

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(一)

(集合、常用逻辑用语、算法初步)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

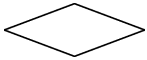
1. 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, 则下列关系中正确的是

A. $0 \subseteq A$

B. $\{0\} \subseteq A$

C. $\emptyset \subseteq A$

D. $\{0\} \in A$

2. 如果一个算法的程序框图中有 , 则表示该算法中一定有哪种逻辑结构

A. 循环结构和条件结构

B. 条件结构

C. 循环结构

D. 顺序结构和循环结构

3. 命题 $p: " \forall x > 1, x^2 - 1 > 0 "$, 则 $\neg p$ 为

A. $\forall x > 1, x^2 - 1 \leq 0$

B. $\forall x \leq 1, x^2 - 1 \leq 0$

C. $\exists x_0 > 1, x_0^2 - 1 \leq 0$

D. $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - 1 \leq 0$

4. (2019 全国卷 I) 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $B \cap (\complement_U A) =$

A. $\{1, 6\}$

B. $\{1, 7\}$

C. $\{6, 7\}$

D. $\{1, 6, 7\}$

5. 命题“ $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$ ”的逆否命题是

A. $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x \neq y \neq 0$, 则 $x^2 + y^2 = 0$

B. $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x = y \neq 0$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$

C. $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$

D. $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$

6. 下列说法正确的是

①原命题为真, 它的否命题为假;

②原命题为真, 它的逆命题不一定为真;

③一个命题的逆命题为真, 它的否命题一定为真;

④一个命题的逆否命题为真, 它的否命题一定为真.

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ②③④

7. $x^2 \leq 1$ 的一个充分不必要条件是

A. $x \leq 1$

B. $x \geq 1$

C. $0 < x \leq 1$

D. $-1 \leq x \leq 1$

8. 已知集合 $M = \left\{ x \mid \frac{4}{x} > 1, x \in \mathbf{N} \right\}$, 则 M 的非空子集的个数是

A. 15

B. 16

C. 7

D. 8

9. 阅读下列程序,输出结果为 3 的是

- A.

```

n=0
DO
    n=n+1
LOOP UNTIL n>=2
PRINT n
END
        
```

B.

```

n=0
DO
    n=n+1
LOOP UNTIL n<=2
PRINT n
END
        
```

C.

```

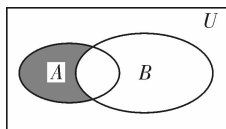
n=0
WHILE n<=2
    n=n+1
WEND
PRINT n
END
        
```

D.

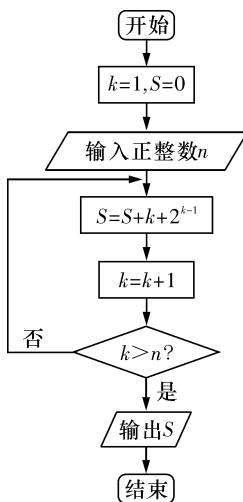
```

n=0
WHILE n>=2
    n=n+1
WEND
PRINT n
END
        
```

10. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x|x^2\geq 4\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为



- A. $\{-2,-1,0,1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{-1,0\}$ D. $\{-1,0,1\}$
11. 设集合 $A=\{1,a^2,-2\}$, $B=\{2,4\}$, 则“ $a=2$ ”是“ $A\cap B=\{4\}$ ”的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
12. 如图所示的程序框图,该算法的功能是



- A. 计算 $(1+2^0)+(2+2^1)+(3+2^2)+\cdots+(n+1+2^n)$ 的值
- B. 计算 $(1+2^1)+(2+2^2)+(3+2^3)+\cdots+(n+2^n)$ 的值
- C. 计算 $(1+2+3+\cdots+n)+(2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1})$ 的值
- D. 计算 $[1+2+3+\cdots+(n-1)]+(2^0+2^1+2^2+\cdots+2^n)$ 的值

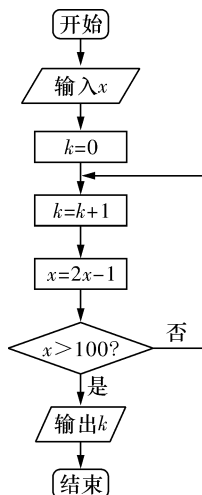
选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 将二进制数 $101\ 101_{(2)}$ 化为十进制数,其结果为_____.

14. 按如图所示的程序框图运算,若输入 $x=20$,则输出的 $k=$ _____.



15. 设集合 $A=\{3, m^2\}$, $B=\{1, 3, 2m-1\}$, 若 $A \subsetneq B$, 则实数 $m=$ _____.

16. 已知命题 p :“至少存在一个实数 $x_0 \in [1, 2]$, 使不等式 $x^2 + 2ax + 2 - a > 0$ 成立”为真, 则参数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x | 2 \leq x < 4\}$, $B=\{x | 2x-7 \geq 8-3x\}$, $C=\{x | x < a\}$.

(1) 求 $A \cap B, A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$;

(2) 若 $A \cap C = A$, 求 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

下面是利用 UNTIL 循环设计的计算 $1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 99$ 的一个算法程序.

```
S=1
i=1
DO
    S=S*i
    ①
    LOOP UNTIL ②
PRINT S
END
```

(1)请将其补充完整；

(2)绘制出该算法的流程图.

19. (本小题满分 12 分)

设命题 p : 实数 a 满足不等式 $3^a \leq 9$; 命题 q : $x^2 + 3(3-a)x + 9 \geq 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$. 已知“ $p \wedge q$ ”为真命题, 并记为条件 r , 且条件 t : 实数 a 满足 $m \leq a \leq m + \frac{1}{2}$. 若 r 是 t 的必要不充分条件, 求正整数 m 的值.

20. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - px + q = 0\}$, $B = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}$.

(1) 若 $A \cup B = \{-2, 1, 3\}$, $A \cap B = \{3\}$, 用列举法表示集合 A ;

(2) 若 $\emptyset \subsetneq A \subsetneq B$, 且 $p + q > 0$, 求 p, q 的值.

21. (本小题满分 12 分)

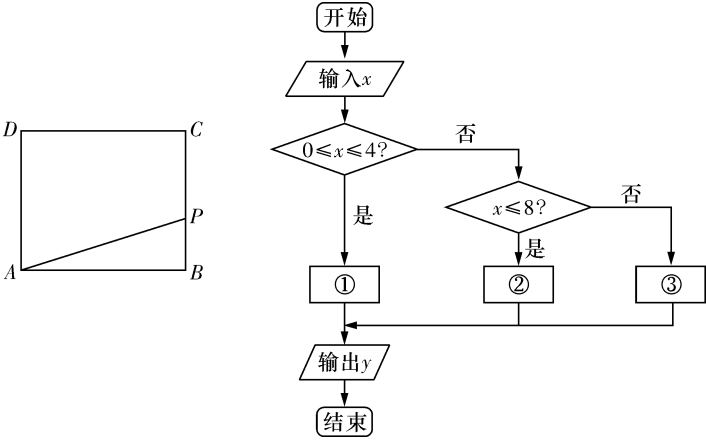
已知命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + (a-1)x + a^2 \leq 0$ 的解集为 $\emptyset$; 命题 q : 函数 $y = (2a^2 - a)^x$ 为增函数. 分别求出满足下列条件的实数 a 的取值范围.

(1) p, q 中至少有一个是真命题;

(2) “ $p \vee q$ ”是真命题, 且 “ $p \wedge q$ ”是假命题.

22. (本小题满分 12 分)

在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边上有一点 P 沿着折线 $BCDA$ 由点 B (起点) 向点 A (终点) 运动. 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle APB$ 的面积为 y , 且 y 与 x 之间的函数关系式用如图所示的程序框图给出.



- (1) 写出框图中①、②、③处应填充的式子;
- (2) 若输出的面积 y 的值为 6, 则路程 x 的值为多少? 并指出此时点 P 在正方形的什么位置上?

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(二)

(函数及其性质、二次函数、幂函数、指数函数、对数函数)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | (x+2)(x-4) < 0\}$, 集合 $B = \{x | y = \ln(x+1)\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < -1\}$
C. $\{x | x > -2\}$ D. $\{x | -1 < x < 4\}$

2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$, 则 $f(x)$ 的值域是

- A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ B. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, +\infty)$

3. 若 $p: (x^2 + x + 1)\sqrt{x+3} \geq 0, q: x \geq -2$, 则 p 是 q 的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $A(4, 2), B(8, m)$, 则 $m =$

- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

5. 已知 $f(x) = (\frac{1}{2})^x$, 命题 $p: \forall x \in [0, +\infty), f(x) \leq 1$, 则

- A. p 是假命题, $\neg p: \exists x_0 \in [0, +\infty), f(x_0) > 1$
B. p 是假命题, $\neg p: \forall x \in [0, +\infty), f(x) \geq 1$
C. p 是真命题, $\neg p: \exists x_0 \in [0, +\infty), f(x_0) > 1$
D. p 是真命题, $\neg p: \forall x \in [0, +\infty), f(x) > 1$

6. (2019 全国卷 I) 已知 $a = \log_2 0.2, b = 2^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

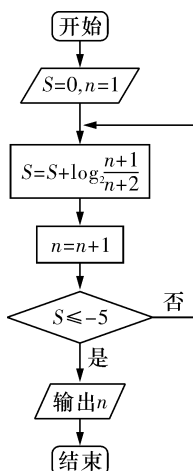
7. 若二次函数 $y = -x^2 - 2ax (0 \leq x \leq 1)$ 的最大值是 a^2 , 则实数 a 的取值范围是

- A. $[0, 1]$ B. $[0, 2]$ C. $[-2, 0]$ D. $[-1, 0]$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^{x+5}, & x \leq -1, \\ (2-a)x - a + 6, & x > -1 \end{cases}$ 是增函数, 则实数 a 的取值范围是

- A. $a > 1$ B. $1 < a \leq 2$ C. $1 < a < 2$ D. $1 < a \leq \sqrt{2}$

9. 如图,该程序框图所输出的结果是



A. 32

B. 62

C. 63

D. 64

10. 若函数 $y=\log_2(kx^2+4kx+5)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 k 的取值范围是

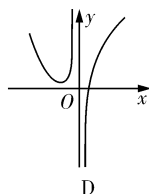
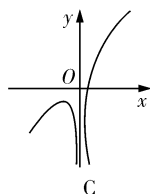
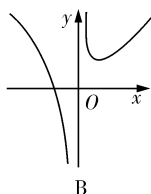
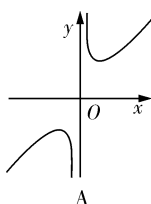
A. $(0, \frac{5}{4})$

B. $[0, \frac{5}{4})$

C. $[0, \frac{5}{4}]$

D. $(-\infty, 0) \cup (\frac{5}{4}, +\infty)$

11. 已知函数 $f(x)=|x|+\frac{1}{x}$, 则函数 $y=f(x)$ 的大致图象为



12. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数. 若 $f(1)<1$, $f(5)=\frac{2a-3}{a+1}$, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-1, 4)$

B. $(-2, 0)$

C. $(-1, 0)$

D. $(-1, 2)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 若函数 $f(x)=a^{x-2}+3(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象过定点 P , 则点 P 的坐标为_____.

14. 已知 $x=\log_5 12-\log_5 3$, 则 6^x 的值为_____.

15. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{m^2 + m - 3}$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上是增函数, 则 m = _____.

16. 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2^x$, 则满足 $f(x^2 - 5x) + f(6) > 0$ 的实数 x 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

计算下列各式的值:

(1) $4^{-\frac{1}{2}} - (\pi + 1)^0 + \left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$;

(2) $\lg \frac{1}{2} - \lg \frac{5}{8} + \lg \frac{25}{2} - (\log_8 9) \cdot (\log_{27} 8)$.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}$ ($a > 0, x > 0$).

(1) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的值域是 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$, 求 a 的值.

19. (本小题满分 12 分)

设命题 p : 函数 $f(x) = \lg\left(ax^2 - x + \frac{1}{16}a\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$; 命题 q : 不等式 $3^x - 9^x <$

a 对一切正实数 x 均成立.

(1) 如果 p 是真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 如果命题“ p 或 q ”为真命题, 且“ p 且 q ”为假命题, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = \log_2(1-x)$.

(1) 当 $x > 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 记集合 $M = \{x \mid f(x) = \log_2(|x-1|+1)\}$, 求集合 M .

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = ax^2 + x - a, a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 1$, 解不等式 $f(x) \geq 1$;

(2) 若不等式 $f(x) > -2x^2 - 3x + 1 - 2a$ 对一切实数 x 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若 $a < 0$, 解不等式 $f(x) > 1$.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (\log_2 x - 2) \left(\log_4 x - \frac{1}{2} \right)$.

(1) 当 $x \in [2, 4]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $f(x) \geq m \log_4 x$ 对于任意 $x \in [4, 16]$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(三)

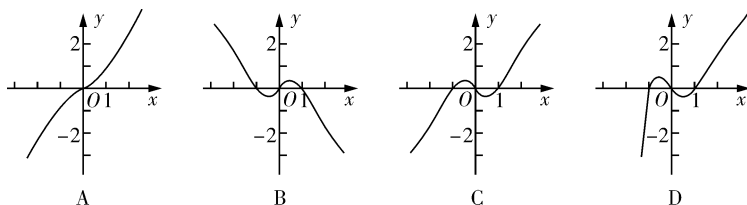
(函数的综合运用)

时量:120 分钟 总分:150 分

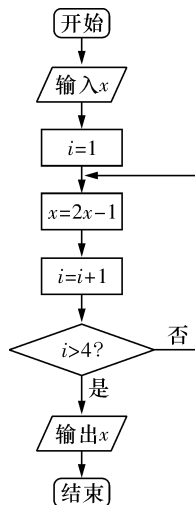
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{x|(x+1)(x-3)=0\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\{-1,3\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1,2,3,4\}$ D. $\{-1,1,2,3,4\}$
2. 函数 $f(x)=e^x+x-4$ 的零点所在的区间是
A. $(0,1)$ B. $(1,2)$ C. $(2,3)$ D. $(3,4)$
3. 某厂印刷某图书总成本 y (元)与图书日印量 x (本)的函数解析式为 $y=5x+3\ 000$,而图书出厂价格为每本 10 元,则该厂为了不亏本,日印图书至少为
A. 200 本 B. 400 本 C. 600 本 D. 800 本
4. 若函数 $f(x)=x^2+ax+b$ 的图象与 x 轴的交点为 $(1,0)$ 和 $(3,0)$, 则函数 $f(x)$
A. 在 $(-\infty,2]$ 上是单调减少的,在 $[2,+\infty)$ 上是单调增加的
B. 在 $(-\infty,3)$ 上是单调增加的
C. 在 $[1,3]$ 上是单调增加的
D. 单调性不能确定
5. 函数 $f(x)=\begin{cases} -1+\ln x, & x>0, \\ 3x+4, & x<0 \end{cases}$ 的零点个数为
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
6. 若 $a>b>1, 0<c<1$, 则下列式子中不正确的是
A. $\log_a c > \log_b c$ B. $c^a < c^b$
C. $a^c > b^c$ D. $\log_a a > \log_a b$
7. 已知 $y=\log_a(2-ax)$ 在 $[0,1]$ 上为 x 的减函数, 则 a 的取值范围是
A. $(0,1)$ B. $(0,2)$
C. $(1,2)$ D. $[2,+\infty)$
8. 下列结论错误的是
A. 命题“若 $x^2-3x-4=0$, 则 $x=4$ ”的逆否命题是“若 $x \neq 4$, 则 $x^2-3x-4 \neq 0$ ”
B. 命题“若 $m>0$, 则方程 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆命题为真命题
C. “ $x=4$ ”是“ $x^2-3x-4=0$ ”的充分条件
D. 命题“若 $m^2+n^2=0$, 则 $m=0$ 且 $n=0$ ”的否命题是“若 $m^2+n^2 \neq 0$, 则 $m \neq 0$ 或 $n \neq 0$ ”

9. 函数 $y = \frac{x^3 - x}{2^{|x|}}$ 的图象大致是



10. 元朝著名数学家朱世杰在《四元玉鉴》中有一首诗：“我有一壶酒，携着游春走，遇店添一倍，逢友饮一斗，店友经四处，没了壶中酒，借问此壶中，当原多少酒？”用程序框图表达如图所示，即最终输出的 $x=0$ ，则一开始输入 x 的值为



- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{31}{32}$

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数， $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $g(x) = f(x-1)$ ，则 $f(2018) + f(2020) =$

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 2

12. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x} + \frac{a}{x}$ ，则“ $a < 0$ ”是“函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上存在零点”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在题中横线上。

13. 函数 $y = \frac{\lg(x+1)}{x-1}$ 的定义域是_____。

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 且关于 x 的方程 $f(x) - a = 0$ 有两个实根, 则实数 a 的取值范围是_____.
15. 已知函数 $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, $g(x) = e^x - 2$. 若总是存在实数 a, b , 使得 $f(a) = g(b)$, 则 b 的取值范围为_____.
16. 若函数 $f(x)$ 在定义域 D 内某区间 I 上是增函数, 且 $\frac{f(x)}{x}$ 在 I 上是减函数, 则称 $y = f(x)$ 在 I 上是“弱增函数”. 已知函数 $g(x) = x^2 + (4-m)x + m$ 是 $(0, 2]$ 上的“弱增函数”, 则实数 m 的值为_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

计算下列各式的值:

$$(1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2};$$

$$(2) 2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}} \div (x^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{y}).$$

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 是实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \log_2 x + x - 3$.

