

高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1. B 由 $\log_3 x \leq 1$, 得 $0 < x \leq 3$, 即 $A = \{x | 0 < x \leq 3\}$. 又 $B = \{x | 0 < x < a\}$, 且 $A \subseteq B$, 所以实数 a 的取值范围是 $(3, +\infty)$. 故选 B.

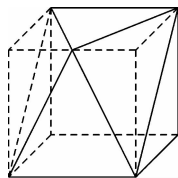
2. A 法一: 由 $1-3z=iz$, 得 $1=(3+i)z$, 所以 $z=\frac{1}{3+i}=\frac{3-i}{(3+i)(3-i)}=\frac{3}{10}-\frac{1}{10}i$, 所以 $|z|=\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2+\left(-\frac{1}{10}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{10}$. 故选 A. 法二: 由题知 $z=\frac{1}{3+i}$, 所以 $|z|=\frac{1}{|3+i|}=\frac{1}{\sqrt{3^2+1}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

3. A 由 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - b^2 = 1$, 得 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 + (\sqrt{2})^2 = 3$, 所以 $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|} = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 夹角的大小为 30° . 故选 A.

4. B 设 $P(x_0, 2)$, 由 $\begin{cases} x_0 + \frac{p}{2} = 2, \\ 2^2 = 2px_0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} p = 2, \\ x_0 = 1. \end{cases}$ 故选 B.

5. B 根据二项展开式的通项公式, 得 $a = C_n^3 \cdot 2^{n-3}$, $b = C_n^2 \cdot 2^{n-2}$. 由 $3a = 2b$, 得 $3C_n^3 \cdot 2^{n-3} = 2C_n^2 \cdot 2^{n-2}$, 即 $3C_n^3 = 4C_n^2$, 亦即 $3 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 4 \times \frac{n(n-1)}{2}$, 解得 $n = 6$. 故选 B.

6. D 由三视图知该几何体为正方体截去了两个相同的三棱锥(如图), 所以该几何体的体积为 $2 \times 2 \times 2 - 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times 2 = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$. 故选 D.



7. C 由题意知 $t = \frac{T \cdot \ln \frac{N_0}{N}}{\ln 2} = \frac{5730 \times \ln \frac{1.2 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-13}}}{\ln 2} = \frac{5730 \ln 3}{\ln 2} = 5730 \log_2 3 \approx 5730 \times 1.585 = 9082.05 \approx 9082$. 故选 C.

8. D 设原点为 O , 直线 l 与圆 C 交于点 A, B , 由题意, 得 $\angle AOB = 120^\circ$. 过 O 作 $OH \perp AB$ 于点 H , 则 $|OH| = 1$; 设直线 l 的方程为 $y = x + b$, 由 $|OH| = 1$, 得 $\frac{|b|}{\sqrt{2}} = 1$, 解得 $b = \pm\sqrt{2}$, 所以直线 l 在 y 轴上的截距为 $\pm\sqrt{2}$, 故选 D. 也可以运用数形结合, 直观求解.

9. A $y = -2\sin 2x \cos 2x = -\sin 4x$. 因为 $\sin 4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin(4x - \pi) = -\sin 4x$, 所以①适合; 因为 $\sin 4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin(4x + \pi) = -\sin 4x$, 所以②适合; 因为 $\sin 4\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = -\cos 4x$, 所以③不适合; 因为 $\sin 4\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) = \sin\left(4x - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos 4x$, 所以④不适合. 故选 A.

10. A 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径为 R , 则 $\frac{4\pi R^3}{3} = 36\pi$, 所以 $R = 3$, 又 $2R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 所以 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$, 所以 $xy + yz + zx \leq \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{y^2 + z^2}{2} + \frac{z^2 + x^2}{2} = x^2 + y^2 + z^2 = 36$, 当且仅当 $x = y = z = 2\sqrt{3}$ 时, 等号成立. 故选 A.

11. C 当 $n=1$ 时, $3a_1=64-a_1$, 解得 $a_1=16$; 当 $n \geq 2$ 时, $3S_n=64-a_n$ 和 $3S_{n-1}=64-a_{n-1}$ 两式相减, 得 $3a_n=a_{n-1}-a_n$, 即

$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{4}$, 则数列 $\{a_n\}$ 是首项为 16、公比为 $\frac{1}{4}$ 的等比数列, 即各项依次为 16, 4, 1, $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$, 所以 $a_1 a_5 = 1, a_2 a_4 =$

$1, a_3 = 1$, 结合 $1 \leq m < k$, 得 k 的取值集合是 $\{4, 5\}$. 故选 C.

