

昆明市2021届高三“三诊一模”摸底诊断测试

文科数学

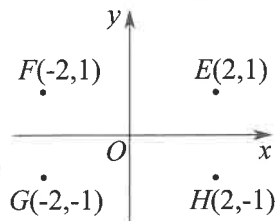
注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，若复数 z 在复平面内对应的点为 E ，则复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点为

- A. E
B. F
C. G
D. H



2. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x | x^2 \leq 1\}$ ，则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

3. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 a_1 ， a_3 ， a_5 成等差数列，则 $\frac{a_3 + a_4}{a_1 + a_2} =$

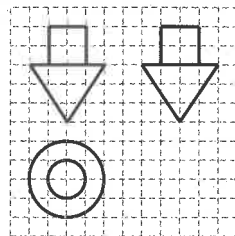
- A. 1
B. 2
C. 4
D. 8

4. 已知直线 $l: x + my - 1 = 0$ 与圆 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 相交于 A ， B 两点，当 $|AB|$ 取得最大值时，则 $m =$

- A. -3
B. -1
C. 1
D. 3

5. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某个零件的三视图, 则这个零件的体积等于

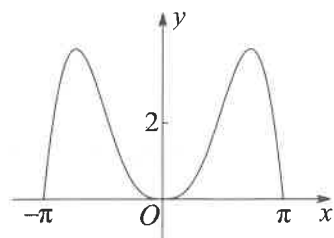
A. 6π
B. 8π
C. 12π
D. 14π



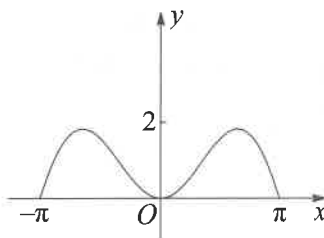
6. 双曲线 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的顶点到渐近线的距离为

A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

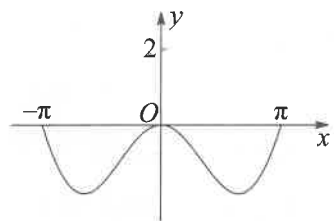
7. 函数 $y = x \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为



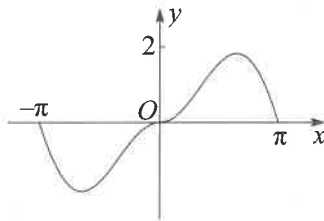
A



B



C



D

8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{6}$, 则 ω 的最小值为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 已知 $\log_2 a = (\frac{1}{2})^a$, $b = \ln \frac{1}{2}$, $c = (\frac{1}{2})^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为

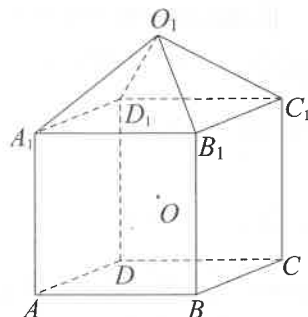
A. $c > a > b$ B. $a > b > c$ C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

10. 在计算机的算法分析中, 常用时间复杂度来衡量一个算法的优劣, 算法的时间复杂度是指算法完成一次运行所需要的运算次数, 若用 $T(n)$ (单位: 次) 表示算法的时间复杂度, 它是算法求解问题数据规模 n 的函数. 已知某算法的时间复杂度 $T(n) = 20n^4 + n \log_2 n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 一台计算机每秒可以进行 1.3 亿次运算, 则要保证该算法能在此计算机上 1 秒内完成一次运行, 则 n 的最大值为

A. 40 B. 50 C. 60 D. 70

11. 已知 O_1 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心 O 关于平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的对称点, 则下列说法中错误的是

- A. O_1C_1 与 D_1C 是异面直线
 B. $O_1C_1 \parallel$ 平面 A_1BCD_1
 C. $O_1C_1 \perp BD$
 D. $O_1C_1 \perp$ 平面 BDD_1B_1



12. 银行按“复利”计算利息, 即把上一个月的利息和本金加在一起算作本金, 再计算下一个月的利息. 某人在银行贷款金额为 A 元, 采用的还款方式为“等额本息”, 即每个月还款 1 次, 每次还款的金额固定不变, 直到贷款的本金和利息全部还完为止. 若月利率 p 固定不变, 按“复利”计算本息和, 分 n 个月还清 (贷款 1 个月后将开始第 1 次还款), 则此人每月还款金额为

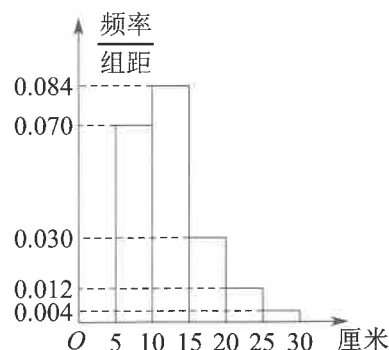
- A. $\frac{A}{n}$ 元 B. $\frac{A(1+p)^n}{n}$ 元 C. $\frac{Ap(1+p)^n}{(1+p)^n - 1}$ 元 D. $\frac{A(1+p)^n}{(1+p)^n - 1}$ 元

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x + y \leq 2, \\ x + 3y \geq 3, \end{cases}$ 则 $z = 4x + y$ 的最大值等于_____.