(1) 求 $f(-1)$ 的值和函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 求证: 方程 $f(x) = 0$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上有唯一解.

19. (本小题满分 12 分)

某公司共有 60 位员工,为提高员工的业务技术水平,公司拟聘请专业培训机构进行培训. 培训的总费用由两部分组成:一部分是给每位参加员工支付 400 元的培训材料费;另一部分是给培训机构缴纳的培训费. 若参加培训的员工人数不超过 30 人,则每人收取培训费 1 000 元;若参加培训的员工人数超过 30 人,则每超过 1 人,人均培训费减少 20 元. 设公司参加培训的员工人数为 x 人,此次培训的总费用为 y 元.

(1)求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2)请你预算:公司此次培训的总费用最多需要多少元?

20. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + m$ 的图象经过点 $\left(2, -\frac{1}{4}\right)$, $h(x) = ax^2 - 2x$ $\left(\frac{1}{a} < 1\right)$.

(1) 若 $f(x)$ 与 $h(x)$ 有相同的零点, 求 a 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上的最大值等于 $h(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值, 求 a 的值.

21. (本小题满分 12 分)

设命题 p : 关于 x 的不等式 $2^x + 1 < a$ 的解集为 $\varnothing$; 命题 q : 函数 $y = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$.

(1) 若命题“ $p \wedge q$ ”是真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 设命题 m : 函数 $y = x^2 + bx + a$ 的图象与 x 轴有公共点, 若 $\neg p$ 是 $\neg m$ 的充分不必要条件, 求实数 b 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + mx + m - 1 (a \neq 0)$.

(1) 若 $f(-1) = 0$, 判断函数 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 若对任意实数 m , 函数 $f(x)$ 恒有两个相异的零点, 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 且 $f(x_1) \neq f(x_2)$, 求证: 方程 $f(x) = \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 在区间 (x_1, x_2) 上有实数根.

高考总复习单元同步滚动测试卷

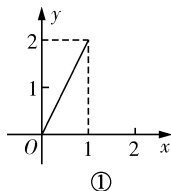
文科数学(四)

(单元滚动卷)

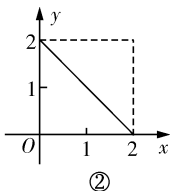
时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

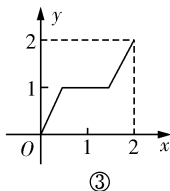
1. 设集合 $M=\{x|0\leq x\leq 2\}$, $N=\{y|0\leq y\leq 2\}$, 那么下面的 4 个图形中,能表示集合 M 到集合 N 的函数关系的有



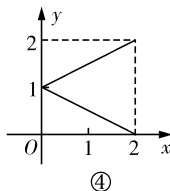
①



②



③



④

A. ①②③④

B. ①②③

C. ②③

D. ②

2. 设 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|y=x\sqrt{x}\}$, $B=\{y|y=-x^2\}$, 则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $\emptyset$

B. $\mathbf{R}$

C. $\{x|x>0\}$

D. $\{0\}$

3. 若函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x, & x>0, \\ 3^x, & x\leq 0, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 2

D. 3

4. 若 $f(\ln x)=3x+4$, 则 $f(x)$ 的表达式为

A. $3e^x+4$

B. $3e^x$

C. $3\ln x+4$

D. $3\ln x$

5. 已知 $a=\log_9 72$, $b=\log_2 2^\pi$, $c=2^{\log_2 e}$, 则实数 a, b, c 的大小关系为

A. $c>b>a$

B. $c>a>b$

C. $b>c>a$

D. $b>a>c$

6. 下列命题中的真命题是

A. $\forall x\in(0,+\infty), x^2>1$

B. $\exists x_0\in(1,+\infty), \lg x_0=-x_0$

C. $\forall a\in(0,+\infty), a^2>a$

D. $\exists a_0\in(0,+\infty), x^2+a_0>1$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立

7. 某桶装水经营部每天的房租、人员工资等固定成本为 200 元,每桶水的进价是 5 元.当销售单价为 6 元时,日均销售量为 480 桶.根据数据分析,销售单价在进价基础上每增加 1 元,日均销售量就减少 40 桶.为了使日均销售利润最大,销售单价应定为

A. 6.5 元

B. 8.5 元

C. 10.5 元

D. 11.5 元

8. 已知 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数,如 $[1.8]=1,[-1.2]=-2$.若 x_0 是函数

$$f(x)=\ln x-\frac{2}{x} \text{ 的零点,则 } [x_0] \text{ 等于}$$

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

9. (2019 全国卷Ⅲ)执行右边的程序框图,如果输入的 ε 为 0.01,则输出 s 的值等于

- A. $2-\frac{1}{2^4}$ B. $2-\frac{1}{2^5}$
C. $2-\frac{1}{2^6}$ D. $2-\frac{1}{2^7}$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^2-2x, & x\geq 0, \\ x^2-2x, & x<0, \end{cases}$ 若 $f(a)-f(-a)\leq$

$2f(1)$,则 a 的取值范围是

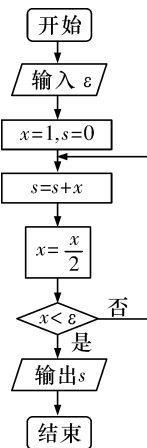
- A. $[1,+\infty)$ B. $(-\infty,1]$
C. $[-1,1]$ D. $[-2,2]$

11. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty,+\infty)$ 的奇函数,满足 $f(2+x)=f(-x)$.若 $f(1)=4$,则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=$

- A. -50 B. 0 C. 2 D. 4

12. 设函数 $f(x)=1-\sqrt{x+1}, g(x)=\ln(ax^2-3x+1)$,若对任意的 $x_1\in[0,+\infty)$,都存在 $x_2\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_1)=g(x_2)$,则实数 a 的最大值为

- A. $\frac{9}{4}$ B. 2 C. $\frac{9}{2}$ D. 4



选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上.

13. 函数 $y=\sqrt{8-16^x}$ 的定义域是_____.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases} 2^{1-x}, & x\leq 1, \\ 1-\log_2 x, & x>1, \end{cases}$ 则满足 $f(x)\leq 2$ 的 x 的取值范围是_____.

15. 某食品的保鲜时间 y (单位:小时)与储存温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$)满足函数关系 $y=e^{kx+b}$ ($e=2.718\cdots$ 为自然对数的底数, k,b 为常数).若该食品在 0°C 的保鲜时间为 192 小时,在 22°C 的保鲜时间是 48 小时,则该食品在 33°C 的保鲜时间为_____小时.

16. 某同学在研究函数 $f(x)=\frac{x}{1+|x|}$ ($x\in\mathbf{R}$)时,给出了下面几个结论:

①等式 $f(-x)+f(x)=0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立;

②函数 $f(x)$ 的值域为 $(-1,1)$;

③若 $x_1\neq x_2$,则一定有 $f(x_1)\neq f(x_2)$;

④函数 $g(x)=f(x)-x$ 在 $\mathbf{R}$ 上有三个零点.

其中正确结论的序号是_____.(写出所有正确结论的序号)

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

(1)求值: $\lg 2 \lg 50 + \lg 5 \lg 20 - \lg 100 \lg 5 \lg 2$;

(2)已知 $\log_5 3 = a$, $\log_5 4 = b$, 用 a, b 表示 $\log_{25} 12$.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + ax$ 是偶函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并用函数单调性的定义证明你的结论.

19. (本小题满分 12 分)

设命题 p : 函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ 有零点; 命题 q : $\forall x \in [1, +\infty), \frac{1}{x} - x \leq 4a^2 - 1$.

(1) 若命题 q 为真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若命题 $p \vee q$ 为真命题, 且命题 $p \wedge q$ 为假命题, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

据行业协会预测:某公司以每吨 10 万元的价格销售某种化工产品,可售出该产品 1 000 吨,若将该产品每吨的价格上涨 $x\%$,则销售量将减少 $mx\%$,且该化工产品每吨的价格上涨幅度不超过 80% (其中 m 为正常数).

(1)当 $m = \frac{1}{2}$ 时,该产品每吨的价格上涨百分之几,可使销售的总金额最大?

(2)如果涨价能使销售总金额比原销售总金额多,求 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

设二次函数 $f(x) = -x^2 + 2x$.

(1) 求函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$ 的最小值;

(2) 问是否存在这样的正数 m, n , 当 $x \in [m, n]$ 时, $g(x) = f(x)$, 且 $g(x)$ 的值域为 $\left[\frac{1}{n}, \frac{1}{m}\right]$? 若存在, 求出所有的 m, n 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知定义在 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足:

① 对任意 $x, y \in (-1, 1)$ 都有 $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$;

② 当 $x < 0$, $f(x) > 0$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上的单调性, 并说明理由;

(3) 若 $f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2}$, 试求 $f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{11}\right) - f\left(\frac{1}{19}\right)$ 的值.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(五)

(导数及其应用)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 下列集合中,是集合 $A = \{x | x^2 < 5x\}$ 的真子集的是

- A. $\{2, 5\}$ B. $(6, +\infty)$ C. $(0, 5)$ D. $(1, 5)$

2. 已知物体的运动方程为 $s = t^2 + \frac{1}{t}$ (t 是时间, s 是位移),则物体在时刻 $t = 1$ 时的速度大小为

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 3

3. 函数 $f(x) = xe^x$ 在点 $A(0, f(0))$ 处的切线的斜率为

- A. 0 B. -1 C. 1 D. e

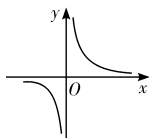
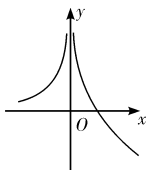
4. 已知 a, b 都是正实数,则 $x + y > a + b$ 且 $xy > ab$ 是 $x > a$ 且 $y > b$ 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件

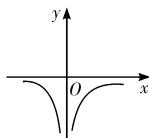
5. 设 $f(x) = x \ln x, f'(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$

- A. e^2 B. e C. $\frac{\ln 2}{2}$ D. $\ln 2$

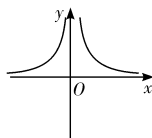
6. 若函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示,则 $y = f'(x)$ 的图象可能是



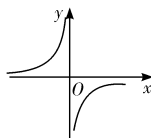
A



B



C



D

7. 函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最小值是

- A. -9 B. -16 C. -12 D. 9

8. 曲线 $y = e^x + 1$ 在 $x = 1$ 处的切线与坐标轴所围成的三角形的面积为

- A. $\frac{1}{2e}$ B. e^2 C. $2e^2$ D. $\frac{9}{4}e^2$

9. 一个底面半径为 1, 高为 2 的圆锥形工件切割成一个圆柱体, 能切割出的圆柱的最大体积为

- A. $\frac{\pi}{27}$ B. $\frac{8\pi}{27}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{9}$

10. 已知函数 $f(x) = (x^2 - m)e^x$, 若函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处切线的斜率为 $3e$, 则 $f(x)$ 的极大值是

- A. $4e^{-2}$ B. $4e^2$ C. e^{-2} D. e^2

11. 已知函数 $f(x) = \sin x + 2xf'(\frac{\pi}{3})$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 令 $a = \frac{1}{2}$, $b = \log_3 2$, 则下列关系正确的是

- A. $f(a) < f(b)$ B. $f(a) > f(b)$
C. $f(a) = f(b)$ D. $f(a) \geq f(b)$

12. 已知函数 $f(x) = (2x-1)e^x + ax^2 - 3a (x > 0)$ 为增函数, 则 a 的取值范围是

- A. $[-2\sqrt{e}, +\infty)$ B. $[-\frac{3}{2}e, +\infty)$
C. $(-\infty, -2\sqrt{e}]$ D. $(-\infty, -\frac{3}{2}e]$

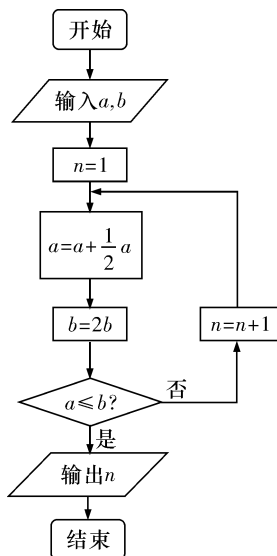
选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 若抛物线 $y = x^2 - x + c$ 上的一点 P 的横坐标是 -2, 抛物线过点 P 的切线恰好过坐标原点, 则实数 c 的值为_____.

14. 如图所示的程序框图的算法思路源于宋元时期数学名著《算法启蒙》中的“松竹并生”问题. 若输入的 a, b 的值分别为 7, 3, 则输出的 n 的值为_____.



15. 已知函数 $f(x)=x^3-x^2+a$ 在 $[0,1]$ 上恰好有两个零点,则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 已知不等式 $e^x-1\geq kx+\ln x$ 对于任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立,则 k 的最大值是 _____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

计算下列各式的值:

(1) $\log_3 \sqrt{3} + \lg 25 + \lg 4 - \log_2 (\log_2 16)$;

(2) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-6.9)^0 - \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(2-x) + \log_a(4+x)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 -2 , 求实数 a 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x$.

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$, 求实数 a 的值;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - a^2 x^2 + ax (a \geq 1)$.

(1) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是减函数;

(2) 当 $a=1$ 时, 证明: 函数 $f(x)$ 只有一个零点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x - ax, a \in \mathbf{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 当 $x \geq 1$ 时, $f(x) \leq -\frac{a}{x}$, 求 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 且 $f(1) = -\frac{a}{2}$, $3a > 2c > 2b$.

(1) 求证: $a > 0$ 且 $-3 < \frac{b}{a} < -\frac{3}{4}$;

(2) 求证: 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 内至少有一个零点;

(3) 设 x_1, x_2 是函数 $f(x)$ 的两个零点, 求 $|x_1 - x_2|$ 的取值范围.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(六)

(三角函数、三角恒等变换)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{x | x = 4n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则

- A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$ C. $M \in N$ D. $N \in M$

2. 终边落在第二象限的角组成的集合为

- A. $\{\alpha | 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ B. $\{\alpha | k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{\alpha | \frac{\pi}{2} + 2k\pi < \alpha < \pi + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ D. $\{\alpha | \frac{\pi}{2} + k\pi < \alpha < \pi + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

3. 若 $\cos(2\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3}$, 则 $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ 等于

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

4. 下列函数中,既是偶函数,又在区间 $(0, 1)$ 上单调递增的是

- A. $y = x \cdot |x|$ B. $y = \sin x$
C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ D. $y = -\cos(\pi \cdot x)$

5. 已知扇形的周长是 12, 面积是 8, 则扇形的中心角的弧度数是

- A. 1 B. 4 C. 1 或 4 D. 2 或 4

6. 若幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(3, \sqrt{3})$, 则函数 $y = f(x) + 2 - x$ 的零点为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

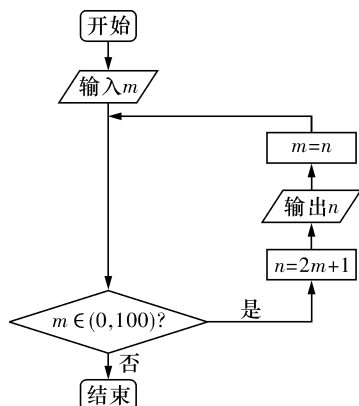
7. 已知函数 $f(x) = \sin\left(2\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π , 则函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴方程是

- A. $x = \frac{\pi}{12}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

8. 已知 $a = \log_4 5$, $b = \log_2 3$, $c = \sin 2$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < c < a$ D. $c < b < a$

9. 执行如图所示的程序框图,若输入的 $m=1$,则输出数据的总个数为



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 对于函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3}\cos x$, 给出下列选项, 其中正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称
 B. 存在 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{3})$, 使 $f(\alpha) = 1$
 C. 存在 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{3})$, 使函数 $f(x+\alpha)$ 的图象关于 y 轴对称
 D. 存在 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{3})$, 使 $f(x+\alpha) = f(x+3\alpha)$ 恒成立

11. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象相邻两条对称轴之间的距离

为 $\frac{\pi}{2}$, 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后, 得到的图象关于 y 轴对称, 那么函数 $y = f(x)$ 的图象

- A. 关于点 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称 B. 关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称
 C. 关于直线 $x = -\frac{\pi}{12}$ 对称 D. 关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

12. 已知定义在 $[e, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + x \ln x f'(x) < 0$ 且 $f(2020) = 0$,

其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, e 是自然对数的底数, 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集为

- A. $[e, 2020)$ B. $[2020, +\infty)$ C. $(e, +\infty)$ D. $[e, e+1)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 计算: $\sin 32^\circ \cos 182^\circ + \cos 32^\circ \cos 88^\circ =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0, \\ x+1, & x \leq 0, \end{cases}$ $g(x) = \log_2 x$, 若 $f(a) + f(g(2)) = 0$, 则实数 a 的值为_____.

