所以 $\frac{BE}{EA} = \frac{BO}{OF} = \frac{2}{1} = 2$, 所以 $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{EA} = 2$, 11 分

所以在棱 BC 上存在点 D , 使得 $OD \parallel$ 平面 PAC , 且此时 $\frac{BD}{DC} = 2$ 12 分



19. 解: (1) 平均数为 $\frac{110+150+180+250+330+510+720+960}{8}=401.25$ (万人次), 2 分

中位数为 $\frac{250+330}{2}=290$ (万人次). 4 分

(2)

x	2 016	2 017	2 018	2 019
y	330	510	720	960

简化变量:

$x'=x-2\ 016$	0	1	2	3
$y'=y-630$	-300	-120	90	330

..... 6 分

$\bar{x}'=1.5, \bar{y}'=0, \sum_{i=1}^4 x_i' y_i'=1\ 050, \sum_{i=1}^4 x_i'^2=14,$ 7 分

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^4 x_i' y_i'-4 \bar{x}' \bar{y}'}{\sum_{i=1}^4 x_i'^2-4 \bar{x}'^2}=\frac{1\ 050}{14-4 \times 1.5^2}=210, \hat{a}=\bar{y}'-\hat{b} \bar{x}'=0-210 \times 1.5=-315,$ 9 分

$\hat{y}'=210 x'-315,$ 10 分

当 $x=2\ 021$ 时, $x'=5, \hat{y}'=735$, 所以 $\hat{y}-630=735$, 所以 $\hat{y}=1\ 365$.

即 2021 年接待的游客约为 1 365 万人次. 12 分

20. 解: (1) 根据题意, 动点 M 到点 $Q(1,0)$ 的距离等于到直线 $x=-1$ 的距离, 则动点 M 的轨迹是以 $Q(1,0)$ 为焦点、直线 $x=-1$ 为准线的抛物线, 2 分

所以曲线 C 的方程为 $y^2=4x$, 且曲线 C 为焦点在 x 轴正半轴上的抛物线. 4 分

(2) 当直线 l 与 x 轴垂直时, 一定有 $|NA|=|NB|$, 此时适合题意, 直线 l 的方程为 $x=2$ 5 分

当直线 l 与 x 轴不垂直时, 设直线 l 的方程为 $y=k(x-2)(k \neq 0), A(x_1, y_1), B(x_2, y_2),$ 6 分

由 $\begin{cases} y=k(x-2), \\ y^2=4x, \end{cases}$ 得 $k^2 x^2-4(k^2+1)x+4k^2=0$.

$\Delta=[-4(k^2+1)]^2-4 \times k^2 \times 4k^2=16(2k^2+1)>0$, 则直线 l 与抛物线 C 一定相交;

所以 $x_1+x_2=4\left(1+\frac{1}{k^2}\right), x_1 x_2=4.$ 8 分

设 AB 的中点为 $D(x_0, y_0)$, 则 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=2\left(1+\frac{1}{k^2}\right), y_0=k(x_0-2)=k\left[2\left(1+\frac{1}{k^2}\right)-2\right]=\frac{2}{k},$

即 $D\left(2\left(1+\frac{1}{k^2}\right), \frac{2}{k}\right).$ 9 分

当 $2\left(1+\frac{1}{k^2}\right) \neq \frac{9}{2}$, 即 $k \neq \pm \frac{2 \sqrt{5}}{5}$ 时, 因为 $|NA|=|NB|$, 所以 $DN \perp AB$,

所以 $\frac{\frac{2}{k}-0}{2\left(1+\frac{1}{k^2}\right)-\frac{9}{2}} \times k=-1$, 解得 $k=\pm 2,$ 11 分

所以直线 l 的方程为 $y=\pm 2(x-2)$, 即 $2x \pm y-4=0$.

当 $2\left(1+\frac{1}{k^2}\right)=\frac{9}{2}$, 即 $k=\pm \frac{2 \sqrt{5}}{5}$ 时, 经检验不合题意.

综上, 直线 l 的方程为 $x=2$ 或 $2x \pm y-4=0$ 12 分

21. 解: (1) $f'(x)=(1-x)e^x+2a(x-1)=-(x-1)(e^x-2a),$ 1 分

由 $f'(x)=0$, 得 $x=1, x=\ln(2a)$.

当 $\ln 2a<1$, 即 $0<a<\frac{e}{2}$ 时, $f'(x)>0 \Leftrightarrow \ln 2a<x<1; f'(x)<0 \Leftrightarrow x<\ln 2a$ 或 $x>1$,

所以 $f(x)$ 的递增区间为 $(\ln 2a, 1)$, 单调递减区间为 $(-\infty, \ln 2a), (1, +\infty);$ 3 分

当 $\ln 2a=1$, 即 $a=\frac{e}{2}$ 时, $f'(x)=-(x-1)(e^x-e) \leq 0$, 此时 $f(x)$ 的递减区间为 $(-\infty, +\infty);$ 4 分

当 $\ln 2a>1$, 即 $a>\frac{e}{2}$ 时, $f'(x)>0 \Leftrightarrow 1<x<\ln 2a; f'(x)<0 \Leftrightarrow x<1$ 或 $x>\ln 2a$,

