



1号卷·A10联盟2021年高考最后一卷

理科数学

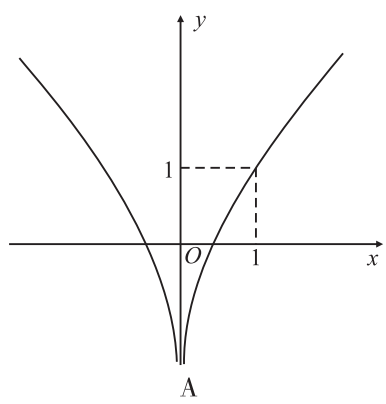
巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学 天长中学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卷上作答。

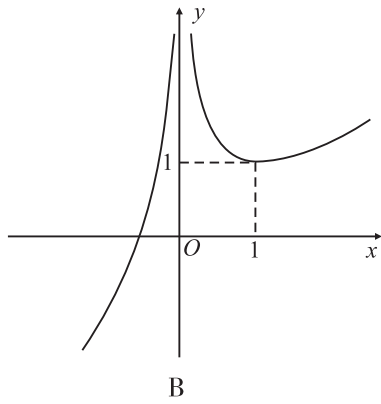
第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

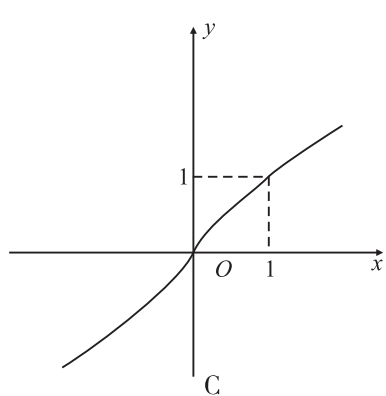
- 若复数 $z = \frac{2i+1}{1+i}$ ，则 $|z^2| =$ （ ）
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 10
- 若集合 $A = \{x|x < a\}$ ， $B = \{x|\lg x \geq 0\}$ ，且满足 $A \cup B = \mathbf{R}$ ，则实数 a 的取值范围是（ ）
A. $(1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$
- 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 = 1$ ， $S_4 + 1 = a_5$ ，则 $a_6 =$ （ ）
A. 27 B. 32 C. 64 D. 81
- 已知直线 l 与曲线 $y = x^2 + \ln x$ 相切，则下列直线不可能与 l 平行的是（ ）
A. $y = 3x - 1$ B. $y = 7x + 1$
C. $y = \sqrt{2}x - 1$ D. $y = 2\sqrt{2}x + 1$
- 函数 $f(x) = x + \ln|x|$ 的图象大致是（ ）



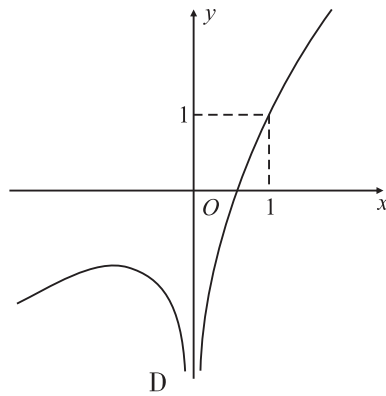
A



B

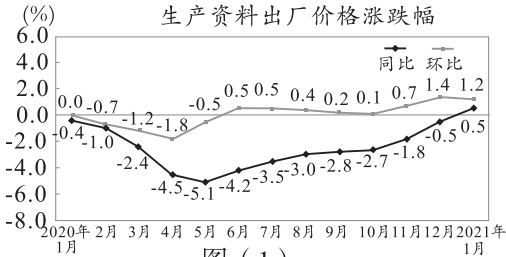


C

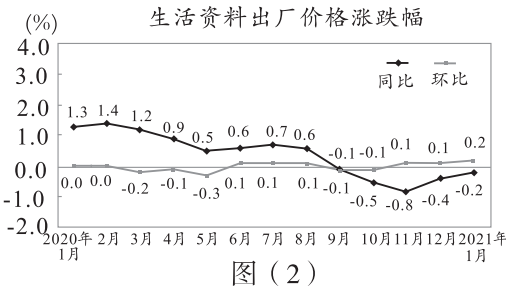


D

- 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 64，若点 $M \in$ 平面 A_1BD ，点 $N \in$ 平面 B_1CD_1 ，则 MN 的最小值为（ ）
A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
- 下图是国家统计局发布的生产资料出厂价格涨跌幅以及生活资料出厂价格涨跌幅的统计图，现有如下说法：
① 2020 年下半年生产资料出厂价格的环比涨幅呈现上升趋势；
② 可以预测，在市场平稳的前提下，2021 年 2 月生活资料出厂价格的环比可能为正数；
③ 从 2020 年 1 月 ~ 12 月生活资料出厂价格同比的数据中随机抽取 3 个，恰有 2 个是正数的概率为 $P = \frac{28}{55}$ ；
④ 将 2020 年 1 月 ~ 2021 年 1 月生产资料出厂价格的环比涨跌幅从小到大排列后，所得的中位数为 0.2%，
则正确的有（ ）
A. ①③④ B. ②③ C. ②③④ D. ②④