15. 已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$, $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\tan \theta =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + 2\cos x$ 在区间 $\left[-\frac{2\pi}{3}, a\right]$ 上的值域为 $\left[-\frac{1}{4}, 2\right]$, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

$$\text{已知 } f(\alpha) = \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos(\pi - \alpha)}{\cos(-\alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}.$$

(1) 化简 $f(\alpha)$;

(2) 若 $f(\alpha) = 2$, 求 $2\sin^2 \alpha - 3\sin \alpha \cos \alpha$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 3 \tan\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间;

(2) 试比较 $f(\pi)$ 与 $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ 的大小.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

(1) 设 $b=c=1$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 设 $a=b=4$, 若函数 $y=f(x)$ 有三个不同零点, 求实数 c 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知角 α 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴正半轴重合, 终边在直线 $y=2x$ 上.

(1) 求 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(2) 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\left(\beta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 求 $\alpha-\beta$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{m \cdot 5^x - 1 + m}{5^x + 1}$.

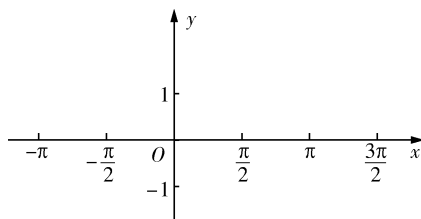
(1) 若 $f(x)$ 是实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 求 m 的值;

(2) 用定义证明 $f(x)$ 在实数集 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

(3) 若 $f(x)$ 的值域为 D , 且 $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right] \subseteq D$, 求 m 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知定义在区间 $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上的函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称, 当 $x \geq \frac{\pi}{4}$ 时, $f(x)=-\sin x$.



- (1) 作出 $y=f(x)$ 的图象;
- (2) 求 $y=f(x)$ 的解析式;
- (3) 若关于 x 的方程 $f(x)=a$ 有解, 将方程中的 a 取一确定的值所得的所有解的和记为 M_a , 求 M_a 的所有可能的值及相应的 a 的取值范围.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(七)

(解三角形)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. $\sin 510^\circ =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $A=60^\circ$, $B=45^\circ$, $b=2$, 则 a 等于

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{6}$

3. 已知命题 $p_1: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - 2x_0 + 1 \leq 0$; $p_2: \forall x \in [1, 2], x^2 - 1 \geq 0$, 则下列命题中为假命题的是

- A. $(\neg p_1) \wedge (\neg p_2)$ B. $p_1 \vee (\neg p_2)$
C. $(\neg p_1) \vee p_2$ D. $p_1 \wedge p_2$

4. 三角形 ABC 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a=2, b=3, c=4$, 则三角形 ABC 一定是

- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 都有可能

5. 已知函数 $f(x) = (1 - \cos 2x) \cos^2 x, x \in \mathbf{R}$, 则 $f(x)$ 是

- A. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数 B. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数
C. 最小正周期为 π 的奇函数 D. 最小正周期为 π 的偶函数

6. 已知 $\triangle ABC$ 中, $a=2, b=2\sqrt{7}, B=60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是

- A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $\sin^2 B + \sin^2 C - \sin^2 A + \sin B \sin C = 0$, 则 $\tan A =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a=4, b=2\sqrt{6}, \sin 2A = \sin B$, 则边 c 的长为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 2 或 4

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\cos A =$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 满足 $f(x + \frac{\pi}{2}) = f(x - \frac{\pi}{2})$, 且 $f(\frac{\pi}{6} + x) = f(\frac{\pi}{6} - x)$, 则下列区间中是 $f(x)$ 的单调减区间的是

- A. $[-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}]$ B. $[-\frac{4\pi}{3}, -\frac{5\pi}{6}]$
C. $[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}]$ D. $[-\frac{\pi}{3}, 0]$

11. (2019 全国卷 I) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \sin A - b \sin B = 4c \sin C$, $\cos A = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{b}{c} =$

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

12. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$, 若过点 $M(3, t)$ 可作曲线 $y = f(x)$ 的三条切线, 则实数 t 的取值范围是

- A. $(-9, 18)$ B. $(-18, 18)$
C. $(-18, 6)$ D. $(-6, 6)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 将十进制数 524 转化为八进制数为_____.

14. 化简: $\frac{\sin(-\alpha) - \sin(900^\circ - \alpha)}{\tan(\alpha - 360^\circ) - \cos(180^\circ + \alpha) - \cos(-\alpha - 360^\circ)} =$ _____.

15. 某船在行驶过程中开始看见灯塔在南偏东 30° 方向, 后来船沿南偏东 75° 的方向航行 15 海里后, 看见灯塔在正西方向, 则这时船与灯塔的距离是_____海里.

16. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $S_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积, 且有 $b(a \sin A + b \sin B) = 4 \sin B \cdot S_{\triangle ABC} + bc \sin C$, 若 $c = \sqrt{6}$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $2a \sin B \cos A - b \sin A = 0$.

(1) 求角 A ;

(2) 当 $\sin B + \sqrt{3} \sin\left(C - \frac{\pi}{6}\right)$ 取得最大值时, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

18. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x^2 + 2x \tan \theta - 1$, $x \in [-1, \sqrt{3}]$, 其中 $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

(1) 当 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(2) 求 θ 的取值范围, 使 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, \sqrt{3}]$ 上是单调函数.

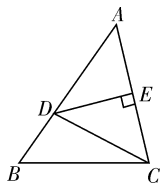
19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 $B = \frac{\pi}{3}$, $BC = 2$.

(1) 若 $AC = 3$, 求 AB 的长;

(2) 若点 D 在边 AB 上, $AD = DC$, $DE \perp AC$, E 为垂足, $ED = \frac{\sqrt{6}}{2}$,

求角 A 的大小.



20. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = 4\cos^4 x + 4\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x \cos 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

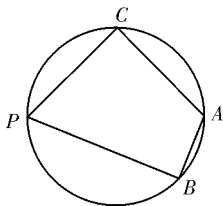
(2) $f(x)$ 的图象上的各点的横坐标伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 再将所得图

象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上

的单调区间和最值.

21. (本小题满分 12 分)

某市某棚户区改造, 四边形 $ABPC$ 为拟定拆迁的棚户区, 测得 $\angle BPC = \frac{\pi}{3}$, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, $AC = 4$ 千米, $AB = 2$ 千米, 工程规划用地近似为图中四边形 $ABPC$ 的外接圆内部区域.



- (1) 求四边形 $ABPC$ 的外接圆半径 R ;
- (2) 求该棚户区即四边形 $ABPC$ 的面积的最大值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - (a^2 + b)x + a \ln x (a, b \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $b=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a=-1, b=0$ 时, 证明: $f(x) + e^x > -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$ (其中 e 为自然对数的底数).

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(八)

(单元滚动卷)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | y = \sqrt{x+1}\}$, 则 $M \cap N =$
 A. $(0, 1)$ B. $\{(0, 1)\}$ C. $\{x | x \geq -1\}$ D. $\{y | y \geq 1\}$

2. 已知 α 是第二象限角, $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(\pi + \alpha) =$

A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3. 下列结论正确的个数是

- ①若 $x > 0$, 则 $x > \sin x$ 恒成立;
 ②命题“ $\forall x > 0, x - \ln x > 0$ ”的否定是“ $\exists x_0 > 0, x_0 - \ln x_0 \leq 0$ ”;
 ③“命题 $p \vee q$ 为真”是“命题 $p \wedge q$ 为真”的充分不必要条件.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 三位七进制的数表示的最大的十进制的数是

A. 322 B. 402 C. 342 D. 365

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 3$, 则 $\cos C$ 的值为

A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

6. 已知函数 $y = \log_a(x-1) + 3$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象恒过点 P , 若角 α 的终边经过点 P , 则 $\sin^2 \alpha - \sin 2\alpha$ 的值等于

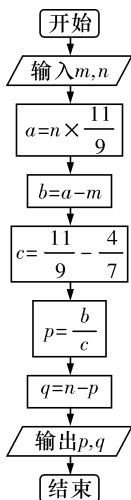
A. $\frac{3}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{3}{13}$ D. $-\frac{5}{13}$

7. 《算法统宗》是中国古代数学名著,由程大位所著,其中记载这样一首诗:九百九十九文钱,甜果苦果买一千,四文钱买苦果七,十一文钱九个甜,甜苦两果各几个? 请君布算莫迟疑! 其含义为:用九百九十九文钱共买了一千个甜果和苦果,其中四文钱可以买苦果七个,十一文钱可以买甜果九个,请问究竟甜、苦果各有几个? 现有如图所示的程序框图,输入 m, n 分别代表钱数和果子个数,则符合输出值 p 的为

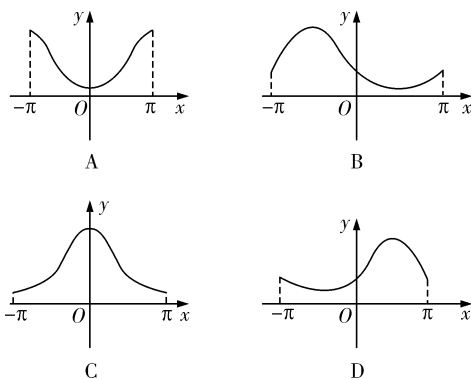
A. p 为甜果数 343 B. p 为苦果数 343
 C. p 为甜果数 657 D. p 为苦果数 657

8. 已知函数 $f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 为奇函数, $g(x) = f(x) + 1$, 则 $g(x) + g(1-x) =$

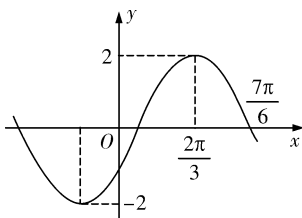
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2



9. 函数 $y=e^{\sin x} (-\pi \leq x \leq \pi)$ 的大致图象为



10. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ (其中 A, ω, φ 为常数, 且 $A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 若 $f(\alpha)=\frac{3}{2}$, 则 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})$ 的值为



- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{3}$

11. 一个大型喷水池的中央有一个强力喷水柱, 为了测量喷水柱的水柱的高度, 某人在喷水柱正西方向的 A 处测得水柱顶端的仰角为 45° , 沿 A 向北偏东 30° 方向前进 100 m 后到达 B 处, 在 B 处测得水柱顶端的仰角为 30° , 则水柱的高度是

- A. 50 m B. 100 m C. 120 m D. 150 m

12. 若函数 $f(x)=\frac{5}{2}\ln x+\frac{1}{ax}-ax-1$ 在 $[1,2]$ 上为增函数, 则 a 的取值范围为

- A. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{4}, 2]$ B. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1]$
C. $[-1, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$ D. $[-1, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1]$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 若 $\sin \theta = \frac{1}{4}, \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\tan 2\theta =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $a=3, C=\frac{\pi}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 则边 $c=$ _____.

15. (2019 全国卷 I) 曲线 $y=3(x^2+x)e^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 _____.

16. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} -\sin \frac{\pi}{2}x + 1, & 0 \leq x \leq 2, \\ f(x-1), & x > 2, \end{cases}$ 若

方程 $f(x) = kx$ 恰有 3 个不同的实数根, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知 $a \in \mathbf{R}$, 命题 $p: \forall x \in [-2, -1], x^2 - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 - (a - 2) = 0$.

(1) 若命题 p 为真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若命题“ $p \vee q$ ”为真命题, 命题“ $p \wedge q$ ”为假命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知 α, β 都是锐角, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\sin(2\alpha - \beta) = \frac{4}{5}$.

(1) 求 $\cos \beta$ 的值;

(2) 求 $\sin(\alpha - \beta)$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

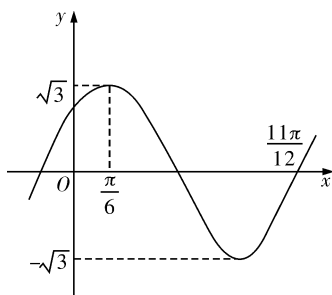
在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b=c(2\sin A+\cos A)$.

(1)求 $\sin C$;

(2)若 $a=\sqrt{2}, B=\frac{3}{4}\pi$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.



(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并求它的对称中心的坐标;

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 m ($0 < m < \frac{\pi}{2}$) 个单位, 得到的函数 $g(x)$ 为偶

函数, 求函数 $y = f(x)g(x) + \frac{3}{4}$, $x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 的最值及相应的 x 值.

21. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = 2^{x+\cos a} - 2^{-x+\cos a}$, $x \in \mathbf{R}$, 且 $f(1) = \frac{3}{4}$.

(1) 求 a 的取值的集合;

(2) 若当 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 时, $f(m \cos \theta) + f(1-m) > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x - ax$, $\ln 2 > \sin \frac{1}{2}$, $\ln \frac{4}{\pi} < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 若对于任意 $x \in (0, 1)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a=0$ 时, $h(x) = x(\ln x - 1) - f'(x)$, 证明 $h(x)$ 存在唯一极值点.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(九)

(平面向量、复数)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $\frac{5}{(1-2i)i}$ 在复平面内对应的点的坐标为
 A. (2,1) B. (2,-1) C. (1,2) D. (-1,2)

2. 已知向量 $\mathbf{a}=(1,m)$, $\mathbf{b}=(3,-1)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m=$
 A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

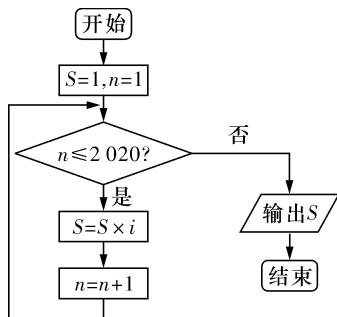
3. 下面给出的函数中以 π 为最小正周期的是
 ① $y=\sin|x|$;
 ② $y=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$;
 ③ $y=\left|\cos x+\frac{1}{2}\right|$;
 ④ $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.
 A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ③④

4. (2019 全国卷 I) 已知非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=2|\mathbf{b}|$, 且 $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 若复数 $z=\frac{a+i}{1-i}$, 且 $z \cdot i^3 > 0$, 则实数 a 的值等于
 A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

6. 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $\mathbf{b} \cdot (\mathbf{a}+\mathbf{b})=3$, 且 $|\mathbf{a}|=1$, $|\mathbf{b}|=2$, 则 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ 等于
 A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$

7. 阅读下面的程序框图, 输出结果 S 的值为(其中 i 为虚数单位, $i^2=-1$)



- A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

8. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=4, AD=3$, 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}=11$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值是

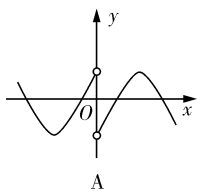
A. 10

B. 14

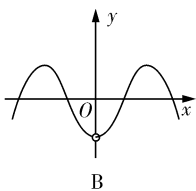
C. 18

D. 22

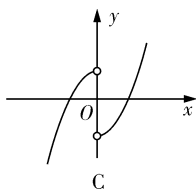
9. 函数 $y=(e^x - e^{-x})\left(x - \frac{1}{x}\right)$ 的图象大致是



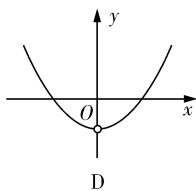
A



B



C



D

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\frac{\sin C}{\sin A}=2, b^2 - a^2 = \frac{3}{2}ac$, 则 $\cos B$ 等于

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{5}$

11. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O , 半径为 1, 若 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$, 且 $|\overrightarrow{AO}| = |\overrightarrow{AC}|$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 1

12. 将函数 $f(x)=4\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 和直线 $g(x)=x-1$ 的所有交点从左到右依次记为

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, 若 P 点坐标为 $(0, \sqrt{3})$, 则 $|\overrightarrow{PA_1} + \overrightarrow{PA_2} + \dots + \overrightarrow{PA_n}| =$

A. 0

B. 2

C. 6

D. 10

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. $\triangle ABC$ 中, $AC=5, \angle BAC=\frac{2}{3}\pi$, 则 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影是_____.

14. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(x^2 + 2), & x \leq 1, \\ 2^x - m, & x > 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上存在最小值, 则 m 的取值范围是_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2, AC=3, \angle BAC=60^\circ$, P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 满足 $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PA}$, 则 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知复数 $z = (m^2 + 2m) + (m^2 - 2m - 3)i$ (i 为虚数单位), $m \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $m = 1$ 时,求复数 $\frac{z}{1+i}$ 的值;

(2) 若复数 z 在复平面内对应的点位于第二象限,求 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

(1) 已知 $2\mathbf{a} + \mathbf{b} = (-4, 3)$, $\mathbf{a} - 2\mathbf{b} = (3, 4)$, 求向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的坐标;

(2) 已知 x 轴的正方向与向量 $\mathbf{a}$ 的夹角为 60° , 且 $|\mathbf{a}| = 2$, 求向量 $\mathbf{a}$ 的坐标.

19. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系 xOy 中,其顶点 A, B, C 坐标分别为 $A(-2, 3)$,
 $B(1, 6)$, $C(2\cos \theta, 2\sin \theta)$.

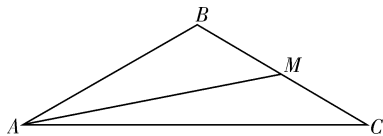
(1)若 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$,且 θ 为第二象限角,求 $\cos \theta - \sin \theta$ 的值;

(2)若 $\theta = \frac{3}{2}\pi$,且 $\overrightarrow{AD} = \lambda \cdot \overrightarrow{AB} (\lambda \in \mathbf{R})$,求 $|\overrightarrow{CD}|$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, M 是边 BC 的中点,

$$\cos \angle BAM = \frac{5\sqrt{7}}{14}, \tan \angle AMC = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$



(1) 求角 B 的大小;

(2) 若角 $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$, BC 边上的中线 AM 的长为 $\sqrt{21}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

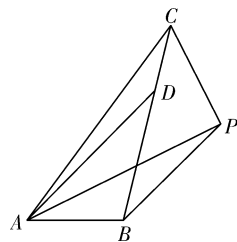
21. (本小题满分 12 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $AC=5$, $\cos \angle CAB=\frac{3}{5}$, D

是边 BC 上一点,且 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$.

(1)设 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,求实数 x,y 的值;

(2)若点 P 满足 $\overrightarrow{BP}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 共线, $\overrightarrow{PA}\perp\overrightarrow{PC}$,求 $\left|\frac{\overrightarrow{BP}}{\overrightarrow{AD}}\right|$ 的值.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (2-a)(x-1) - 2\ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若曲线 $g(x) = f(x) + x$ 上点 $(1, g(1))$ 处的切线过点 $(0, 2)$, 求函数 $g(x)$ 的单调减区间;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 上无零点, 求 a 的最小值.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十)

(数列)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项依次为 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式 $a_n =$

A. $\begin{cases} 1 & (n=1) \\ \frac{n}{3} & (n \geq 2) \end{cases}$

B. $\frac{2n-1}{3}$

C. $\frac{n}{3}$

D. $\begin{cases} \frac{1}{3} & (n=1) \\ \frac{2n}{3} & (n \geq 2) \end{cases}$

2. 若复数 z 满足 $zi=1+2i$, 则 z 的共轭复数是

A. $2-i$

B. $2+i$

C. $-2-i$

D. $-2+i$

3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 且 $a_1 a_2 = 35, 2a_4 - a_6 = 7$, 则 $d =$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且每一项都是正数, 若 $a_1 = 1, a_{2019} = 3$, 则 a_{1010} 的值为

A. 9

B. $\sqrt{3}$

C. $\pm\sqrt{3}$

D. 3

5. 设 a, b 是不共线的两个平面向量, 已知 $\overrightarrow{PQ} = a + kb, \overrightarrow{QR} = 2a - b$. 若 P, Q, R 三点共线, 则实数 k 的值为

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

6. 等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n , 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+1}{3n+2}$, 则 $\frac{a_3+a_{11}+a_{19}}{b_7+b_{15}} =$

A. $\frac{69}{70}$

B. $\frac{129}{130}$

C. $\frac{123}{124}$

D. $\frac{135}{136}$

7. 在重大节日里, 从古至今我国有悬挂灯笼增加节日气氛的习俗. 据文献记载, 古代有一座 n 层的塔共挂了 127 盏灯笼, 相邻两层中的下一层灯笼数是上一层灯笼数的 2 倍, 且底层的灯笼数与顶层的灯笼数之和为 65, 则塔的底层共有灯笼

A. 27 盏

B. 81 盏

C. 64 盏

D. 128 盏

8. 若实数 $1, x, y, 4$ 成等差数列, $-2, a, b, c, -8$ 成等比数列, 则 $\frac{y-x}{b} =$

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

9. 已知角 α 满足 $2\cos 2\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \neq 0$, 则 $\sin 2\alpha =$

- A. $-\frac{1}{8}$ B. $-\frac{7}{8}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{7}{8}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 满足关系 $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3}$

$+\cdots + \frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{2^n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_5 的值为

- A. -442 B. -446 C. -450 D. -454

11. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(-x) = 4$, 函数 $g(x) = \frac{2x+1}{x}$ 与 $f(x)$ 的图象共有 4 个

交点, 交点坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$, 则 $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 =$

- A. 0 B. 4 C. 8 D. 16

12. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_{n+1} + a_n = 2n + 1$, 且 $S_n = 1\ 350$. 若 $a_2 < 2$, 则 n 的最大值为

- A. 51 B. 52 C. 53 D. 54

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 3 \geq 0$, 如果命题 $\neg p$ 是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 三角形的一边长为 14, 这条边所对的角为 60° , 另两边长之比为 $8:5$, 则这个三角形的面积是_____.

15. 设曲线 $y = x^{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ 在 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标为 x_n , 令 $a_n = \lg \frac{1}{x_n}$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2\ 020} =$ _____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -\frac{1}{9}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{8a_n + 1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 $\{a_n\}$ 中最大项的值为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_5=4a_3$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m=63$, 求 m .

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, $a_3=7$, 且 a_4 是 a_1 与 27 的等比中项.

(1) 求 a_n ;

(2) 若 $b_n = \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_8 = 64$, 又 a_2 是 a_1 与 a_5 的等比中项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $S_n + a_n > 62$, 求 n 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\mathbf{p} = (1, \sqrt{3})$, $\mathbf{q} = (\cos x, \sin x)$.

(1) 若 $\mathbf{p} \parallel \mathbf{q}$, 求 $\sin 2x - \cos^2 x$ 的值;

(2) 设函数 $f(x) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}$, 将函数 $f(x)$ 的图象上所有的点的横坐标缩小到原来的

$\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再把所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图

象, 求 $g(-x)$ 的单调增区间.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$, S_n 是其前 n 项的和, 且满足 $3a_n = 2S_n + n (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求证: 数列 $\left\{a_n + \frac{1}{2}\right\}$ 为等比数列;

(2) 记 $T_n = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$, 求 T_n 的表达式.

22. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $g(x) = f(x) + 2a \ln x$, 且 $g(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 其中 $x_1 \in (0, e]$, 求 $g(x_1) - g(x_2)$ 的最小值.

高考总复习单元同步滚动测试卷

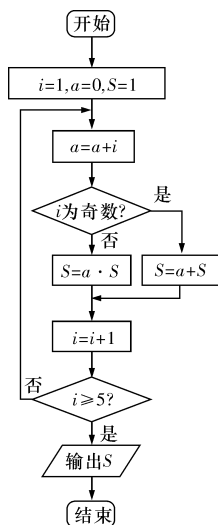
文科数学(十一)

(不等式、推理与证明)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x | 2 < x < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | -1 < x \leq 4\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$ C. $\{x | 2 < x \leq 3\}$ D. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
- 函数 $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象的对称中心为
A. $(0, 0)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$
C. $\left(k\pi - \frac{\pi}{18}, 0\right), k \in \mathbf{Z}$ D. $\left(\frac{k\pi}{6} - \frac{\pi}{18}, 0\right), k \in \mathbf{Z}$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$, 若 $a_2 = 10, a_5 = 1$, 则 $\{a_n\}$ 的前 7 项的和是
A. 112 B. 51 C. 28 D. 18
- 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ 2x - y \geq 0, \\ x + y - 6 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{x + 2y + 2}{x + 1}$ 的取值范围是
A. $[2, 4]$ B. $\left[\frac{11}{4}, 4\right]$ C. $[3, 5]$ D. $\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$
- 阅读如图所示的程序框图,运行相应程序,输出的结果是



- A. 12 B. 18 C. 120 D. 125

6. 在下列各函数中,最小值等于 2 的函数是

A. $y = x + \frac{1}{x}$

B. $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$

C. $y = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$

D. $y = e^x + \frac{4}{e^x} - 2$

7. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a = \sqrt{6}, c = 3, \cos A = \frac{2}{3}$, 则 $b =$

A. 3

B. 1

C. 1 或 3

D. 无解

8. 已知数组 $\left(\frac{1}{1}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{1}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}\right), \dots, \left(\frac{1}{n}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{1}\right), \dots$, 记该数组为 $(a_1), (a_2, a_3), (a_4, a_5, a_6), \dots$, 则 a_{200} 等于

A. $\frac{9}{11}$

B. $\frac{10}{11}$

C. $\frac{11}{12}$

D. $\frac{9}{10}$

9. 已知 $m = \frac{1}{x-2} + x (x > 2), n = 2^{2-x^2} (x < 0)$, 则 m, n 的大小关系是

A. $m < n$

B. $m > n$

C. $m \leq n$

D. $m \geq n$

10. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 现给出下列五个条件: ① $a + b = 2$; ② $a + b > 2$; ③ $a + b > -2$; ④ $ab > 1$; ⑤ $\log_a b < 0$, 其中能推出“ a, b 中至少有一个大于 1”的条件为

A. ②③④

B. ②③④⑤

C. ①②③⑤

D. ②⑤

11. 已知 $a > b > 0$, 有下列命题:

① 若 $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 1$, 则 $a - b < 1$;

② 若 $a^2 - b^2 = 1$, 则 $a - b < 1$;

③ 若 $a^3 - b^3 = 1$, 则 $a - b < 1$;

④ 若 $a^4 - b^4 = 1$, 则 $a - b < 1$.

其中真命题的个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

12. 已知函数 $f(x) = x^3 + 2ax^2 + 3bx + c$ 的两个极值点分别在 $(-1, 0)$ 与 $(0, 1)$ 内, 则 $2a - b$ 的取值范围是

A. $\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$

B. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

D. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知平面向量 a, b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}, |a| = 4, |b| = 2$, 则 $|a - 2b| =$ _____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y - 6 \leq 0, \\ x - y + 2 \geq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = 2x$, $g(x) = 3x^2 + 2x + 1$, 当 $x > 0$ 时, 函数 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 的最小值为_____.

16. 已知正实数 x, y 满足等式 $x + y + 8 = xy$, 若对任意满足条件的 x, y , 不等式 $(x + y)^2 - a(x + y) + 1 \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

(1) 已知 $x \leq 1$, 比较 $3x^3$ 与 $3x^2 - x + 1$ 的大小;

(2) 若 $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$, 求证: $\frac{e}{(a-c)^2} > \frac{e}{(b-d)^2}$.

18. (本小题满分 12 分)

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_n = 2a_n - 2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{2-n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

已知 $x > 1, y > 1, x + y = 4$.

(1) 求证: $xy \leq 4$;

(2) 求 $\frac{x}{x-1} + \frac{2y}{y-1}$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} \cdot \left(\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 设 $\triangle ABC$ 中的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $f(B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 $b = \sqrt{3}$,

求 $a^2 + c^2$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

某公司决定对旗下的某商品进行一次评估,该商品原来每件售价为 25 元,年销售 8 万件.

- (1)据市场调查,若价格每提高 1 元,销售量将相应减少 2 000 件,要使销售的总收入不低于原收入,该商品每件定价最多为多少元?
- (2)为了抓住 2022 年冬奥会契机,扩大该商品的影响力,提高年销售量,公司决定立即对该商品进行全面技术革新和销售策略改革,并提高定价到 x 元,公司拟投入 $\frac{1}{6}(x^2-600)$ 万作为技改费用,投入 50 万元作为固定宣传费用,投入 $\frac{x}{5}$ 万元作为浮动宣传费用. 试问:当该商品改革后的销售量 a 至少达到多少万件时,才可能使改革后的销售收入不低于原收入与总投入之和? 并求出此时商品的每件定价.

22. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = ax + 2x \ln x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, e^2]$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a = 2$ 时, 若不等式 $t(x - 2) \leq f(x)$ 在 $x \in (2, +\infty)$ 上恒成立, 求满足条件的 t 的最大整数值. (参考值: $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1, \ln 5 \approx 1.6$).

高考总复习单元同步滚动测试卷

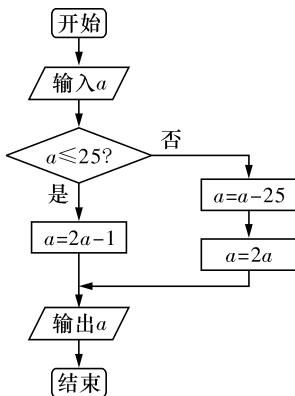
文科数学(十二)

(单元滚动卷)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\mathbf{Z}$ (整数集)和 $N=\left\{i, i^2, \frac{1}{i}, \frac{(1+i)^2}{i}, \frac{(1-i)^2}{i}\right\}$, 其中 i 是虚数单位, 则集合 $M \cap N$ 所含元素的个数有
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
2. 某班有 49 位同学玩“数字接龙”游戏,具体规则按如图所示的程序框图执行(其中 a 为座位号),并以输出的值作为下一个输入的值.若第一次输入的为 8,则第三次输出的值为



3. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = ax + b (0 \leq x \leq 1)$, 则“ $f(x) > 0$ 恒成立”是“ $a + 2b > 0$ 成立”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知平面上有 $A(-2, 1), B(1, 4), D(4, -3)$ 三点, 点 C 在直线 AB 上, 且 $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, 连接 DC 并延长, 取点 E , 使 $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DE}$, 则点 E 的坐标为
A. $(0, 1)$ B. $(0, 1)$ 或 $\left(\frac{4}{3}, \frac{11}{3}\right)$
C. $\left(-\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right)$ D. $\left(-8, -\frac{5}{3}\right)$
5. 若 $0 < a < b, a + b = 1$, 则 $a, \frac{1}{2}, 2ab$ 中最大的数为
A. a B. $2ab$ C. $\frac{1}{2}$ D. 无法确定

6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d < 0$, $S_7 = 21$, 且 $a_2 \cdot a_6 = 5$, 则 $a_{19} =$

- A. -12 B. -14 C. -10 D. -11

7. 已知 $|a| = 1$, $|b| = \sqrt{2}$, 且 $a \perp (a - b)$, 则向量 a 在 b 方向上的投影为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 请阅读下列材料: 若两个正实数 a_1, a_2 满足 $a_1^2 + a_2^2 = 1$, 求证: $a_1 + a_2 \leq \sqrt{2}$.

证明: 构造函数 $f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 = 2x^2 - 2(a_1 + a_2)x + 1$, 因为对一切实数 x , 恒有 $f(x) \geq 0$, 所以 $\Delta \leq 0$, 即 $4(a_1 + a_2)^2 - 8 \leq 0$, 所以 $a_1 + a_2 \leq \sqrt{2}$.

根据上述证明方法, 若 n 个正实数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 满足 $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = n$ 时, 你能得到的结论是

- A. $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq 2n$ B. $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n^2$
C. $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n$ D. $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq \sqrt{n}$

9. 已知不等式组 $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ x + y \geq 0, \\ x \leq a \end{cases}$ 表示平面区域的面积为 4, 点 $P(x, y)$ 在所给的平面区域内, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

10. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 2y - xy = 0$, 若 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是

- A. $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$ B. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$
C. $(-2, 4)$ D. $(-4, 2)$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 的延长线上, 且 $\vec{BC} = 3\vec{CD}$, 点 O 在线段 CD 上 (与点 C, D 不重合), 若 $\vec{AO} = x\vec{AB} + (1-x)\vec{AC}$, 则 x 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $(-\frac{1}{2}, 0)$ D. $(-\frac{1}{3}, 0)$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |lg x|, & x > 0, \\ -x^2 - 2x, & x \leq 0, \end{cases}$ 且方程 $f^2(x) - f(x) + 2a - 3 = 0$ 有 8 个不同的实根, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(\frac{3}{2}, 4)$ B. $(\frac{3}{2}, \frac{13}{8})$ C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(2, 4)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

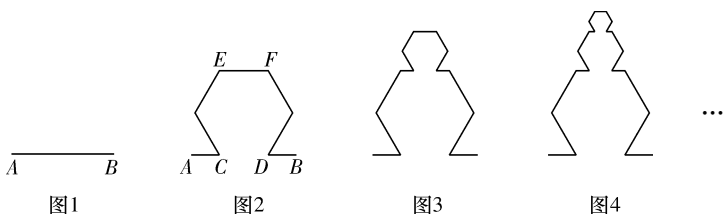
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 复数 $(1+i)^2$ (i 为虚数单位) 在复平面上对应的点的坐标为 _____.