12. B 函数 $y = \sin x$ 和 $y = -\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}$ 的图象在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上都关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称, 且它们都在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单

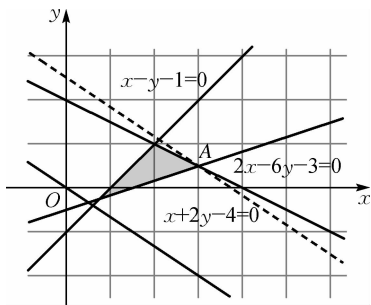
调递增, 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递减, 则函数 $f(x) = \sin x - \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}$ 的图象在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称, 且

在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增, 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递减. 由 $f(\pi - a) > f\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$, 得
$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \pi - a \leq \frac{3\pi}{2}, \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + a \leq \frac{3\pi}{2}, \\ \left|\pi - a - \frac{\pi}{2}\right| < \left|\frac{\pi}{2} + a - \frac{\pi}{2}\right|, \end{cases} \quad \text{即}$$

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq a \leq \frac{3\pi}{2}, \\ -\pi \leq a \leq \pi, \\ \left|\frac{\pi}{2} - a\right| < |a|, \end{cases} \quad \text{解得 } \frac{\pi}{4} < a \leq \pi. \text{ 故选 B.}$$

13. $2x - y - e = 0$ 因为 $f(e) = e, f'(x) = \ln x + 1$, 则 $f'(e) = 2$, 所以所求切线方程为 $y - e = 2(x - e)$, 即 $2x - y - e = 0$.

14. $\frac{15}{2}$ 画出可行域(如图阴影部分), 当直线 $2x + 3y = z$ 过点 $A\left(3, \frac{1}{2}\right)$ 时, z 取得最大值, 所以 $z_{\max} = 2 \times 3 + 3 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$.



15. 1 771 $f(3) - f(2) = 2, f(4) - f(3) = 3, f(5) - f(4) = 4, \dots, f(n) - f(n-1) = n - 1$, 以上 $n - 2$ 个式子左右分别相

加, 得 $f(n) - f(2) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n - 1) = \frac{(n - 2)(n - 1 + 2)}{2} = \frac{n^2 - n - 2}{2}$, 所以 $f(n) = \frac{n^2 - n + 2}{2}$, 于是 $f(60) =$

1 771.

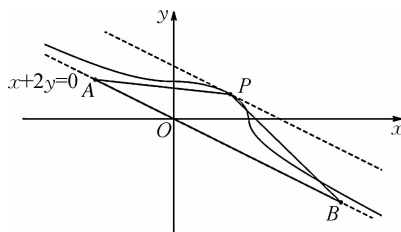
16. $3\sqrt{2}$ 曲线 C 是由 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (x \geq 0, y \geq 0)$ 、 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1 (x > 0, y < 0)$ 以及 $y^2 -$

$\frac{x^2}{4} = 1 (x < 0, y > 0)$ 三部分构成(如图所示), $|AB| = \sqrt{(4 + 2)^2 + (-2 - 1)^2} =$

$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, 且过 AB 的直线方程为 $x + 2y = 0$, 并且直线 $x + 2y = 0$ 为双曲线

$y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ 和 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线, 设过点 P 且与直线 $x + 2y = 0$ 平行的直线方程为 $x + 2y + t = 0$, 由图知, 当直线

$x + 2y + t = 0 (t < 0)$ 与曲线 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (x \geq 0, y \geq 0)$ 相切时, 切点到直线 $x + 2y = 0$ 距离最大, 联立
$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ x + 2y + t = 0, \end{cases} \quad \text{消}$$



去 x 得 $8y^2 + 4ty + t^2 - 4 = 0, \Delta = 16t^2 - 4 \times 8(t^2 - 4) = 0$, 解得 $t = -2\sqrt{2}$ (正根舍), 所以 $x + 2y - 2\sqrt{2} = 0$, 所以点 P 到直线 $x + 2y = 0$ 的最大距离即为直线 $x + 2y = 0$ 与直线 $x + 2y - 2\sqrt{2} = 0$ 之间的距离, 所以最大距离 $d = \frac{|2\sqrt{2}|}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$,

所以 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2}$.