图（1）



图（2）

- 已知 $a = 0.3^{-\log_{0.3} e}$ ， $b = \log_3 2$ ， $c = \log_{30} 20$ ，则（ ）
A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$
- 关于函数 $f(x) = |\sin 2x| + |\cos 2x|$ ，下列结论正确的是（ ）
A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
B. $f(x)$ 的最大值为 2
C. $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递减
D. $x = \frac{\pi}{8}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴
- 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，导函数为 $f'(x)$ ，若对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $2f(x) + xf'(x) > x^2$ 恒成立，则下列结论正确的是（ ）
A. $4f(-2) < f(-1)$ B. $25f(5) > f(1)$
C. $25f(5) < f(-1)$ D. $f(0) < 0$
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 ，点 A 在双曲线 C 上， $AF_2 \perp x$ 轴，若点 $B(2c, 0)$ 使得 $\angle F_1AB$ 是钝角，其中 c 是双曲线 C 的半焦距，则 C 的离心率的取值范围是（ ）
A. $\left(1, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}, +\infty\right)$
C. $\left(1, \frac{\sqrt{2} + 2}{2}\right)$ D. $\left(\frac{\sqrt{2} + 2}{2}, +\infty\right)$
- 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1}(a_{n+1} - 1) = a_n(a_n + 1)$. 若 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数， $b_n = \left\lfloor \frac{(n+1)^2}{2S_n} \right\rfloor$ ，则数列 $\{b_n\}$ 的前 2021 项和 $T_{2021} =$ （ ）
A. 1010 B. 1011 C. 2021 D. 2022

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22题~第23题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分。）

- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2)$ ， $\mathbf{b} = (2, 3)$ ，若 $(k\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$ ，则实数 $k =$ _____.
- $\left(x^2 + 2\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中常数项为_____。（用数字作答）
- 已知球 O 是圆锥 PO_1 的外接球，圆锥 PO_1 的母线长是底面半径的 3 倍，且球 O 的表面积为 $\frac{81\pi}{8}$ ，则圆锥 PO_1 的侧面积为_____.

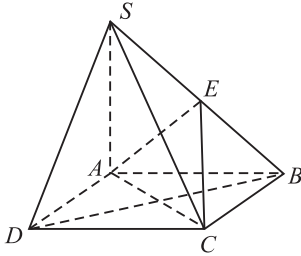
- 已知抛物线 $C: y^2 = 16x$ 的焦点为 F ，点 $A(-4, 0)$ ，点 P 是抛物线 C 上的动点，则 $\frac{|PF|}{|PA|}$ 的最小值为_____.

三、解答题（本大题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

- （本小题满分12分）
在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $(\sin B + \sin C)^2 = \sin^2(B + C) + 3\sin B \sin C$ ， $a = \sqrt{6}$.
（Ⅰ）求 A 的值；
（Ⅱ）求 $\triangle ABC$ 的周长的最大值.

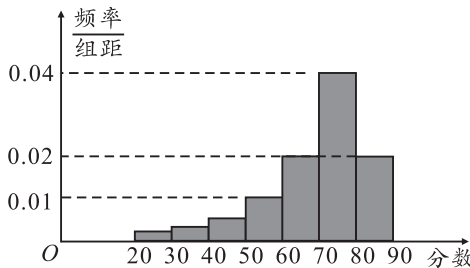
18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle CAD=60^\circ$, $\angle SBA=45^\circ$, $SB=SC=SD$.
(I) 求证: $SA \perp BD$;
(II) 设 E 是线段 SB 的中点, 求二面角 $S-AC-E$ 的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

学期结束时, 学校对食堂进行测评, 测评方式: 从全校学生中随机抽取 100 人给食堂打分, 打分在 60 以下视为“不满意”, 在 60~80 视为“基本满意”, 在 80 分及以上视为“非常满意”. 现将他们给食堂打的分数分组:
 $[20,30), [30,40), [40,50), [50,60), [60,70), [70,80), [80,90]$, 得到如下频率分布直方图:
(I) 求这 100 人中“不满意”的人数并估计食堂得分的中位数;
(II) 若按满意度采用分层抽样的方法, 从这 100 名学生中抽取 15 人, 再从这 15 人中随机抽取 3 人, 记这 3 人对食堂“非常满意”的人数为 X .
(i) 求 X 的分布列;
(ii) 若抽取的 3 人对食堂“非常满意”的同学将获得食堂赠送的 200 元现金, 其他同学将获得 100 元现金, 请估计这 3 人将获得的现金总额.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 N , 长轴长为 $4\sqrt{2}$, P 为椭圆上一点, O 为坐标原点, 且 $\triangle OPN$ 重心的横坐标为 $\sqrt{2}$, $\triangle OPN$ 的面积为 $\sqrt{6}$.
(I) 求椭圆 C 的方程;
(II) 直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 以 OA, OB 为邻边作平行四边形 $OAMB$, 且 $k_{OA} \cdot k_{OB} = -\frac{1}{2}$, 试判断 $|OM|^2 + |AB|^2$ 是否为定值? 若是, 求出定值; 若不是, 请说明理由.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 解答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t \\ y=\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数). 以原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho(1-\cos\theta)=2$, $A\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$.

(I) 求曲线 C 的直角坐标方程以及直线 l 的普通方程;
(II) 若直线 l 与曲线 C 交于 M, N 两点, 求 $\triangle AMN$ 的面积.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-1|-2|x-2|$ 的最大值为 t .
(I) 求 t 的值;
(II) 设 a, b, c 均为正实数, 且满足 $2a+b+2c=3t$, 求证:
 $a^2+b^2+c^2 \geq t$.