14. 将函数 $y = \sin 2x$ 向右平移 φ ($0 < \varphi < \pi$) 个单位所得函数记为 $y = f(x)$, 当 $x = \frac{2\pi}{3}$ 时 $f(x)$ 取得最大值, 则 $\varphi =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $B = 60^\circ$, $\triangle ABC$ 的面积等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 b 的取值范围是 _____.

16. 如图 1, 线段 AB 的长度为 a , 在线段 AB 上取两个点 C, D , 使得 $AC = DB = \frac{1}{4}AB$, 以 CD 为一边在线段 AB 的上方作一个正六边形, 然后去掉线段 CD , 得到图 2 中的图形; 对图 2 中的最上方的线段 EF 作相同的操作, 得到图 3 中的图形; 依此类推, 我们就得到了以下一系列图形:



记第 n 个图形(图 1 为第 1 个图形)中的所有线段长的和为 S_n , 现给出有关数列 $\{S_n\}$ 的四个命题:

- ① 数列 $\{S_n\}$ 是等比数列;
 - ② 数列 $\{S_n\}$ 是递增数列;
 - ③ 存在最小的正数 a , 使得对任意的正整数 n , 都有 $S_n > 2\ 020$;
 - ④ 存在最大的正数 a , 使得对任意的正整数 n , 都有 $S_n < 2\ 020$.
- 其中真命题的序号是 _____. (请写出所有真命题的序号)

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\mathbf{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

(2) 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 且 $\sin \beta = -\frac{5}{13}$, 求 $\sin \alpha$.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2a_n - 1$.

(1) 证明: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 设 $b_n = (2n-1)a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象经过点 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 且相邻两条对称轴的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式及其在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 若 $f(\frac{A}{2}) + \cos A = \frac{1}{2}$, 求 $\angle A$ 的大小.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (ax - 2)e^x$ 在 $x = 1$ 处取得极值.

(1) 求 a 的值;

(2) 求证: 对任意 $x_1, x_2 \in [0, 2]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e$.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = -4, a_3 = -5$, 若 $\{a_n + 3n\}$ 为等比数列.

(1) 证明: 数列 $a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$ 为递增数列;

(2) 求数列 $\left\{ \frac{2^{n-1} - 3}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (本小题满分 12 分)

已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1-a}{2}x^2 - ax - a$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a=1$ 时, 设函数 $g(t)$ 表示 $f(x)$ 在区间 $[t, t+3]$ 上最大值与最小值的差, 求 $g(t)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上的最小值.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十三)

(概率与统计)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

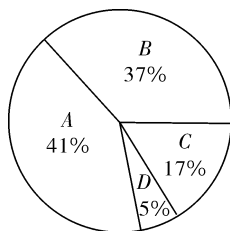
1. 设 i 为虚数单位,若复数 $\frac{z}{1+i}$ 在复平面内对应的点为 $(1, -2)$, 则 $z =$

- A. $3+i$ B. $3-i$ C. $1+3i$ D. $1-3i$

2. 某高中高二(2)班男生 36 人,女生 18 人,现用分层抽样方法从中抽出 n 人,若抽出的男生人数为 12,则 n 等于

- A. 16 B. 18 C. 20 D. 22

3. 某省的学业水平测试成绩是分等级来表示的,考试分为四个成绩等级:24 分及以下不给等级,25~49 分为 D,50~69 分为 C,70~84 分为 B,85~100 分为 A. 该省某中学高二学生参加 2019 年 6 月份学业水平测试的成绩全部在 D 级(含 D 级)以上. 该校共有 500 名学生参加了考试,学生成绩等级统计如图所示,则该校学业水平测试成绩等级为 A 的学生人数是



- A. 205 B. 185 C. 85 D. 25

4. 如图,长方形 $ABCD$ 中,点 P 是边 CD 的中点,若在长方形的区域内随机地取一个点 M ,则点 M 取自阴影区域的概率是



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 已知甲、乙两组数据的茎叶图如图所示,若它们的中位数相同,则甲组数据的平均数为

甲组			乙组	
4		2	1	
6	m	3	2	4 6

- A. 30 B. 31 C. 32 D. 33

6. 若从集合 $A = \{-2, 1, 2\}$ 中随机取一个数 a ,从集合 $B = \{-1, 1, 3\}$ 中随机取一个数 b ,则直线 $ax - y + b = 0$ 不经过第四象限的概率为

A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{1}{4}$

7. 小明需要从甲城市编号为 1~14 的 14 个工厂或乙城市编号为 15~32 的 18 个工厂中选择一个去实习, 设“小明在甲城市实习”为事件 A , “小明在乙城市且编号为 3 的倍数的工厂实习”为事件 B , 则 $P(A+B)=$

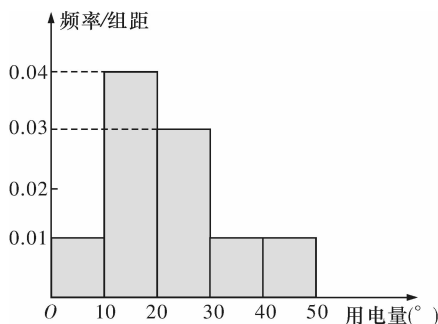
A. $\frac{3}{32}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{9}{16}$

D. $\frac{1}{4}$

8. 供电部门对某社区 1 000 位居民 2018 年 12 月份人均用电情况进行统计后, 按人均用电量分为 $[0, 10)$, $[10, 20)$, $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50]$ 五组, 整理得到如下频率分布直方图, 则下列说法错误的是



- A. 12 月份人均用电量人数最多的一组有 400 人
 B. 12 月份人均用电量不低于 20 度的有 500 人
 C. 12 月份人均用电量为 25 度
 D. 在这 1 000 位居民中任选 1 位协助收费, 选到的居民用电量在 $[30, 40)$ 的概率为 $\frac{1}{10}$

9. 甲、乙两架歼击机的飞行员向同一架敌机射击, 击中的概率分别为 0.4, 0.5, 则恰有一人击中敌机的概率为

A. 0.9

B. 0.2

C. 0.7

D. 0.5

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 所对的角分别为 A, B, C , $A=3B$, 且 $b=1$, 则 $\frac{c \cdot \sin B}{\sin 4B}=$

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 1

11. 已知 $|a|=|b|=2$, 且 $a \cdot b=0$, $c=\frac{1}{2}(a+b)$, $|d-c|=\sqrt{2}$, 则 $|d|$ 的取值范围是

A. $[0, 2\sqrt{2}]$

B. $[0, 2]$

C. $[0, \sqrt{2}]$

D. $[0, 1]$

12. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=2f(x)-2$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x)=$

$$\begin{cases} x^2-x, & x \in (0, 1), \\ \frac{1}{x}, & x \in [1, 2], \end{cases}$$

- 若 $x \in (0, 4]$ 时, $t^2 - \frac{7t}{2} \leq f(x)$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围是

A. $[1, 2]$

B. $[2, \frac{5}{2}]$

C. $[2, +\infty)$

D. $[1, \frac{5}{2}]$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 关于 x 的不等式 $ax-b < 0$ 的解集是 $(1, +\infty)$, 则关于 x 的不等式 $(ax+b)(x-3) > 0$ 的解集是_____.
14. 一个车间为了规定工作原理, 需要确定加工零件所花费的时间, 为此进行了 5 次试验, 收集数据如下:

零件数 x (个)	15	20	30	40	50
加工时间 y (分钟)	65	70	75	80	90

- 由表中数据, 求得线性回归方程 $y = 0.66x + a$, 则估计加工 70 个零件所花费的时间为_____分钟(精确到 0.1).
15. 口袋中有形状和大小完全相同的 4 个球, 球的编号分别为 1, 2, 3, 4, 若从袋中一次随机摸出 2 个球, 则摸出的 2 个球的编号之和大于 4 的概率为_____.
16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1, & -2 \leq x < 0, \\ e^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - ax + a$ 存在零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

某中学为了解高二学生对“地方历史”校本课程的喜欢是否与在本地成长有关, 在全校高二学生中随机抽取了 20 名, 得到一组不完整的统计数据如下表:

	喜欢“地方历史”校本课程	不喜欢“地方历史”校本课程	合计
在本地成长		2	10
非本地成长		6	
合计			20

- (1) 补齐上表数据, 并分别从被抽取的喜欢“地方历史”校本课程与不喜欢“地方历史”校本课程的学生中各选 1 名做进一步访谈, 求至少有 1 名学生属于在本地成长的概率;
- (2) 试回答: 能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为“是否喜欢‘地方历史’校本课程与在本地成长有关”?

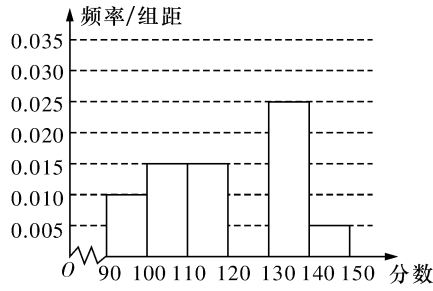
附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$)

18. (本小题满分 12 分)

某校从参加高三模拟考试的学生中随机抽取 60 名学生,将其数学成绩(均为整数)分成六段 $[90,100)$, $[100,110)$, $\dots$, $[140,150]$ 后得到如下部分频率分布直方图(学生成绩均在 $[90,150]$ 上). 观察图形,回答下列问题.



- (1)求分数在 $[120,130)$ 内的频率,补全这个频率分布直方图,并据此估计本次考试的平均分;
- (2)用分层抽样的方法,在分数段为 $[110,130)$ 的学生中抽取一个容量为 6 的样本,将该样本看成一个总体,从中任取 2 个,求至多有 1 人在分数段 $[120,130)$ 内的概率.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $b_n - a_n = 2^n + 1$, 且 $2S_n = n^2 - n$.

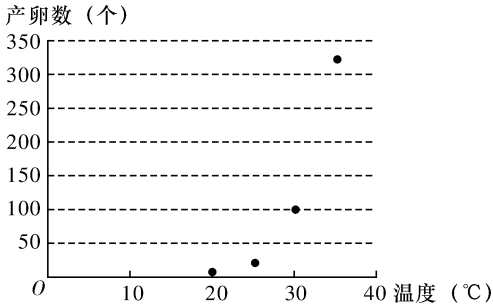
(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = (a_n + 1)(b_n - n)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分 12 分)

一只红铃虫的产卵数 y 和温度 x 有关, 现收集了 4 组观测数据列于下表中, 根据数据作出散点图如下.

温度 $x/^{\circ}\text{C}$	20	25	30	35
产卵数 $y/\text{个}$	5	20	100	325



- (1) 根据散点图判断 $y = bx + a$ 与 $y = e^{bx+a}$ 哪一个更适宜作为产卵数 y 关于温度 x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)
- (2) 根据(1)的判断结果及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程 (数字保留 2 位小数);
- (3) 要使得产卵数不超过 50, 则温度控制在多少 $^{\circ}\text{C}$ 以下? (最后结果保留到整数)

参考数据: $\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 14975$, $\sum_{i=1}^4 x_i z_i = 447.8$, $\sum_{i=1}^4 x_i^2 = 3150$, $\ln 50 = 3.91$

y	5	20	100	325
$z = \ln y$	1.61	3	4.61	5.78

21. (本小题满分 12 分)

已知袋子中放有大小和形状相同的小球若干个,其中标号为 0 的小球 1 个,标号为 1 的小球 1 个,标号为 2 的小球 n 个.若从袋子中随机抽取 1 个小球,取到标号为 2 的小球的概率是 $\frac{1}{2}$.

(1)求 n 的值;

(2)从袋子中有放回地随机抽取 2 个小球,记第一次取出的小球标号为 a ,第二次取出的小球标号为 b .

①记“ $a+b=2$ ”为事件 A ,求事件 A 的概率;

②在区间 $[0, 2]$ 内任取 2 个实数 x, y ,求事件“ $x^2 + y^2 > (a-b)^2$ 恒成立”的概率.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - a^2 \ln x (a > 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 证明: $x^3 - x^2 \ln x \geq x^2$ 且 $2x^3 - x^2 \ln x - 16x + 20 > 0$.

高考总复习单元同步滚动测试卷

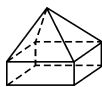
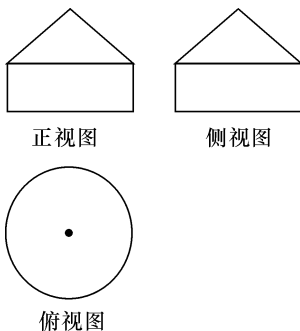
文科数学(十四)

(立体几何)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 如图所示是一个物体的三视图,则此三视图所描述物体的直观图是



A



B



C



D

2. 设 i 是虚数单位, $\bar{z}$ 是复数 z 的共轭复数, 若 $z=1+2i$, 则复数 $z+i \cdot \bar{z}$ 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知平面 α 及平面 α 外同侧的不共线三点 A, B, C , 则“ A, B, C 三点到平面 α 的距离都相等”是“平面 $ABC \parallel$ 平面 α ”的

- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分又不必要条件

4. 已知关于 x 的不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} > 3^{-2x}$, 则该不等式的解集为

- A. $[4, +\infty)$ B. $(-4, +\infty)$ C. $(-\infty, -4)$ D. $(-4, 1]$

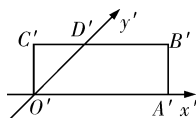
5. 设 α, β, γ 为三个不同的平面, m, n 为两条不同的直线, 则下列命题中的假命题是

- A. 当 $\alpha \perp \beta$ 时, 若 $\beta \parallel \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$
B. 当 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 时, 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$
C. 当 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ 时, 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 m, n 是异面直线
D. 当 $m \parallel n, n \perp \beta$, 若 $m \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$

6. 已知圆锥的母线长为 5, 底面周长为 8π , 则它的体积为

- A. 48π B. $\frac{64}{3}\pi$ C. 16π D. $\frac{80}{3}\pi$

7. 如图, 矩形 $O'A'B'C'$ 是水平放置的一个平面图形的直观图, 其中 $O'A' = 3 \text{ cm}$, $O'C' = 1 \text{ cm}$, 则原图形的面积是



- A. $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$ B. $6\sqrt{2} \text{ cm}^2$ C. $2\sqrt{2} \text{ cm}^2$ D. 6 cm^2

8. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a+b=c \cdot (\cos A + \cos B)$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能判断

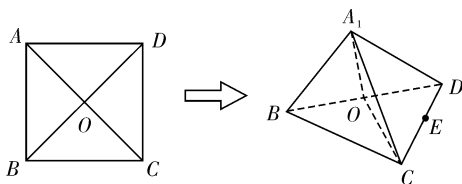
10. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点在以 O 为球心的球面上, 且 $AB=2, AC=4, BC=2\sqrt{5}$, 三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 $\frac{8}{3}$, 则球 O 的表面积为

- A. 22π B. $\frac{74\pi}{3}$ C. 24π D. 36π

11. 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后为偶函数, 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = f\left(\frac{n\pi}{6}\right)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 2 020 项之和为

- A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

12. 如图, 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起, 得到三棱锥 A_1-BCD , 则下列命题中, 错误的为



- A. 直线 $BD \perp$ 平面 A_1OC
 B. 三棱锥 A_1-BCD 的外接球的半径为 $\sqrt{2}$
 C. $A_1B \perp CD$
 D. 若 E 为 CD 的中点, 则 $BC \parallel$ 平面 A_1OE

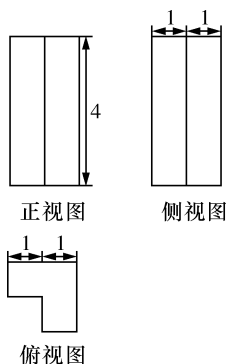
选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 若非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$, 则 $\frac{|\mathbf{a} + \mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|} =$ _____.

14. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 _____.



15. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + 2y \geq 0, \\ x - y \leq 0, \\ 0 \leq y \leq k, \end{cases}$ 若 $z = x + y$ 的最大值为 4, 则 z 的最小值为 _____.

