

2021 年江西省高考数学试卷答案以解析【文科】

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1、 $U=\{1,2,3,4,5\}$ 集合 $M=\{1,2\}$ ， $N=\{3,4\}$ 则 $C_U(M \cup N)=$ ()

- A. $\{5\}$ B. $\{1,2\}$ C. $\{3,4\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

答案：A

解析： $(M \cup N)=\{1,2,3,4\}$ ， $C_U(M \cup N)=\{5\}$

2、设 $iz=4+3i$ ，则 $z=$ ()

- A. $-3-4i$ B. $-3+4i$ C. $3-4i$ D. $3+4i$

答案：C

解析： $z=\frac{4+3i}{i}=\frac{(4+3i)i}{i^2}=\frac{4i-3}{-1}=-4i+3$

3. 已知命题 $p: \exists x \in R, \sin x < 1$; $q: \forall x \in R, e^{|x|} \geq 1$ ，则下列命题中为真命题的是 ()

- A. $\neg p \wedge q$ B. $\neg p \wedge \neg q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg(p \wedge q)$

解析：A

命题 p ：存在 $p: \exists x \in R, \sin x < 1$ 为真；命题 q ：对于任意的 $x \in R, |x| \geq 0, \therefore e^{|x|} \geq 1$ 命题 q 为真。该题选 A。

4. $f(x)=\sin \frac{x}{3}+\cos \frac{x}{3}$ 的最小正周期和最大值分别是 ()

- A、 3π 和 $\sqrt{2}$ B、 3π 和 2 C、 6π 和 $\sqrt{2}$ D、 6π 和 2

解析：C

$f(x)=\sin \frac{x}{3}+\cos \frac{x}{3}=\sqrt{2} \sin (\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4})$ ，周期 $T=\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$ ，最大值当

$\sin (\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4})=1$ 时取最大， $f(x)_{\max}=\sqrt{2}$ 。

5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x-y \leq 2 \\ y \leq 3 \end{cases}$ ，则 $z=3x+y$

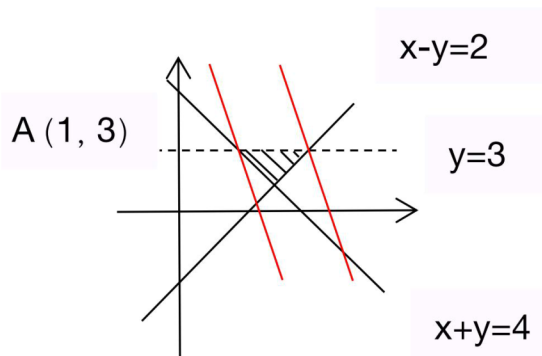
的最小值为

- A. 18 B. 10
C. 6 D. 4

答案：C

解析：

z 表示 $y=-3x+z$ 在 y 轴上的截距，如图所示，直线 $y=-3x+z$ 的截距最小 z 。此时 $z=3+3=6$ ，所以答案选 C



6. $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

答案：D

解析：

$$\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{6} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

7. 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 随机取 1 个数，则取到的数小于 $\frac{1}{3}$ 的概率为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

答案：B

解析： $p = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

8. 下列函数中最小值为 4 的是 ()

- A. $y = x^2 + 3x + 4$ B. $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$
C. $y = 2^x + 2^{2-x}$ D. $y = \ln x + \frac{4}{\ln x}$

答案：C

解析

A: $y = x^2 + 3x + 4 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$, 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, $y_{\min} = \frac{7}{4}$

B: $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$, 令 $t = |\sin x|, t \in (0, 1], y = t + \frac{4}{t}$

由双钩函数单调性可知, 当 $t = 1$ 时, $y_{\min} = 5$

C. $y = 2^x + 2^{2-x} = 2^x + \frac{4}{2^x}$, 令 $t = 2^x, t \in (0, +\infty), y = t + \frac{4}{t}$

由双钩函数单调性可知, 当 $t = 2$ 时, $y_{\min} = 4$

D. $y = \ln x + \frac{4}{\ln x}$, 令 $t = \ln x, t \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty), y = t + \frac{4}{t}$

由双钩函数单调性可知, 函数无最小值

9. 设函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 则下列函数为奇函数的是 ()

- A. $f(x-1)-1$ B. $f(x-1)+1$ C. $f(x+1)-1$ D. $f(x+1)+1$

答案：B

解析： $f(x) = \frac{1-x}{1+x} = -1 + \frac{2}{1+x}$, 对称中心为 $(-1, -1)$, 将图象向右平移 1 个单