17. 解: (1) 因为 $a \sin(A+B) = c \sin \frac{B+C}{2}$, 所以 $a \sin C = c \cos \frac{A}{2}$, 2 分

由正弦定理, 得 $\sin A \sin C = \sin C \cos \frac{A}{2}$ 4 分

由 $0 < C < \pi$, 得 $\sin C \neq 0$, 所以 $2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{A}{2}$, 因为 $\frac{A}{2} \in (0, \frac{\pi}{2})$, 所以 $\sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2}$,

所以 $\frac{A}{2} = \frac{\pi}{6}$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$ 6 分

(2) 由 B 为钝角, 得 $\begin{cases} 0 < C < \frac{\pi}{2}, \\ B = \pi - \frac{\pi}{3} - C > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 解得 $0 < C < \frac{\pi}{6}$, 从而 $0 < \tan C < \frac{\sqrt{3}}{3}$ 8 分

由正弦定理, 得 $\frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\sin(C + \frac{\pi}{3})}{\sin C} = \frac{\frac{1}{2} \sin C + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos C}{\sin C} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \tan C} > \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = 2$,

故 $\frac{b}{c}$ 的取值范围是 $(2, +\infty)$ 12 分

18. 解: (1) 从袋子里有放回地取 3 次球, 相当于做了 3 次独立重复试验, 每次试验取出黄色足球的概率为 $\frac{2}{5}$, 取出白色足球的概率为 $\frac{3}{5}$, 2 分

设事件 A 为“取出 1 个黄色足球 2 个白色足球”, 则 $P(A) = C_3^2 \times (\frac{3}{5})^2 \times \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$ 4 分

(2) X 的所有可能取值有三个: 0、1、2, 6 分

则 $P(X=0) = \frac{A_3^3}{A_5^3} = \frac{1}{10}, P(X=1) = \frac{C_3^1 A_2^1 A_3^2}{A_5^3} = \frac{6}{10}, P(X=2) = \frac{C_3^2 A_2^2 A_1^1}{A_5^3} = \frac{3}{10}$ 9 分

所以得分 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

..... 10 分

故得分 X 的数学期望 $E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}$ 12 分

19. (1) 证明: 连接 OB, BD , 易证四边形 $OBCD$ 为正方形,

所以 $BD \perp OC$ 1 分

因为 AD, AB 的中点分别是 O, G , 所以 $GO \parallel BD$,

所以 $GO \perp OC$, 2 分

因为 $PA = PD, AD$ 的中点是 O , 所以 $PO \perp AD$ 3 分

因为平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$, $PO \subset$ 平面 PAD ,

所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$ 5 分

又 $GO, OC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PO \perp GO, PO \perp OC$,

又因为 $OC \cap PO = O$, 所以 $GO \perp$ 平面 POC 6 分

(2) 解: 由(1)知 OB, OD, OP 两两垂直, 建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$.

因为 $AD = 2BC = 2CD = 4$, $PA = PD = 2\sqrt{2}$,

所以 $PO = OA = OB = OD = 2$,

则点 $P(0, 0, 2), D(0, 2, 0), O(0, 0, 0), C(2, 2, 0), G(1, -1, 0)$.

所以 $\vec{OG} = (1, -1, 0), \vec{DG} = (1, -3, 0), \vec{PG} = (1, -1, -2)$ 7 分

由(1)知 $PO \perp OC, GO \perp OC$, 又 $PO \cap GO = O, PO, GO \subset$ 平面 PGO ,

所以 $OC \perp$ 平面 PGO , 所以 $\vec{OC} = (2, 2, 0)$ 为平面 PGO 的一个法向量; 8 分

又设平面 PGD 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$,

$$\text{由} \begin{cases} \mathbf{n} \perp \vec{PG}, \\ \mathbf{n} \perp \vec{DG}, \end{cases} \text{得} \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{PG} = x - y - 2z = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{DG} = x - 3y = 0, \end{cases} \text{得} \begin{cases} z = y, \\ x = 3y, \end{cases}$$

取 $y = 1$, 得 $\mathbf{n} = (3, 1, 1)$ 10 分

$$\text{所以} \cos \langle \vec{OC}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\vec{OC} \cdot \mathbf{n}}{|\vec{OC}| |\mathbf{n}|} = \frac{(2, 2, 0) \cdot (3, 1, 1)}{2\sqrt{2} \times \sqrt{11}} = \frac{2\sqrt{22}}{11}.$$

由图知二面角 $B-PD-C$ 为锐角,

所以二面角 $D-PG-O$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{22}}{11}$ 12 分

20. 解: (1) 由椭圆 E 经过点 $P(0, 1)$, 得 $b = 1$;