16. 在底面是边长为 6 的正方形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, 点 P 在底面的射影 H 为正方形 $ABCD$ 的中心, 异面直线 PB 与 AD 所成角的正切值为 $\frac{5}{3}$, 则四棱锥 $P-ABCD$ 的内切球与外接球的半径之比为 _____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知平面直角坐标系中, 向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \sin x)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$.

(1) 求 $\tan x$ 的值;

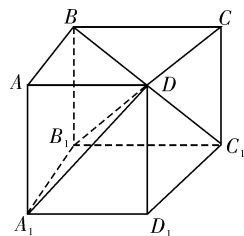
(2) 设 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BD=1$,
 $AD=\sqrt{2}$, $AA_1=BC=2$, $AD \parallel BC$.

(1) 证明: $BD \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;

(2) 比较四棱锥 $D-ABB_1A_1$ 与四棱锥 $D-A_1B_1C_1D_1$
 的体积的大小.



19. (本小题满分 12 分)

2019 年某市举办“好心杯”少年美术书法作品比赛,某赛区收到 100 件参赛作品,为了解作品质量,现从这些作品中随机抽取 10 件作品进行试评.若这 10 件作品的成绩如下:65,82,78,86,96,81,73,84,76,59.

(1)请绘制以上数据的茎叶图;

(2)求该样本的中位数和方差;

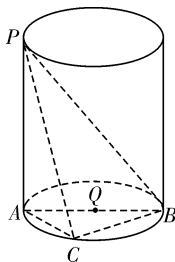
(3)在该样本中,从成绩在平均分以上(含平均分)的作品中随机抽取两件作品,求成绩为 82 分的作品被抽到的概率.

20. (本小题满分 12 分)

如图所示, PA 是圆柱的母线, AB 是圆柱底面圆的直径, C 是底面圆周上异于 A, B 的任意一点, $PA=AB=2$.

(1) 求证: $BC \perp PC$;

(2) 求三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值, 并写出此时三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积.

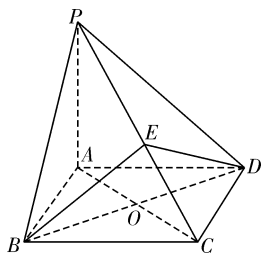


21. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 连接 AC 、 BD 交于点 O , $AC=6$, $BD=8$, E 是棱 PC 上的动点, 连接 BE 、 DE .

(1) 求证: 平面 $BDE \perp$ 平面 PAC ;

(2) 当 $\triangle BED$ 面积的最小值是 4 时, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



22. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是 AB, BC 的中点, BD 与 EF 交于点 H , 点 G, R 分别在线段 DH, HB 上, 且 $\frac{DG}{GH} = \frac{BR}{RH}$, 将 $\triangle AED, \triangle CFD, \triangle BEF$ 分别沿 DE, DF, EF 折起, 使点 A, B, C 重合于点 P , 如图 2 所示.

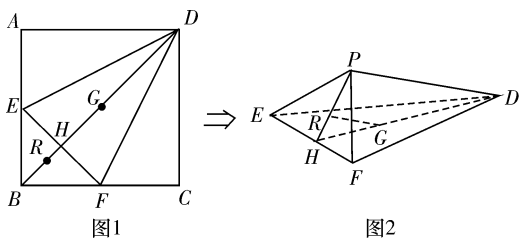


图1

图2

(1) 求证: $GR \perp$ 平面 PEF ;

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 求三棱锥 $P-DEF$ 的内切球的半径.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十五)

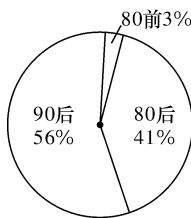
(直线与圆)

时量:120 分钟 总分:150 分

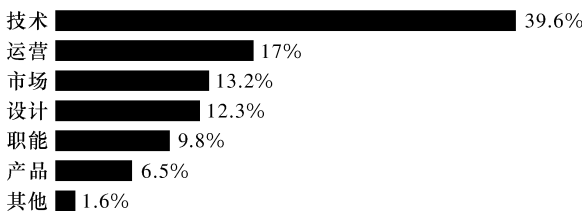
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $x + \sqrt{3}y + a = 0$ (a 为实常数)的倾斜角的大小是
A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 3S_2 + 2$, $a_4 = 3S_3 + 2$, 则公比 q 等于
A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$
3. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计,得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图,90 后从事互联网行业者岗位分布条形图,则下列结论中不一定正确的是

注:90 后指 1990 年及以后出生,80 后指 1980—1989 年之间出生,80 前指 1979 年及以前出生.

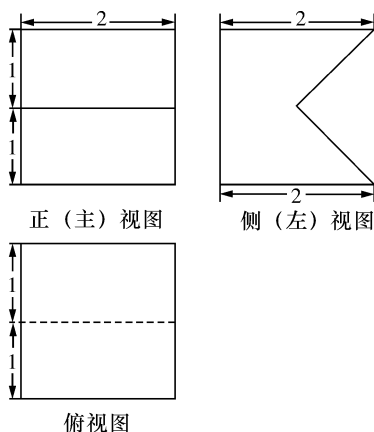


90后从事互联网行业岗位分布图



- A. 互联网行业从业人员中 90 后占一半以上
 - B. 互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%
 - C. 互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多
 - D. 互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多
4. 当点 $P(3, 2)$ 到直线 $mx - y + 1 - 2m = 0$ 的距离最大时, m 的值为
A. $\sqrt{2}$ B. 0 C. -1 D. 1
 5. 若圆 $C_1: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 8x + 8y + m = 0$ 相切, 则 m 等于
A. 16 B. 7
C. -4 或 16 D. 7 或 16

6. 若直线 $l_1: y=kx-k+2$ 与直线 l_2 关于点 $(2,1)$ 对称, 则直线 l_2 恒过定点
 A. $(3,1)$ B. $(3,0)$ C. $(0,1)$ D. $(2,1)$
7. 已知直线 $x-\sqrt{3}y+4=0$ 及直线 $x-\sqrt{3}y-8=0$ 截圆 C 所得的弦长均为 $4\sqrt{2}$, 则圆 C 的面积是
 A. 24π B. 17π C. 11π D. 8π
8. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为



- A. 5 B. 6 C. 6.5 D. 7
9. 已知实数 x, y 满足: $\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ x+y \leq 6, \\ 2x-y \leq 6, \end{cases}$ 则 $z=|x-2y+1|$ 的最大值是
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
10. 圆 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ 上到直线 $3x+4y-11=0$ 的距离等于 1 的点有
 A. 1 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 4 个
11. 已知 $f(x)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 如果 $f(ax+1) \leq f(x-2)$ 在 $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是
 A. $[-2, 1]$ B. $[-5, 0]$ C. $[-5, 1]$ D. $[-2, 0]$
12. 过直线 $l: y=2x$ 上一点 P 作圆 $M: (x-3)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$ 的两条切线 l_1, l_2 , A, B 为切点, 当直线 l_1, l_2 关于直线 $l: y=2x$ 对称时, 则 $\angle APB$ 等于
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上.

13. 经过点 $M(2,1)$ 且与直线 $3x-y+8=0$ 垂直的直线方程为_____.

14. 从 1,3,5,7,9 中任取 3 个不同的数字分别作为 $a,b,c(a<b<c)$,则 $a+b>c$ 的概率是_____.

15. 在四边形 $ABCD$ 中,已知 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}+2\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC}=-4\mathbf{a}-\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD}=-5\mathbf{a}-3\mathbf{b}$,其中 $\mathbf{a},\mathbf{b}$ 是不共线的向量,则四边形 $ABCD$ 的形状是_____.

16. 已知 $O(0,0), A(-2,2)$,点 M 是圆 $(x-3)^2+(y-1)^2=2$ 上的动点,则 $\triangle OAM$ 面积的最大值为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

求满足下列条件的曲线方程:

(1)过 $A(1,-2), B(-2,1)$ 两点的直线方程;

(2)过点 $A(2,1)$ 且圆心为 $(4,0)$ 的圆的方程.

18. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{4\pi}{3}\right) + 2\cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的对称轴方程;

(2) 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $f\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $b+c=2$, 求 a 的最小值.

19. (本小题满分 12 分)

已知直线 l 过点 $P(0,1)$, 圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$, 直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点.

(1) 求直线 l 的斜率 k 的取值范围;

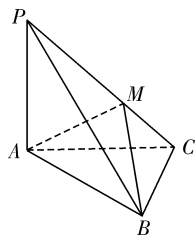
(2) 是否存在过点 $Q(6,4)$ 且垂直平分弦 AB 的直线 l_1 ? 若存在, 求直线 l_1 的斜率 k_1 的值; 若不存在, 请说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $PB=PC$.

(1) 求证: $BC \perp PA$;

(2) 若 $PA=\sqrt{3}$, $\angle PAB=90^\circ$, M 为线段 PC 上一点, 且 $PM=2MC$, 求三棱锥 $P-ABM$ 的体积.



21. (本小题满分 12 分)

已知圆 E 的方程为 $(x-2)^2 + y^2 = 1$, 直线 l 的方程为 $2x - y = 0$, 点 P 在直线 l 上.

(1) 若点 P 的坐标为 $(1, 2)$, 过点 P 作圆 E 的割线交圆 E 于 C, D 两点, 当 $|CD| = \sqrt{2}$ 时, 求直线 CD 的方程;

(2) 若过点 P 作圆 E 的切线 PA, PB , 切点为 A, B , 求证: 经过 P, A, E, B 四点的圆必过定点, 并求出所有定点的坐标.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $A(-2,0), B(1,0), Q(6,0)$, 若动点 $P(x', y')$ 满足 $|PA| = 2|PB|$, 设线段 PQ 的中点为 M .

(1) 求点 M 的轨迹方程;

(2) 设直线 $y=kx-1$ 与点 M 的轨迹交于不同的两点 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$, 且

满足 $|x_1 - x_2| = \frac{1}{1+k^2}$, 求直线 l 的方程.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十六)

(单元滚动卷)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|y=\log_2(-x)\}$, $B=\{y|y=\sin x\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B=$
A. $[0,1]$ B. $(0,1)$ C. $[-1,0)$ D. $\emptyset$
2. 有一段演绎推理是这样的,“直线平行于平面,则平行于平面内所有直线;已知直线 $b \not\subset$ 平面 α , 直线 $a \subset$ 平面 α , 直线 $b \parallel$ 平面 α , 则直线 $b \parallel$ 直线 a ”, 结论显然是错误的,这是因为
A. 大前提错误 B. 小前提错误 C. 推理形式错误 D. 非以上错误
3. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a=1$ ”是“直线 $l_1: ax+2y-1=0$ 与直线 $l_2: x+(a+1)y+4=0$ 平行”的
A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 在学校组织的考试中,45 名学生的数学成绩的茎叶图如图所示,若将学生按成绩由低到高编为 1~45 号,再用系统抽样方法从中抽取 9 人,则其中成绩在区间 $[120,135]$ 内的学生人数是

11	1	1	2	3	3	6	7	7	8	8						
12	0	0	1	2	2	3	4	4	6	7	8	8	9	9	9	
13	1	1	1	2	2	2	3	4	4	5	7	8	9			
14	0	0	0	2	2	3	4									

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
5. 下列命题正确的个数是
- ① 已知复数 $z=i(1-i)$, 则 z 在复平面内对应的点位于第四象限;
 - ② 若 x, y 是实数, 则“ $x^2 \neq y^2$ ”的充要条件是“ $x \neq y$ 或 $x \neq -y$ ”;
 - ③ 命题 p : “ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 - 1 > 0$ ”的否定 $\neg p$: “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x - 1 \leq 0$ ”.
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
6. 某单位 1~4 月份用水量(单位:百吨)的一组数据如下表所示:

月份 x	1	2	3	4
用水量 y	4.5	4	3	2.5

根据收集到的数据,由最小二乘法可求得线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+5.25$, 则 $\hat{b}=$

- A. -0.7 B. 0.7 C. -0.75 D. 0.75
7. 已知向量 $a=(x,2)$, $b=(2,1)$, $c=(3,x)$, 若 $a \parallel b$, 则 $a \cdot c=$
- A. 4 B. 8 C. 12 D. 20

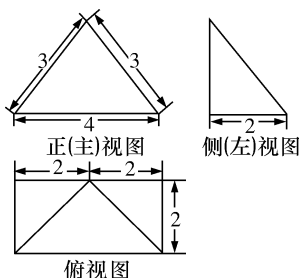
8. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-2 \geq 0, \\ x-2y+2 \leq 0, \\ y \leq 2, \end{cases}$ 则目标函数 $z=x+y$ 的最大值为

A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

9. 在正三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 若 $AA'=2AB$, 则异面直线 AB' 与 BC' 所成的角的余弦值为

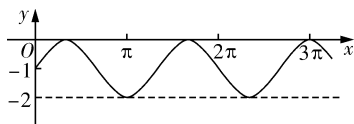
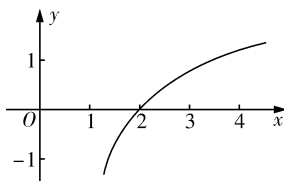
A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的四个侧面的面积中最大的是

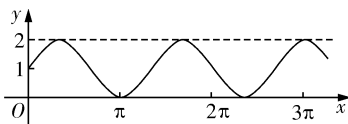


A. 3 B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. $3\sqrt{5}$

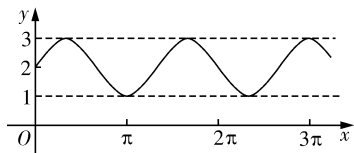
11. 已知函数 $y=\log_b(x-a)$ ($b>0$ 且 $b \neq 1$) 的图象如图所示, 那么函数 $y=a+\sin bx$ 的图象可能是



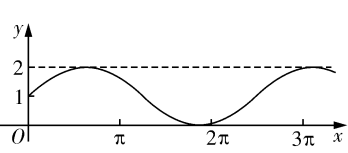
A



B



C



D

12. 已知函数 $f(x)=\sqrt{4-(x-2)^2}$, $x \in [2, 4]$, 对于满足 $2 < x_1 < x_2 < 4$ 的任意 x_1, x_2 , 给出下列结论:

- ① $x_1 f(x_2) > x_2 f(x_1)$;
 ② $x_2 f(x_1) > x_1 f(x_2)$;
 ③ $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] < 0$;
 ④ $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] > 0$.

其中正确的是

A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 在区间 $[1, 10]$ 上随机地取一个数 x , 则事件“ $x-3 \leq 0$ ”发生的概率为_____.

14. 阅读如图所示的程序框图, 若输入的 a, b 分别为

1, 2, 运行相应的程序, 则输出 S 的值为_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, BD 为 $\angle ABC$ 的平分线, 已知 $AB =$

3, $BC = 2$, $AC = \sqrt{7}$, 则 $\tan \angle ABD =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \ln x - a$, 若 $f(x) < x^2$ 在 $(1,$

$+\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

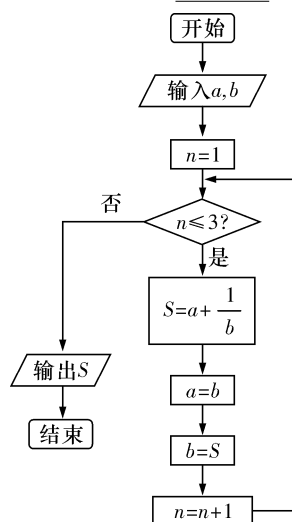
三、解答题:共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知直线 l 经过直线 $3x+4y-2=0$ 与直线 $2x+y+2=0$ 的交点 P , 且垂直于直线 $x-2y-1=0$.

(1) 求直线 l 的方程;

(2) 求直线 l 与两坐标轴围成的三角形的面积 S .



18. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1=1, S_{n+1}=4a_n+2$.

(1) 设 $b_n=a_{n+1}-2a_n$, 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. (本小题满分 12 分)

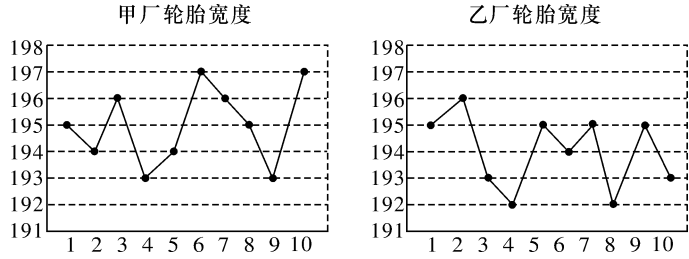
已知点 $P(2,0)$ 及 $\odot C: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$.

(1) 当直线 l 过点 P 且与圆心 C 的距离为 1 时, 求直线 l 的方程;

(2) 设过点 P 的直线与 $\odot C$ 交于 A, B 两点, 当 $|AB| = 4$ 时, 求以线段 AB 为直径的圆的方程.