位，再向上平移 1 个单位，即关于原点对称。由平移规律得 $f(x-1)+1$ 为奇函数。

10、正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 为 B_1D_1 的中点，则直线 PB 与 AD_1 所成的角为()

A、 $\frac{\pi}{2}$

B、 $\frac{\pi}{3}$

C、 $\frac{\pi}{4}$

D、 $\frac{\pi}{6}$

答案：D

解析：取 BD 中点 M ，连接 MD_1 ， AM

$\therefore PD_1$ 与 BM 平行且相等

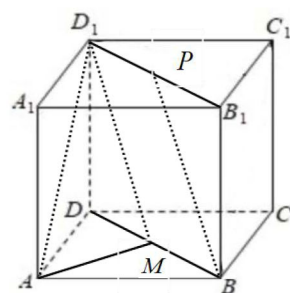
$\therefore$ 四边形 PD_1MB 为平行四边形 $\therefore PB$ 与 MD_1 平行

$\therefore \angle AD_1M$ 即为所求角

易证 $AM \perp$ 平面 BB_1C_1C

$$\therefore AM \perp D_1M \quad \text{又} \because AM = \frac{1}{2}AD_1$$

$$\therefore \sin \angle AD_1M = \frac{1}{2} \quad \therefore \text{所求角为 } \frac{\pi}{6}$$



11、点 B 是椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 的上顶点，点 P 在 C 上，则 $|PB|$ 的最大值为()

B、 $\frac{5}{2}$

B、 $\sqrt{6}$

C、 $\sqrt{5}$

D、2

答案：A

解析：由题意可知， $B(0,1)$ ，设 $P(\sqrt{5} \cos \alpha, \sin \alpha)$

$$(PB)^2 = 5 \cos^2 \alpha + (\sin \alpha - 1)^2 = 5 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha + 1$$

$$= 5 - 5 \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha + 1$$

$$= -4 \left(\sin \alpha + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{25}{4}$$

$$\text{当 } \sin \alpha = -\frac{1}{4} \text{ 时, } |PB|_{\max} = \frac{5}{2}$$

12、 $a \neq 0$ ，若 $x=a$ 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点，则()

A、 $a < b$

B、 $a > b$

C、 $ab < a^2$

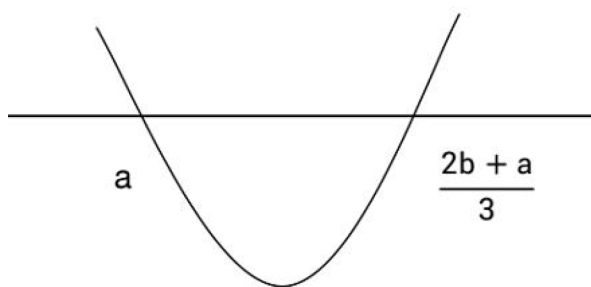
D、 $ab > a^2$

答案：D

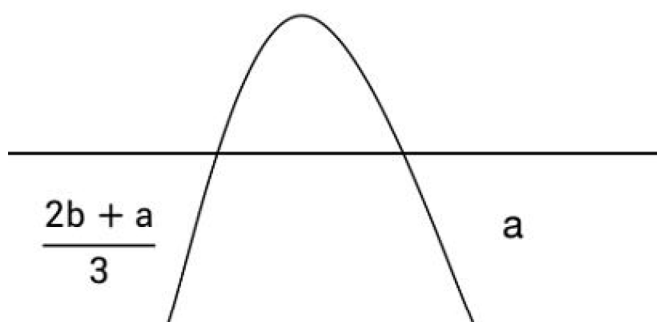
解析： $f'(x) = (x-a)(2ax - 2ab + ax - a^2) = a(x-a)(3x - 2b - a)$

$$\text{令 } f'(x) = 0 \text{ 可知 } x_1 = a, x_2 = \frac{2b+a}{3}$$

①：当 $a > 0$ 时， $\therefore x=a$ 为函数极大值点，则 $a < \frac{2b+a}{3}$ ，即可知 $a^2 < ab$



②：当 $a < 0$ 时， $\because x = a$ 为函数极大值点，则 $a > \frac{2b+a}{3}$ ，即可知 $a^2 < ab$



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (\lambda, 4)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $\lambda =$ _____

解析：由题意得 $\vec{a} \parallel \vec{b} = 2 \times 4 = 5\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{8}{5}$.