14. 已知向量 $a = (1, -1)$, $|b| = 4$, $a \cdot b = -2\sqrt{2}$, 则 a 与 b 的夹角为_____.

15. 随着《生物多样性公约》第十五次缔约方大会 (COP15) 重新确定于 2021 年 5 月 17 日至 30 日在云南省昆明市举办, “生物多样性”的目标、方法和全球通力合作, 又成为国际范围的热点关注内容. 昆明市市花为云南山茶花, 又名滇山茶, 原产云南, 国家二级保护植物. 为了监测滇山茶的生长情况, 从不同林区随机抽取 100 株测量胸径 (厘米) 作为样本, 得到样本频率分布直方图如图所示, 这 100 株滇山茶胸径不超过 m 厘米的占 90%, 超过 m 厘米的占 10%, 将胸径超过 m 厘米的作为重点监测对象, 则 m 约为_____厘米 (精确到 0.1).



16. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 第一象限内的 A, B 两点都在 C 上, O 为坐标原点, 若 $\angle AFO = \angle AFB = \frac{\pi}{3}$, 且 $\triangle AFB$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 则点 A 的坐标为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a \sin B + b \cos A = c$.

(1) 求 B ;

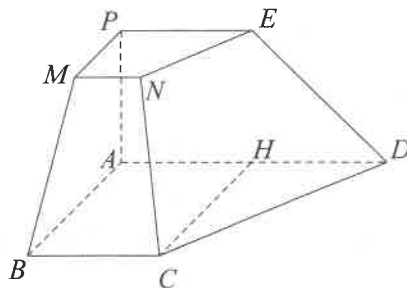
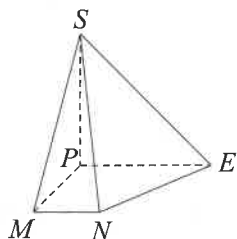
(2) 设 $a = \sqrt{2}c$, $b = 2$, 求 c .

18. (12 分)

下图的四棱锥 $S-PMNE$ 和四棱台 $PMNE-ABCD$ 是由一个四棱锥 $S-ABCD$ 被过各侧棱中点的平面所截而成. 在四棱台 $PMNE-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, H 是 AD 的中点, 四边形 $ABCH$ 为正方形, $AB = AP = 2$.

(1) 证明: $CH \perp ED$;

(2) 求四棱台 $PMNE-ABCD$ 的体积.



19. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + x^2 - x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 证明: 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \geq 1$.

20. (12 分)

在甲、乙两位选手以往的比赛中随机抽取 10 局比赛，胜负情况依次如下：

第 i 局比赛 ($i=1,2,\dots,10$)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
胜者	乙	乙	甲	乙	甲	乙	乙	甲	甲	甲

- (1) 从上表中第 5 局到第 10 局的六局比赛中任选两局，求甲至少有一局获胜的概率；
- (2) 甲、乙两位选手将要进行一场比赛，赛制为三局两胜（当一方赢得两局胜利时，该方获胜，比赛结束），比赛每局均分出胜负。若以甲、乙两位选手上表中 10 局比赛的结果作为样本，视样本频率为概率，求甲 2:0 获胜的概率。

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， M 为

C 上一点， $\triangle MF_1F_2$ 面积的最大值为 $3\sqrt{3}$ 。

- (1) 求 C 的标准方程；
- (2) 设动直线 l 过 F_2 且与 C 交于 A, B 两点，过 F_1 作直线 l 的平行线 l' ，交 C 于 R, N 两点，记 $\triangle RF_2A$ 的面积为 S_1 ， $\triangle NF_2B$ 的面积为 S_2 ，试问： $S_1 + S_2$ 是否存在最大值？若存在，求出该最大值；若不存在，说明理由。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。并用铅笔在答题卡选考题区域内把所选的题号涂黑。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha, \end{cases}$ (α 为参数)。以坐标

原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 3$ 。

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

(2) 设 $P(3, 0)$ ，若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点，求 $\|PA\| - \|PB\|$ 。

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x + a| + |x - b|$ 。

(1) 当 $a = 1, b = 2$ 时，求不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集；

(2) 设 $a > 0, b > 0$ ，若 $f(x)$ 的最小值为 2，证明： $\frac{1}{a} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$ 。