20. (本小题满分 12 分)

为了了解甲、乙两个工厂生产的轮胎的宽度是否达标,分别从两厂随机选取了 10 个轮胎,将每个轮胎的宽度(单位:mm)记录下来并绘制出如图所示的折线图.



(1) 分别计算甲、乙两厂提供的 10 个轮胎宽度的平均数;

(2) 若轮胎宽度在 $[194, 196]$ 内, 则称这个轮胎是标准轮胎.

① 若从甲厂提供的 10 个轮胎中随机选取 1 个, 求所选的轮胎是标准轮胎的概率;

② 试比较甲、乙两厂各自提供的 10 个轮胎中所有标准轮胎宽度的方差的大小, 根据两厂的标准轮胎宽度的平均水平及其波动情况, 判断这两个工厂哪个工厂的轮胎相对更好.

21. (本小题满分 12 分)

已知长方形 $ABCD$ 中, $AB=2AD$, M 是 DC 中点, 如图 1 所示. 将 $\triangle ADM$ 沿 AM 折起, 使得 $AD \perp BM$, 如图 2 所示, 点 E 是 BD 上一点.

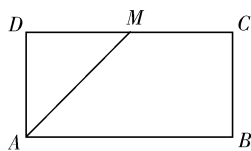


图1

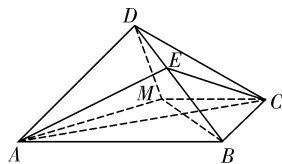


图2

(1) 求证: 平面 $ADM \perp$ 平面 $ABCM$;

(2) 若 $BE=2DE$, $AM=2$, 求三棱锥 $E-ABC$ 的体积.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

(1) 证明: 当 $x > 1$ 时, $f(x) < x - 1$;

(2) 确定实数 k 的值, 使得存在 $x_0 > 1$, 当 $x \in (1, x_0)$ 时, 恒有 $f(x) > k(x - 1)$.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十七)

(圆锥曲线的概念和性质)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 设 i 是虚数单位,若复数 $m + \frac{10}{3+i}$ ($m \in \mathbf{R}$) 是纯虚数,则 m 的值为
A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
2. 若抛物线 $y = ax^2$ 的准线方程是 $y = -2$,则 a 的值为
A. 4 B. 8 C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$
3. 已知曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{2m-1} + \frac{y^2}{m} = 1$. 现给出下列两个命题: $p: 0 < m < \frac{1}{2}$ 是曲线 C 为双曲线的充要条件; $q: m > \frac{1}{2}$ 是曲线 C 为椭圆的充要条件. 则下列命题中的真命题是
A. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ B. $(\neg p) \wedge q$ C. $p \wedge (\neg q)$ D. $p \wedge q$
4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $a_6 = 3, S_8 = 12$,则 $\{a_n\}$ 的公差为
A. -1 B. 1 C. 2 D. 3
5. 已知 AB 是抛物线 $y^2 = 2x$ 的一条焦点弦, $|AB| = 4$,则 AB 中点 C 的横坐标是
A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
6. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{5}$,则斜率为正的渐近线的斜率为
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
7. 已知 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ 是椭圆 C 的焦点,过 F_2 且垂直于 x 轴的直线交椭圆 C 于 A, B 两点,且 $|AB| = 3$,则椭圆 C 的方程为
A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$
8. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,点 P 在椭圆 C 上,且 $\triangle POF_2$ 为等边三角形,则椭圆 C 的离心率 $e =$
A. $\sqrt{3} - 1$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 已知左、右焦点分别为 F_1, F_2 的双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 过点 $(\sqrt{15}, -\frac{\sqrt{6}}{3})$, 点 P 在双曲线 C 上, 若 $|PF_1| = 3$, 则 $|PF_2| =$
- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
10. 若直线 l 将圆 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ 平分, 且不通过第四象限, 则直线 l 的斜率的取值范围是
- A. $[0, 1]$ B. $[0, \frac{1}{2}]$ C. $[\frac{1}{2}, 1]$ D. $[0, 2]$
11. 在直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $M: y^2 = 2px (p > 0)$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}y = 0$ 相交于两点, 且两点间的距离为 $\sqrt{6}$, 则抛物线 M 的焦点到其准线的距离为
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\sqrt{6}$
12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + a, & x < 1, \\ 4(x+a)(x+2a), & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是
- A. $[-2, -\frac{1}{2}]$ B. $(-\infty, -2] \cup (-1, -\frac{1}{2}]$
- C. $(-\infty, -1)$ D. $[-2, +\infty)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{3m} = 1$ 的一个焦点为 $(2\sqrt{3}, 0)$, 则 $m =$ _____.

14. 将正整数有规律地排列如下:

```

1
2   3   4
5   6   7   8   9
10  11  12  13  14  15  16
...  ...  ...  ...  ...

```

则在此表中第 45 行第 84 列出现的数字是_____.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$, F_1, F_2 分别为椭圆 C 的两焦点, 点 P 在椭圆 C 上, 且 $|PF_2| = 3$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为_____.

16. 已知 P 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{15} = 1$ 右支上一点, M, N 分别是圆 $(x+4)^2 + y^2 = 4$ 和 $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 上的点, 则 $|PM| - |PN|$ 的最大值为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知斜率为 k 的直线 l 经过抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点 F , 且与抛物线相交于 A, B 两点, 若线段 $|AB|$ 的长为 8.

(1) 求抛物线的焦点 F 的坐标和准线方程;

(2) 求直线 l 的斜率 k .

18. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且满足 $2b\sin A - \sqrt{3}a = 0$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$,且 $a+c=6-b$,求 b 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为 $(2, 0)$, 实轴长为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = kx + \sqrt{2}$ 与双曲线 C 的左支交于 A, B 两点, 求 k 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 且过点 $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设过点 $P(1, 1)$ 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 当 P 是 AB 中点时, 求直线 AB 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

在 $\square PABC$ 中, $PA=4$, $PC=2\sqrt{2}$, $\angle P=45^\circ$, D 是 PA 中点 (如图 1). 将 $\triangle PCD$ 沿 CD 折起到图 2 中 $\triangle P_1CD$ 的位置, 得到四棱锥 P_1-ABCD .

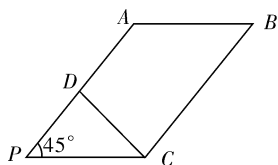


图1

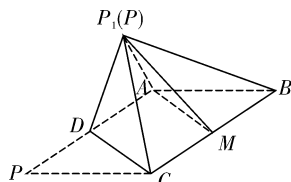


图2

- (1) 将 $\triangle PCD$ 沿 CD 折起的过程中, $CD \perp$ 平面 P_1DA 是否恒成立? 证明你的结论;
- (2) 若 $P_1A=2$, 过 P_1A 的平面交 BC 于点 M , 且 M 为 BC 的中点, 求三棱锥 $B-P_1AM$ 的体积.

22. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F .

(1) 若抛物线 C 的焦点到准线的距离为 4, 直线 $l: x + 2y - 4 = 0$, 求直线 l 截抛物线 C 所得的弦长;

(2) 过点 F 的直线交抛物线 C 于 M, N 两点, 过点 M, N 作抛物线的切线, 两切线相交于点 P , 若 k_1, k_2 分别表示直线 MN 与直线 PF 的斜率, 且 $k_1 + k_2 = \frac{3}{2}$, 求 k_1 的值.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十八)

(圆锥曲线的综合应用)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $M=\{x|-1<x<1\}$, $N=\{x|x^2<2, x\in\mathbf{Z}\}$, 则
A. $M\subseteq N$ B. $N\subseteq M$ C. $M\cap N=\{0\}$ D. $M\cup N=N$
- 椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的短轴长为
A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 4
- 函数 $y=x+\frac{1}{4x}(x>0)$ 取得最小值时, x 的值为
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
- 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的点, $PF_2\perp F_1F_2$, $\angle PF_1F_2=30^\circ$, 则椭圆 C 的离心率为
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 若 $x>0, y>0$, 则“ $x+y>1$ ”是“ $x^2+y^2>1$ ”的
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
- 点 M, N 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 A_1B_1, A_1D_1 的中点, 用过 A, M, N 和 D, N, C_1 的两个截面截去正方体的两个角后得到的几何体如图 1, 则该几何体的正视图、侧视图(左视图)、俯视图依次为图 2 中的

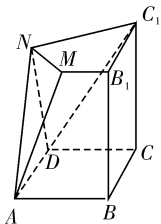


图1

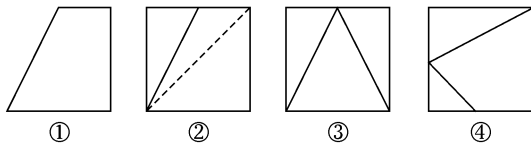


图2

- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 60° , 且一个焦点与抛物线 $y^2=8x$ 的焦点重合, 则双曲线 C 的方程为
A. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ C. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ D. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$

8. 已知点 A, B 的坐标分别是 $(-1, 0), (1, 0)$, 直线 AM 与 BM 相交于点 M , 且直线 AM 与 BM 的斜率的商是 $\lambda (\lambda \neq 1)$, 则点 M 的轨迹是
- A. 直线 B. 圆 C. 椭圆 D. 抛物线
9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线上, 且满足 $|PF_1| + |PF_2| = 2\sqrt{5}$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为
- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{1}{2}$
10. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作直线 l , 交抛物线于点 M, N , 交抛物线的准线于点 P , 若 $PM = 2PN$, 则直线 l 的斜率为
- A. $\pm\sqrt{2}$ B. ± 2 C. $\pm 2\sqrt{2}$ D. ± 4
11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 过其左焦点 F 作 x 轴的垂线, 交双曲线于 A, B 两点, 若双曲线的右顶点在以 AB 为直径的圆内, 则此双曲线离心率的取值范围是
- A. $(1, \frac{3}{2})$ B. $(1, 2)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$
12. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数 $f(x)$, 满足对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 有 $f(x+2) = f(x)$, 且当 $x \in [2, 3]$, $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$, 若函数 $y = f(x) - \log_a(|x| + 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上至少有 6 个零点, 则 a 的取值范围是
- A. $(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$ B. $(0, \frac{\sqrt{7}}{7})$ C. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ D. $(0, \frac{1}{3})$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

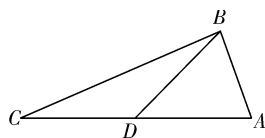
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) =$ _____.
14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 点 $(4, 2)$ 在它的一条渐近线上, 则其离心率等于 _____.
15. 已知抛物线 $C: x^2 = 2y$, 过其焦点 F 作斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 则弦长 $|AB| =$ _____.
16. 椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , A 为 C 上的动点, 点 P 在线段 F_1A 的延长线上, 且 $(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AF_2}) \cdot \overrightarrow{F_2P} = 0$, 则 P 到 y 轴距离的最大值为 _____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $2a \cos B + b = 2c$.



(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 AC 边上的中线 BD 的长为 $\sqrt{3}$, 且 $AB \perp BD$, 求 BC 的长.

18. (本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C_1: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$.

(1) 求与双曲线 C_1 有相同的焦点, 且过点 $P(4, \sqrt{3})$ 的双曲线 C_2 的标准方程;

(2) 直线 $l: y = x + m$ 分别交双曲线 C_1 的两条渐近线于 A, B 两点. 当 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 3$ 时, 求实数 m 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_8 = 1, S_{16} = 24$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 是递增的等比数列, 且 $b_1 + b_4 = 9, b_2 b_3 = 8$, 求 $(a_1 + b_1) + (a_3 + b_3) + (a_5 + b_5) + \cdots + (a_{2n-1} + b_{2n-1})$.

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 抛物线 C 与直线 $l_1: y = -x$ 的一个交点的横坐标为 4.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 不过原点的直线 l_2 与 l_1 垂直, 且与抛物线 C 交于不同的两点 A, B , 若线段 AB 的中点为 P , 且 $|OP| = |PB|$, 求 $\triangle FAB$ 的面积.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1$ 过点 $P(2, 1)$.

(1) 求椭圆 C 的方程, 并求其离心率;

(2) 过点 P 作 x 轴的垂线 l , 设点 A 为第四象限内一点且在椭圆 C 上 (点 A 不在直线 l 上), 点 A 关于 l 的对称点为 A' , 直线 $A'P$ 与 C 交于另一点 B . 设 O 为原点, 判断直线 AB 与直线 OP 的位置关系, 并说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

设圆 $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 的圆心为 A , 直线 l 过点 $B(1, 0)$ 且与 x 轴不重合, l 交圆 A 于 C, D 两点, 过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E .

(1) 证明 $|EA| + |EB|$ 为定值, 并写出点 E 的轨迹方程;

(2) 设点 E 的轨迹为曲线 C_1 , 直线 l 交 C_1 于 M, N 两点, 过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P, Q 两点, 求四边形 $MPNQ$ 面积的取值范围.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(十九)

(坐标系与参数方程、不等式选讲)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z = \frac{2}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $-1-i$ D. $1-i$

2. 极坐标方程 $\rho = 2\cos \theta$ 表示的圆的半径是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 2 D. 1

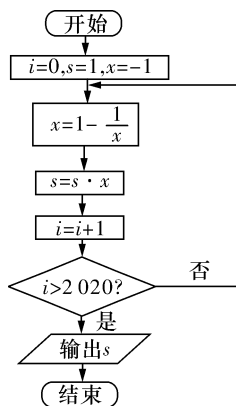
3. 在平面直角坐标系中, 直线 $3x - 2y - 2 = 0$ 经过伸缩变换 $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}x, \\ y' = 2y \end{cases}$ 后的直线方程为

- A. $x - 4y - 2 = 0$ B. $x - y - 2 = 0$ C. $9x - 4y - 2 = 0$ D. $9x - y - 2 = 0$

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线方程为 $2x - y = 0$, 则实数 $a =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 8

5. 执行如图所示的程序框图, 则输出的结果为



- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

6. 不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是

- A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
 C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

7. 直线 $\begin{cases} x=1+t\sin 70^\circ, \\ y=2+t\cos 70^\circ \end{cases}$ (t 为参数) 的倾斜角为
A. 70° B. 20° C. 160° D. 110°
8. 已知函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数, 则满足 $f\left(\left|\frac{1}{x}\right|\right) < f(1)$ 的实数 x 的取值范围是
A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
C. $(-1, 1)$ D. $(0, 1)$
9. 点 $P(x, y)$ 在曲线 $C: \begin{cases} x=4\cos \theta, \\ y=3\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 上, 则 $x+y$ 的最大值为
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
10. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O , 半径为 2, 且 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \mathbf{0}$, 则向量 $\overrightarrow{CA}$ 在向量 $\overrightarrow{CB}$ 方向上的投影为
A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. -3 D. $-\sqrt{3}$
11. 已知实数 $p > 0$, 曲线 $C_1: \begin{cases} x=2pt^2, \\ y=2pt \end{cases}$ (t 为参数) 上的点 $A(2, m)$, 圆 $C_2: \begin{cases} x=\frac{p}{2}+6\cos \theta, \\ y=6\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 的圆心为点 B , 若 A, B 两点间的距离等于圆 C_2 的半径, 则 $p=$
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = 2^{n^2}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 都有 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} < t$, 则实数 t 的取值范围是
A. $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$
C. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 有 A, B, C 三所学校, 学生人数的比例为 $3:4:5$, 现用分层抽样的方法招募 n 名志愿者, 若在 A 学校恰好选出 9 名志愿者, 那么 $n=$ _____.
14. 不等式 $|x+1| - |x-2| \geq 2$ 的解集为_____.
15. 已知直线 l 的参数方程为: $\begin{cases} x=2t, \\ y=1+4t \end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos \theta$ (极点与原点重合, 极轴与 x 轴的非负半轴重合, 且单位长度相同), 则圆 C 的圆心到直线 l 的距离为_____.
16. 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, 过 F 且斜率为 $\frac{a}{b}$ 的直线 l 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点, 且 $|\overrightarrow{AF}| = 2|\overrightarrow{BF}|$, 则双曲线 C 的离心率为_____.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,圆 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \alpha, \\ y=2+2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$.

(1)求圆 C_1 的普通方程和圆 C_2 的直角坐标方程;

(2)判断圆 C_1 与圆 C_2 的位置关系.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+a|$.