由短轴长等于焦距, 得 $2b = 2c$, 则 $c = 1$, 2 分

所以 $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

故椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 4 分

(2) 设直线 l 的方程为 $x = ty + 1 (t \neq 0)$, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

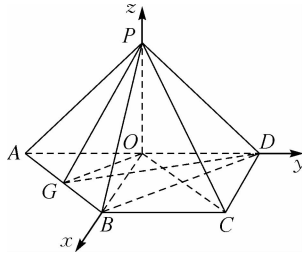
$$\text{由} \begin{cases} x = ty + 1, \\ x^2 + 2y^2 = 2, \end{cases} \text{得} (t^2 + 2)y^2 + 2ty - 1 = 0,$$

由题意, 得 $\Delta > 0$, 且 $y_1 + y_2 = -\frac{2t}{t^2 + 2}, y_1 y_2 = -\frac{1}{t^2 + 2}$, 6 分

设 $M(0, u)$, 线段 AB 的中点为 $N(x_0, y_0)$, 则 $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = -\frac{t}{t^2 + 2}, x_0 = ty_0 + 1 = \frac{2}{t^2 + 2}$.

$$\text{由} |MA| = |MB|, \text{得} MN \perp AB, \text{即} \frac{u + \frac{t}{t^2 + 2}}{-\frac{t}{t^2 + 2}} \cdot \frac{1}{t} = -1, \text{解得} u = \frac{t}{t^2 + 2}. \text{ 8 分}$$

$$\text{由} MA \perp MB, \text{得} \vec{MA} \cdot \vec{MB} = x_1 x_2 + (y_1 - u)(y_2 - u) = (ty_1 + 1)(ty_2 + 1) + (y_1 - u)(y_2 - u) = (t^2 + 1)y_1 y_2 + (t - u)(y_1 + y_2) + u^2 + 1 = 0,$$



即 $(t^2+1) \cdot \frac{-1}{t^2+2} + \left(t - \frac{t}{t^2+2}\right) \cdot \frac{-2t}{t^2+2} + \left(\frac{t}{t^2+2}\right)^2 + 1 = 0$, 10 分

解得 $t = \pm 1$, 所以直线 l 的方程为 $x = \pm y + 1$, 即 $x - y - 1 = 0$ 或 $x + y - 1 = 0$ 12 分

21. 解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = -\frac{2a}{x^2} - \frac{1}{x} = -\frac{2a+x}{x^2}$, 1 分

当 $a \geq 0$ 时, $2a \geq 0, x > 0$, 则 $2a+x > 0$, 则 $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 无极值; 2 分

当 $a < 0$ 时, 令 $f'(x) < 0$, 得 $x > -2a$; 令 $f'(x) > 0$, 得 $0 < x < -2a$,

故 $f(x)$ 在 $(0, -2a)$ 上单调递增, 在 $(-2a, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $f(x)$ 在 $x = -2a$ 处取得极大值 $1 - \ln(-2a)$, 无极小值. 4 分

(2) 由题意, $g(x) = f(x) + 2a \ln x + x = \frac{2a}{x} - \ln x + 2 + 2a \ln x + x = (2a-1) \ln x + \frac{2a}{x} + x + 2$,

$g(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$g'(x) = \frac{2a-1}{x} - \frac{2a}{x^2} + 1 = \frac{x^2 + (2a-1)x - 2a}{x^2} = \frac{(x-1)(x+2a)}{x^2} (x > 0)$ 5 分

① 若 $a \geq 0$, 则当 $x \in (0, 1)$ 时, $g'(x) < 0$, 则 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $g(x)$ 至多有两个零点, 不合题意; 6 分

② 若 $a = -\frac{1}{2}$, 则 $x \in (0, +\infty)$, $g'(x) \geq 0$ (仅 $g'(1) = 0$). $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $g(x)$ 至多有一个零点, 不合题意; 7 分

③ 若 $-\frac{1}{2} < a < 0$, 则 $0 < -2a < 1$, 当 $x \in (0, -2a)$ 或 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $(0, -2a), (1, +\infty)$ 上单调递增; 当 $x \in (-2a, 1)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 在 $(-2a, 1)$ 上单调递减, 要使 $g(x)$ 有三个零点, 必须有

$$\begin{cases} g(-2a) > 0 \\ g(1) < 0 \end{cases} \text{ 成立.}$$

若 $g(1) < 0$, 得 $a < -\frac{3}{2}$, 这与 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 矛盾, 所以 $g(x)$ 不可能有三个零点 (由 $g(1) = 2a + 3 > 0$, 所以 $g(x)$ 至多有一个零点, 不合题意); 8 分