故答案为 $\frac{8}{5}$.

14. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点到直线 $x + 2y - 8 = 0$ 的距离为 _____

由题意得，双曲线的右焦点为 $(3, 0)$ ，根据点线距离公式：

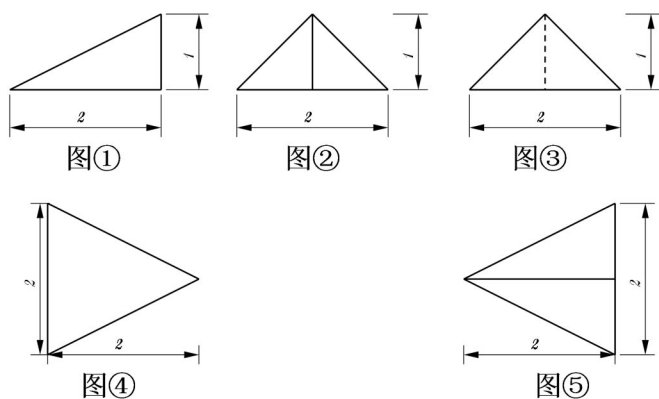
$$d = \frac{|3 - 8|}{\sqrt{1 + 2^2}} = \sqrt{5}.$$

故答案为 $\sqrt{5}$

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，面积为 $\sqrt{3}$ ， $B = 60^\circ$ ， $a^2 + c^2 = 3ac$ ，则 $b =$ _____

【解析】 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, $\therefore ac = 4$, $\therefore a^2 + c^2 = 12$, $\therefore b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8$, $\therefore b = 2\sqrt{2}$

16. 以图①为正视图，在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图，组成某个三棱锥的三视图，则所选侧视图和俯视图的编号依次为_____ (写出符合求的一组答案即可)。



【解析】因为三视图都是三角形，可得该几何体为三棱锥，根据三视图中正视图和侧视图高平齐，可得该三棱锥的侧视图一定为图②或图③，根据三视图中正视图和俯视图长对正，可得该三棱锥的俯视图一定为图④或图⑤；所以可能答案的组合为②④、②⑤、③④、③⑤，由①④可得，几何体如图⑥所示，答案为①③④，由①⑤可得，几何体如图⑦所示，答案为①②⑤，所以满足题意的编号为③④或②⑤。

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分。

17. (12 分)

某厂研制了一种生产高精产品的设备，为检验新设备生产产品的某项指标有无提高，用一台旧设备和一台新设备各生产了 10 件产品，得到各件产品该项指标数据如下：

旧设备	9.8	10.3	10.0	10.2	9.9	9.8	10.0	10.1	10.2	9.7
新设备	10.1	10.4	10.1	10.0	10.1	10.3	10.6	10.5	10.4	10.5

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ ，样本方差分别记为 s_1^2 和 s_2^2 。

(1) 求 $\bar{x}$ ， $\bar{y}$ ， s_1^2 ， s_2^2 ；

(2) 判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高（如果

$\bar{y} - \bar{x} \geq 2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}}$ ，则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高，

否则不认为有显著提高)。

解：(1) 各项所求值如下所示。

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(9.8+10.3+10.0+10.2+9.9+9.8+10.0+10.1+10.2+9.7) = 10.0,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{10}(10.1+10.4+10.1+10.0+10.1+10.3+10.6+10.5+10.4+10.5) = 10.3,$$

$$s_1^2 = \frac{1}{10} \times [(9.7-10.0)^2 + 2 \times (9.8-10.0)^2 + (9.9-10.0)^2 + 2 \times (10.0-10.0)^2 + (10.1-10.0)^2 + 2 \times (10.2-10.0)^2 + (10.3-10.0)^2] = 0.036,$$

$$s_2^2 = \frac{1}{10} \times [(10.0-10.3)^2 + 3 \times (10.1-10.3)^2 + (10.3-10.3)^2 + 2 \times (10.4-10.3)^2 + 2 \times (10.5-10.3)^2 + (10.6-10.3)^2] = 0.04.$$

(2) 由 (1) 中数据得 $\bar{y} - \bar{x} = 0.3$, $2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}} \approx 0.0304$.