(1) 当 $a=3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 6$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) > 3-2a$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}+2\cos \varphi, \\ y=1+2\sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数),

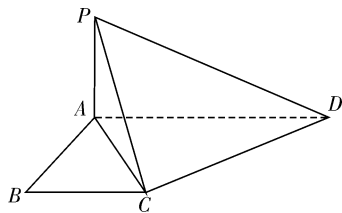
以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 在曲线 C 上取两点 M, N 与原点 O 构成 $\triangle MON$, 且满足 $\angle MON = \frac{\pi}{2}$, 求 $\triangle MON$ 面积的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 已知 $ABCD$ 是直角梯形, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $AD = 4$, $AB = BC = 2$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) PA 上是否存在点 E 使 $BE \parallel$ 平面 PCD , 若存在, 指出点 E 的位置并证明; 若不存在, 请说明理由;

(2) 证明: $PC \perp CD$;

(3) 若 $PA = \sqrt{10}$, 求点 B 到平面 PCD 的距离.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $x+y+z=1$.

(1) 证明: $x^2+y^2+z^2 \geq \frac{1}{3}$;

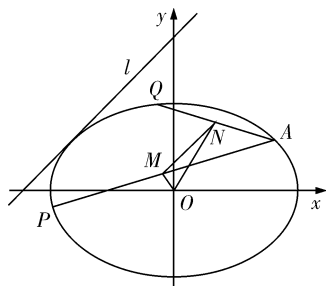
(2) 设 x, y, z 为正数, 求证: $\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right) \geq 8$.

22. (本小题满分 12 分)

已知定直线 $l: y = x + 3$, 定点 $A(2, 1)$, 以坐标轴为对称轴的椭圆 C 过点 A 且与 l 相切.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 椭圆 C 的弦 AP, AQ 的中点分别为 M, N , 若 MN 平行于 l , 则 OM, ON 斜率之和是否为定值? 若是定值, 请求出该定值; 若不是定值, 请说明理由.



高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(二十)

(单元滚动卷)

时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U = \{x | x \leq 8\}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 8x \leq 0\}$, 则 $\complement_U A =$

- A. $(-\infty, 8)$ B. $(-\infty, 0]$ C. $(-\infty, 0)$ D. $\emptyset$

2. 设复数 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称, 且 $z_1 = 2 + i$, 则 $z_1 \cdot \bar{z}_2 =$

- A. $-4 + 3i$ B. $4 - 3i$ C. $-3 - 4i$ D. $3 - 4i$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c , 已知 $A = \frac{\pi}{4}, a = 2, b = \sqrt{6}$, 则

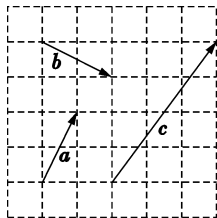
- B =
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{3}$

4. 已知直线 $y = kx + 1$, 椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$, 则直线与椭圆的位置关系是

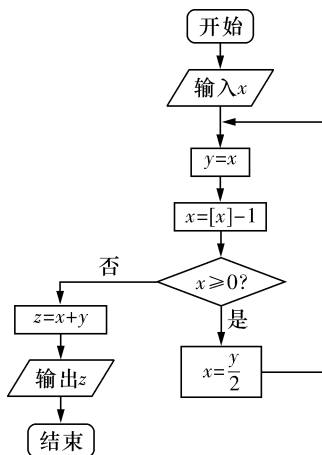
- A. 相切 B. 相离 C. 相交 D. 相切或相交

5. 如图, 在 6×6 的方格纸中, 若起点和终点均在格点的向量 a, b, c 满足 $c = xa + yb (x, y \in \mathbf{R})$, 则 $x + y =$

- A. 0 B. 1
C. $5\sqrt{5}$ D. $\frac{13}{5}$



6. 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 执行如图所示的程序框图, 若输入 x 的值为 2, 则输出 z 的值为



- A. 1 B. -0.5 C. 0.5 D. -0.4

7. 一只蚂蚁在三边长分别为 3、4、5 的三角形内爬行,某时刻该蚂蚁与三角形的三个顶点的距离均超过 1 的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $1 - \frac{\pi}{12}$ D. $1 - \frac{\pi}{6}$

8. 将函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后的图象关于原点对称,则函数 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 设 M 是圆 $P: (x-4)^2 + y^2 = 36$ 上一动点,点 Q 的坐标为 $(-4, 0)$,若线段 MQ 的垂直平分线交直线 PM 于点 N ,则点 N 的轨迹方程为

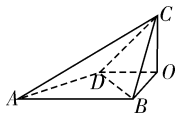
- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$

10. 某颜料公司生产 A、B 两种产品,其中生产每吨 A 产品,需要甲染料 1 吨,乙染料 4 吨,丙染料 2 吨,生产每吨 B 产品,需要甲染料 1 吨,乙染料 0 吨,丙染料 5 吨,且该公司一天之内甲、乙、丙三种染料的用量分别不超过 50 吨,160 吨和 200 吨,如果 A 产品的利润为 300 元/吨,B 产品的利润为 200 元/吨,则该颜料公司一天之内可获得的最大利润为

- A. 14 000 元 B. 16 000 元 C. 18 000 元 D. 20 000 元

11. 如图,在四棱锥 $C-ABOD$ 中, $CO \perp$ 平面 $ABOD$, $AB \parallel OD$, $OB \perp OD$,且 $AB = 2OD = 12$, $AD = 6\sqrt{2}$,异面直线 CD 与 AB 所成角为 30° ,点 O, B, C, D 都在同一个球面上,则该球的表面积为

- A. 72π B. 84π C. 128π D. 168π



12. 已知函数 $f(x) = \ln x - x$, $f(x)$ 的图象在点 P 处的切线 l_1 与 y 轴交于点 A ,过点 P 与 y 轴垂直的直线 l_2 与 y 轴交于点 B ,则线段 AB 中点 M 的纵坐标的最大值是

- A. $\frac{1-e}{2}$ B. $e-1$ C. $2\ln 2 - 3$ D. $\ln 2 - \frac{3}{2}$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上.

13. 已知两直线 $x-y=2$ 与 $cx+y=3$ 的交点在第一象限,则实数 c 的取值范围是 _____.

14. 《张丘建算经》是我国南北朝时期的一部重要数学著作,书中系统地介绍了等差数列,同类结果在三百多年后的印度才首次出现.书中有这样一个问题,大意为:某女子善于织布,后一天比前一天织得快,而且每天增加的数量相同,已知第一天织布 4 尺,半个月(按 15 天计算)总共织布 81 尺,问每天增加的数量为多少尺?该问题的答案为_____.

15. 已知点 P 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上任意一点, 点 $A(3, 0)$, 则 $|PA|$ 的最小值为 _____.

16. 已知椭圆具有如下性质: 若椭圆的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 则椭圆在其上一点 $A(x_0, y_0)$ 处的切线方程为 $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$. 试运用该性质解决以下问题: 椭圆 $C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 点 B 为 C_1 在第一象限中的任意一点, 过 B 作 C_1 的切线 l , l 分别与 x 轴和 y 轴的正半轴交于 C, D 两点, 则 $\triangle OCD$ 面积的最小值为 _____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

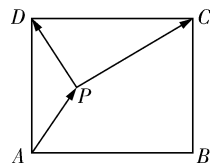
已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 0$ 且 $\frac{1}{1-a_{n+1}} - \frac{1}{1-a_n} = 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = \frac{1 - \sqrt{a_{n+1}}}{\sqrt{n}} (n \in \mathbf{N}_+)$, 数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 证明: $S_n < 1$.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=\sqrt{3}$, 点 P 为矩形内一点, 且 $|\overrightarrow{AP}|=1$, 设 $\angle BAP=\alpha$.



(1) 当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时, 求 $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD}$ 的值;

(2) 求 $(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}) \cdot \overrightarrow{AP}$ 的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

人工智能真的来到我们身边了. 对于人工智能, 很多人看法不一致. 对于普通公众而言, 对人工智能有多少了解? 在他们心目中, 人工智能和人类大脑相比, 哪个更“聪明”一些? 人工智能的发展, 会给工作、生活带来怎样的改变? 某日报社社会调查中心联合某机构在线调研, 进行了一项名为“人工智能来了, 你准备好了吗?”的调查. 调查采取在线调查方式, 样本总数 50 份, 按年龄分段, 他们年龄的频数分布及“了解人工智能”人数如下表:

年龄	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)
频数	15	15	10	5	5
“了解人工智能”	9	12	8	2	1

(1) 由以上统计数据填下面 2×2 列联表, 并判断是否有 99% 的把握认为以 45 岁为分界点对“了解人工智能”有差异?

	年龄不低于 45 岁 的人数	年龄低于 45 岁 的人数	合计
了解人工智能			
不了解人工智能			
合计			

(2) 若对年龄在 $[45, 55)$ 的被调查人中随机选取两人进行调查, 两人中恰好一人“了解人工智能”的概率是多少?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 和椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点重合, 直线 l 过点 F 交抛物线于 A, B 两点.

(1) 若直线 l 的倾斜角为 135° , 求 $|AB|$ 的长;

(2) 若直线 l 交 y 轴于点 M , 且 $\overrightarrow{MA} = m\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{MB} = n\overrightarrow{BF}$, 试求 $m+n$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x-\sqrt{3})^2 + (y+1)^2 = 9$, 以 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 直线 $OP: \theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$ 与圆 C 交于点 M, N , 求线段 MN 的长.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = |2x+1| - |x| - 2$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq 0$;

(2) 若存在实数 x , 使得 $f(x) \leq |x| + a$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

高考总复习单元同步滚动测试卷

文科数学(二十一)

[综合测试卷(高考所有内容)]

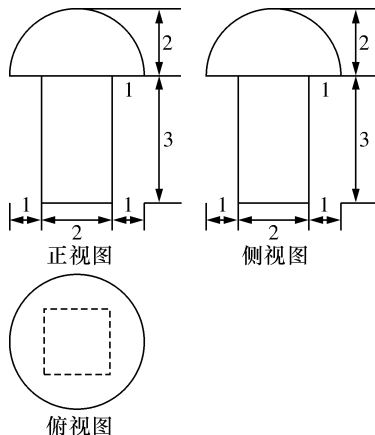
时量:120 分钟 总分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{4,5,-3m\}$, $N=\{-9,3\}$,若 $M \cap N \neq \emptyset$,则实数 m 的值为
A. 3 或 -3 B. 3 C. 3 或 -1 D. -1
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$,若 $(1-ai)(3+2i)$ 为纯虚数,则 a 的值为
A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
3. 以下程序运行后的输出结果为

```
i=1
WHILE i<8
    i=i+2
    S=2*i+3
WEND
PRINT S
END
```

- A. 21 B. 13 C. 17 D. 25
4. 已知 $P_1(2,-1)$, $P_2(0,5)$,且点 P 在 P_1P_2 的延长线上, $|\overrightarrow{P_1P}|=2|\overrightarrow{PP_2}|$,则点 P 的坐标为
A. $(2,-7)$ B. $(\frac{4}{3},3)$ C. $(\frac{2}{3},3)$ D. $(-2,11)$
5. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$ 满足 $f(\frac{\pi}{3})=1$,则 $f(\frac{5\pi}{6})$ 的值是
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1
6. 如图是一个空间几何体的三视图,则该几何体的体积为



A. $12 + \frac{4\pi}{3}$

B. $12 + \frac{16\pi}{3}$

C. $4 + \frac{16\pi}{3}$

D. $4 + \frac{4\pi}{3}$

7. 设不等式组 $\begin{cases} 2x+y \geq 2, \\ x-2y \geq -4, \\ 3x-y \leq 3 \end{cases}$ 所表示的平面区域为 M , 若函数 $y=k(x+1)+1$ 的图

象经过区域 M , 则实数 k 的取值范围是

A. $[-\frac{1}{2}, 1)$

B. $(-\frac{1}{2}, 1]$

C. $(-\frac{1}{2}, 1)$

D. $[-\frac{1}{2}, 1]$

8. 已知圆 C 与直线 $2x-y+5=0$ 及 $2x-y-5=0$ 都相切, 圆心在直线 $x+y=0$ 上, 则圆 C 的方程为

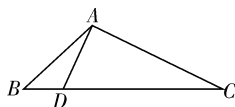
A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$

B. $x^2 + y^2 = 5$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

D. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$

9. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, $AD \perp AC$, $\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $AB = 3\sqrt{2}$, $AD = 3$, 则 BD 的长为



A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

10. 已知双曲线 C 的中心为原点, $F(3, 0)$ 是 C 的焦点, 过 F 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, 且 AB 的中点为 $N(-12, -15)$, 则该双曲线的渐近线方程为

A. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$

B. $y = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}x$

C. $y = \pm \sqrt{2}x$

D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

11. 正四棱锥的顶点都在同一球面上, 若该棱锥的高为 4, 底面边长为 2, 则该球的表面积为

A. $\frac{27\pi}{4}$

B. $\frac{81\pi}{4}$

C. 9π

D. 16π

12. 已知函数 $f(x) = \left| e^x + \frac{a}{e^x} \right|$ ($a \in \mathbf{R}$) 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-1, 1)$

B. $(-1, +\infty)$

C. $[-1, 1]$

D. $(0, +\infty)$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. 下图是某高三学生进入高中三年来第 1 次到 14 次的数学考试成绩茎叶图, 根据茎叶图计算数据的中位数为_____.

7		9
8		6 3 8
9		3 9 8 8 4 1 5
10		3 1
11		4

14. 在区间 $[0, 4]$ 上随机取一个数 x , 则事件 “ $-1 \leq \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 1$ ” 发生的概率为 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2020} =$ _____.

16. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 若点 A, B 是该抛物线上的点, $\angle AFB = \frac{\pi}{2}$, 线段 AB 的中点 M 在抛物线的准线上的射影为 N , 则 $\frac{|MN|}{|AB|}$ 的最大值为 _____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题, 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{b_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_n = 2 - 2S_n$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

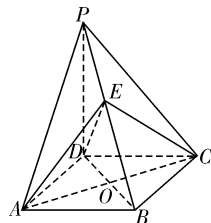
(2) 若 $c_n = \frac{n}{2} \cdot b_n$, 设 T_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 求 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 2$, $PD = \sqrt{6}$, O 为 AC 与 BD 的交点, E 为棱 PB 上一点.

(1) 证明: 平面 $EAC \perp$ 平面 PBD ;

(2) 若 $PD \parallel$ 平面 EAC , 求三棱锥 $P-EAD$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

某县政府为了引导居民合理用水,决定全面实施阶梯水价,阶梯水价原则上以住宅(一套住宅为一户)的月用水量为准定价:若用水量不超过 12 吨时,按 4 元/吨计算水费;若用水量超过 12 吨且不超过 14 吨时,超过 12 吨部分按 6.60 元/吨计算水费;若用水量超过 14 吨时,超过 14 吨部分按 7.80 元/吨计算水费.为了了解全县居民月用水量的分布情况,通过抽样,获得了 100 户居民的月用水量(单位:吨),将数据按照 $[0, 2]$, $(2, 4]$, $\dots$, $(14, 16]$ 分成 8 组,制成了如图 1 所示的频率分布直方图.

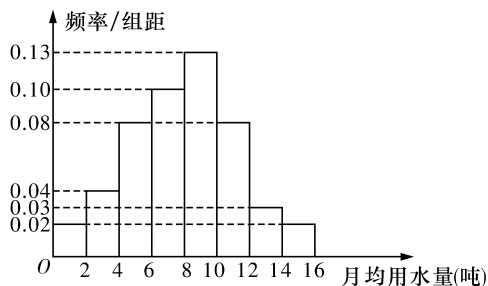


图1

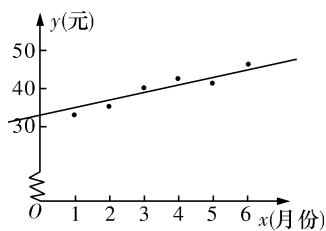


图2

- (1)通过频率分布直方图,估计该县居民每月的用水量的平均数和中位数(精确到 0.01);
- (2)求居民用水费用 y (元)关于月用水量 t (吨)的函数关系式;
- (3)如图 2 是该县居民李某 2019 年 1~6 月份的月用水费 y (元)与月份 x 的散点图,其拟合的线性回归方程是 $y=2x+33$.若李某 2019 年 1~7 月份水费总支出为 294.6 元,试估计李某 7 月份的用水吨数.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右两个焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 短轴长为 2.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设点 A 为椭圆上的一动点 (非长轴端点), AF_2 的延长线与椭圆交于 B 点, AO (O 为坐标原点) 的延长线与椭圆交于 C 点, 若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 求直线 AB 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x \ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $[t, t+2]$ ($t > 0$) 上的最小值;

(2) 证明: 对一切 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $\ln x > \frac{1}{e^x} - \frac{2}{ex}$ 成立.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \alpha, \\ y=2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),以 O 为极

点, x 轴正半轴为极轴,建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - \sqrt{3} \rho \sin \theta - m = 0$.

(1)若 $m=1$,求直线 l 交曲线 C 所得的弦长;

(2)若 C 上的点到 l 的距离的最小值为 1,求 m 的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(1)求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(2)若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空,求 m 的取值范围.