此时 $f(x)$ 的递增区间为 $(1, \ln 2a)$, 递减区间为 $(-\infty, 1), (\ln 2a, +\infty).$ 5 分

(2) 由 $f(x)=0$, 得 $(2-x)e^x+ax(x-2)=0$, 即 $(2-x)(e^x-ax)=0$,

显然 $x=2$ 是方程 $(2-x)(e^x-ax)=0$ 的一个解, 即 $x=2$ 为 $f(x)$ 的一个零点, 6 分

当 $x \neq 2$ 时, 由 $e^x-ax=0$, 得 $\frac{1}{a}=\frac{x}{e^x}$ 7 分

令 $g(x)=\frac{x}{e^x}$, 则 $g'(x)=\frac{1-x}{e^x}$,

所以当 $x < 1$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x > 1$ 时 $g'(x) < 0$,

所以 $g(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上递增, 在 $(1, +\infty)$ 上递减,

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 也是 $f(x)$ 的最大值点, 且最大值为 $g(1)=\frac{1}{e}$, 9 分

当 $x > 1$ 时, $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 且 $g(x)=\frac{x}{e^x} > 0$, 随着 x 的无限增大, $g(x)$ 无限趋向 0;

当 $0 < x < 1$ 时, $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 且 $g(x) > 0$;

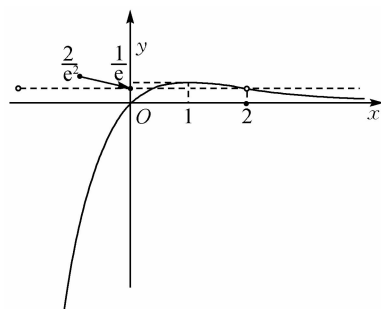
当 $x \leq 0$ 时, $g(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上递增, $g(x) \leq 0$, 当 x 趋向负无穷大时, $g(x)$ 也趋向负无穷大. 10 分

所以 $g(x)$ 的大致图象如图所示:

所以当 $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{e}$, 且 $\frac{1}{a} \neq \frac{2}{e^2}$, 即 $a > e$ 且 $a \neq \frac{e^2}{2}$ 时, 方程 $\frac{1}{a}=\frac{x}{e^x}$ 有两个实根, 且

一个实根在区间 $(0, 1)$ 内, 一个实根在区间 $(1, +\infty)$ 内, 11 分

综上可知, $f(x)$ 有 3 个零点时, 实数 a 的取值范围为 $(e, \frac{e^2}{2}) \cup (\frac{e^2}{2}, +\infty)$ 12 分



22. 解: (1) 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=4+t\cos\alpha, \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数). 2 分

将 $\rho^2=x^2+y^2$ 和 $y=\rho\sin\theta$ 代入 $\rho^2=8\rho\sin\theta$, 得 $x^2+y^2=8y$,

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+(y-4)^2=16$ 4 分

(2) 由直线 l 与曲线 C 交于不同两点 M, N , 得 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 5 分

把直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程, 得 $t^2+8(\cos\alpha-\sin\alpha)t+16=0$ 6 分

则 $\Delta=[8(\cos\alpha-\sin\alpha)]^2-64=-128\sin\alpha\cos\alpha>0$.

设 M, N 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $t_1+t_2=8(\sin\alpha-\cos\alpha)$, $t_1t_2=16$ 7 分

因为 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, 所以 $t_1+t_2=8(\sin\alpha-\cos\alpha)>0$, $t_1t_2=16>0$, 所以 $t_1>0, t_2>0$,

所以 $|PM|+|PN|=t_1+t_2=8(\sin\alpha-\cos\alpha)=8\sqrt{2}\sin(\alpha-45^\circ)$,

所以当且仅当 $\alpha=135^\circ$ 时, $|PM|+|PN|$ 的最大值为 $8\sqrt{2}$ 10 分

23. (1) 解: $|x-1|+2|x+1|=\begin{cases} -3x-1, & x \leq -1, \\ x+3, & -1 < x \leq 1, \\ 3x+1, & x > 1. \end{cases}$ 1 分

当 $x \leq -1$ 时, $-3x-1 \leq x+7$, 得 $-2 \leq x \leq -1$; 2 分

当 $-1 < x \leq 1$ 时, $x+3 \leq x+7$, 得 $-1 < x \leq 1$; 3 分

当 $x > 1$ 时, $3x+1 \leq x+7$, 得 $1 < x \leq 3$ 4 分

综上, 不等式 $|x-1|+2|x+1| \leq x+7$ 的解集 $M=[-2, 3]$ 5 分

(2) 证明: 由 (1), 得 $m=3$, 则 $a+b=1, x+y=3$ 6 分

由 a, b, x, y 都是正数及基本不等式, 得 $\sqrt{a \cdot \frac{x}{3}} \leq \frac{a+\frac{x}{3}}{2}$, $\sqrt{b \cdot \frac{y}{3}} \leq \frac{b+\frac{y}{3}}{2}$, 当且仅当 $a=\frac{x}{3}, b=\frac{y}{3}$, 等号成立,

以上两式相加, 得 $\sqrt{\frac{ax}{3}}+\sqrt{\frac{by}{3}} \leq \frac{a+\frac{x}{3}}{2}+\frac{b+\frac{y}{3}}{2}$ 7 分

因为 $a+b=1, \frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$, 所以 $\frac{a+\frac{x}{3}}{2}+\frac{b+\frac{y}{3}}{2}=\frac{a+b+\frac{x+y}{3}}{2}=\frac{1+1}{2}=1$, 9 分

即 $\sqrt{\frac{ax}{3}}+\sqrt{\frac{by}{3}} \leq 1$, 故 $\sqrt{ax}+\sqrt{by} \leq \sqrt{3}$ 10 分