④ 若 $a < -\frac{1}{2}$, 则 $-2a > 1$. 当 $x \in (0, 1)$ 或 $x \in (-2a, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $(0, 1), (-2a, +\infty)$ 上单调递增; 当

$x \in (1, -2a)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 在 $(1, -2a)$ 上单调递减, 要使 $g(x)$ 有三个零点, 必须有 $\begin{cases} g(1) > 0 \\ g(-2a) < 0 \end{cases}$ 成立,

由 $g(1) > 0$, 得 $a > -\frac{3}{2}$, 由 $g(-2a) = (2a-1)[\ln(-2a)-1] < 0$ 及 $a < -\frac{1}{2}$, 得 $a < -\frac{e}{2}$,

所以 $-\frac{3}{2} < a < -\frac{e}{2}$.

并且当 $-\frac{3}{2} < a < -\frac{e}{2}$ 时, $0 < e^{-2} < 1, e^2 > -2a, g(e^{-2}) = 4 + e^{-2} + 2a(e^2 - 2) < 4 + e^{-2} - e(e^2 - 2) < 4 + 1 - 5e < 0$,

$g(e^2) = e^2 + 2a(e^{-2} + 2) > e^2 - 3(e^{-2} + 2) = e^2 - 6 - 3e^{-2} > e^2 - 7 > 0$ 11 分

综上所述, 使 $g(x)$ 有三个零点的实数 a 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{e}{2}\right)$ 12 分

22. 解: (1) 将 $\begin{cases} x=4-t, \\ y=\frac{t}{3} \end{cases}$ 消去参数 t , 得 $4-x=3y$, 即 $x+3y-4=0$.

所以 C_1 的普通方程为 $x+3y-4=0$ 2 分

由 $\rho=4\sin \theta$, 得 $\rho^2=4\rho\sin \theta$,

代入公式 $\begin{cases} x=\rho\cos \theta, \\ y=\rho\sin \theta, \end{cases}$ 得 $x^2+y^2=4y$,

即 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4y=0$ 5 分

(2) 曲线 C_1 的标准参数方程为 $\begin{cases} x=4-\frac{3}{\sqrt{10}}t, \\ y=\frac{1}{\sqrt{10}}t, \end{cases}$ 6 分

代入 $x^2+y^2-4y=0$, 得 $\left(4-\frac{3}{\sqrt{10}}t\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{10}}t\right)^2-4\times\frac{1}{\sqrt{10}}t=0$, 化简得 $t^2-\frac{28}{\sqrt{10}}t+16=0$,

因为 $\Delta=\left(\frac{28}{\sqrt{10}}\right)^2-4\times16>0, t_1t_2=16$, 8 分

曲线 C_1 是过点 $P(4,0)$ 的一条直线, 与曲线 C_2 交于 A, B 两点,

所以 $|PA|\cdot|PB|=t_1t_2=16$ 10 分

23. 解: (1) 因为 $f(x)=\begin{cases} 4-4x, x<-\frac{1}{2}, \\ 6, -\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}, \\ 4x-4, x>\frac{5}{2}, \end{cases}$ 2 分

所以当 $x<-\frac{1}{2}$ 时, 由 $f(x)\leq 10$, 得 $4-4x\leq 10$, 得 $-\frac{3}{2}\leq x<-\frac{1}{2}$;

当 $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$ 时, 由 $f(x)\leq 10$, 得 $6\leq 10$ 恒成立, 故 $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$;

当 $x>\frac{5}{2}$ 时, 由 $f(x)\leq 10$, 得 $4x-4\leq 10$, 得 $\frac{5}{2}<x\leq\frac{7}{2}$.

综上, 不等式 $f(x)\leq 10$ 的解集为 $\left[-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right]$ 5 分

(2) 由 $-x^2+2x-1+a\leq f(x)$, 得 $-(x-1)^2+a\leq f(x)$, 得 $a\leq (x-1)^2+f(x)$, 6 分

因为 $f(x)\geq |(2x-5)-(2x+1)|=6$, 当且仅当 $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$ 取等号,

所以当 $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 6, 8 分

所以当 $x=1$ 时, $(x-1)^2+f(x)$ 取得最小值 6, 9 分

故 $a\leq 6$, 即 a 的取值范围为 $(-\infty, 6]$ 10 分