显然 $\bar{y} - \bar{x} > 2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}}$ 。所以认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高。

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, M 为 BC 的中点, 且 $PB \perp AM$ 。

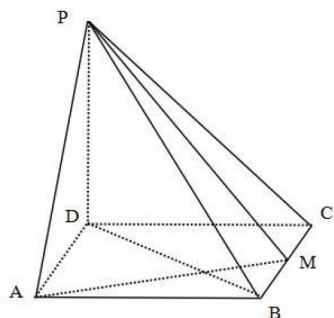
(1) 证明: 平面 $PAM \perp$ 平面 PBD

(2) 若 $PD = DC = 1$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积。

【解析】(1) $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $\therefore PD \perp AM$, 又 $\because AM \perp PB$, $\therefore AM \perp$ 平面 PBD , $\because AM \subset$ 平面 PAM , $AM \perp BD$, 令 BD 交 AM 于点 G , 设 $BM = a$, 则 $AD = 2a$, 在 $\triangle ABM$ 中, $BG = \frac{AB \cdot BM}{AM} = \frac{1 \cdot a}{\sqrt{a^2 + 1}}$, 在 $\triangle ABD$ 中 $AG = \frac{AD \cdot AB}{BD} = \frac{2a \cdot 1}{\sqrt{1 + 4a^2}}$, 在 $\triangle ABM$ 中,

$$AG^2 + GB^2 = AB^2, \therefore \frac{4a^2}{1 + 4a^2} + \frac{a^2}{a^2 + 1} = 1 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

即 $AD = 2a = \sqrt{2}$, $\therefore S_{P-ABCD} = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times 1 \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$



19、设 $\{a_n\}$ 是首项为1的等比数列，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{na_n}{3}$ ，已知 $a_1, 3a_2, 9a_3$ 成等差数列

(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 S_n 和 T_n 分别为 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 N 项和，证明 $T_n < \frac{S_n}{2}$

解析：

(1) 由题意得

$\because a_1, 3a_2, 9a_3$ 成等差数列，则 $6a_2 = 9a_3 + a_1$ ，又 $\because \{a_n\}$ 是等比数列，则

$$6q = 1 + 9q^2$$

$$\text{可知 } q = \frac{1}{3}, \therefore a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}, b_n = \frac{n}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = n \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

(2) 由 (1) 可知

$$T_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right) + 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \cdots + (n-1) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + n \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad ①$$

$$\therefore \frac{1}{3} T_n = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \cdots + (n-1) \left(\frac{1}{3}\right)^n + n \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \quad ②$$

由 ① - ② 可知

$$\frac{2}{3} T_n = \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^n - n \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$$

$$\frac{2}{3}T_n = \frac{1}{2} - \left(n + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$$

即可知 $T_n = \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4} + \frac{n}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n$

又 $\because T_n - \frac{S_n}{2} = \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4} + \frac{n}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{4} + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n = -\frac{n}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n < 0$, 即 $T_n < \frac{S_n}{2}$

公众号《真题备考》

20. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到准线的距离为 2.

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知 O 为坐标原点, 点 P 在 C 上, 点 Q 满足 $\overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}$, 求直线 OQ 斜率的最大值.

【解】

(1) 因为焦点 F 到准线的距离为 2, $\therefore p = 2, \therefore y^2 = 4x$

(2) 设 $P(\frac{t^2}{4}, t), \therefore \overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}, \therefore Q(\frac{9}{10} + \frac{t^2}{40}, \frac{t}{10}) \therefore k_{OQ} = \frac{\frac{t}{10}}{\frac{9}{10} + \frac{t^2}{40}} = \frac{t}{9 + \frac{t^2}{4}},$

当 $t \neq 0$ 时, $\therefore k = \frac{1}{\frac{9}{t} + \frac{t}{4}} \leq \frac{1}{2\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{1}{3},$

当 $t = 0$ 时, $k = 0$

综上, 直线 OQ 斜率的最大值为 $\frac{1}{3}$

公众号《真题备考》

21、已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 1$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 求曲线 $y = f(x)$ 过坐标原点的切线与曲线 $y = f(x)$ 的公共点的坐标

【解析】(1) 由题意得: $f'(x) = 3x^2 - 2x + a$, $\Delta = 4 - 12a$, ①当 $4 - 12a \leq 0$ 即 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f(x)$

在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, ②当 $4 - 12a > 0$ 即 $a < \frac{1}{3}$ 时, $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12a}}{6}$, $\therefore$ 当 $x < \frac{2 - \sqrt{4 - 12a}}{6}$

时, $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ 单调递增, 当 $\frac{2 - \sqrt{4 - 12a}}{6} < x < \frac{2 + \sqrt{4 - 12a}}{6}$ 时, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ 单调递减,

当 $x > \frac{2 + \sqrt{4 - 12a}}{6}$ 时, $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ 单调递增.

综上所述, 当 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, 当 $a < \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在

$\left(-\infty, \frac{2 - \sqrt{4 - 12a}}{6}\right)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{2 - \sqrt{4 - 12a}}{6}, \frac{2 + \sqrt{4 - 12a}}{6}\right)$ 上单调递减.

(2) 由题意得 $f'(x) = 3x^2 - 2x + a$, 设切点为 $(x_0, f(x_0))$, 设切线斜率为 k ,

$$\therefore k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + a$$

$$\therefore y = kx_0 = 3x_0^3 - 2x_0^2 + ax_0 = f(x_0) = x_0^3 - x_0^2 + ax_0 + 1 \Rightarrow 2x_0^3 - x_0^2 - 1 = 0 \Rightarrow (2x_0^2 + x_0 + 1)(x_0 - 1) = 0,$$

$$\because 2x_0^2 + x_0 + 1 > 0, \therefore x_0 = 1, \therefore k = a + 1, \text{ 则切线方程为 } y = (a + 1)x,$$

$$\therefore \begin{cases} y = (a + 1)x \\ y = x^3 - x^2 + ax + 1 \end{cases} \Rightarrow x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1, \therefore \text{交点坐标为 } (-1, -a - 1) \text{ 或 } (1, a + 1).$$

22. [选修4-4:坐标系与参数方程]在直角坐标系 xOy 中, $e C$ 的圆心为 $C(2,1)$, 半径为1.

(1) 写出 $e C$ 的一个参数方程;

(2) 过点 $F(4,1)$ 作 $e C$ 的两条切线, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求这两条切线的极坐标方程。

【解】(1) 由于已知圆的圆心与半径, 故 $e C$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\cos\theta \\ y=1+\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)。

(2) 当切线斜率不存在时, 即 $x=4$ 时, 直线不与圆相切, 不满足题意;
当切线斜率存在时, 设切线方程为 $y=k(x-4)+1 \Rightarrow kx-y-4k+1=0$ 。直线与圆相切即圆心到直线的距离等于半径, 故点线距

$$d = \frac{|2k-1-4k+1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1 \Rightarrow k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3},$$

代入可知切线方程为 $x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}-4=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-\sqrt{3}-4=0$,

化为极坐标方程即为 $\rho \cos\theta - \sqrt{3}\rho \sin\theta + \sqrt{3} - 4 = 0$ 或

$$\rho \cos\theta + \sqrt{3}\rho \sin\theta - \sqrt{3} - 4 = 0。$$

23. [选修4-5: 不等式选讲] 已知函数 $f(x) = |x-a| + |x+3|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 6$ 的解集;

(2) 若 $f(x) > -a$, 求 a 的取值范围。

【解析】

(1) 当 $a=1$ 时, $f(x) = |x-1| + |x+3| \geq 6$,

当 $x < -3$ 时, $f(x) = 1-x-x-3 = -2x-2 \geq 6 \Rightarrow x \leq -4$;

当 $-3 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = 1-x+x+3 = 4, 4 \geq 6$, 不成立;

当 $x > 1$ 时, $f(x) = x-1+x+3 = 2x+2 \geq 6 \Rightarrow x \geq 2$

故不等式的解为 $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$

(2) 方法一: 由题意得 $f(x)_{\min} > -a$, 由图像可知, $f(x)_{\min}$ 在 $f(a), f(-3)$ 中产生,

$\therefore f(a) = |a+3| > -a$, $f(-3) = |-3-a| > -a$ 。

当 $a \geq 0$ 时, $f(x) > -a$ 满足题意;

当 $a < 0$ 时, $(a+3)^2 > a^2 \Rightarrow a > -\frac{3}{2}$, $\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$

综上所述, a 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$

方法二: $f(x) = |x-a| + |x+3| \geq |(x+3)-(x-a)| = |3+a|$

当 $a \leq -3$ 时, $f(x)_{\min} = |a+3| = -a-3 > -a$ 不成立

当 $a > -3$ 时, $f(x)_{\min} = a+3 > -a \Rightarrow a > -\frac{3}{2}$,

故 a 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$

$k=0$ ，当 $t \neq 0$ 时， $k = \frac{1}{\frac{9}{t} + \frac{t}{4}} \leq \frac{1}{2\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{1}{3}$ ，综上所述，直线 OQ 斜率的最大值为 $\frac{1}{3}$ 。

公众号《真题备考》

公众号《真题备考》