



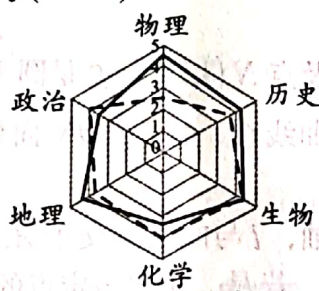
巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学 天长中学

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分

第I卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 6x < 0\}$, $B = \{y | y > 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\emptyset$ B. $(0, +\infty)$ C. $(3, 6)$ D. $(6, +\infty)$
2. 若复数 $\frac{m-3i}{3+5i}$ 为纯虚数, 则实数 m 的值为 ()
 A. 5 B. -5 C. $\frac{9}{5}$ D. $-\frac{9}{5}$
3. 已知两条不同的直线 m, n 和平面 α , 且 $n \subset \alpha$, 则 “ $m \parallel n$ ” 是 “ $m \parallel \alpha$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 某省新高考采取的是 “3+1+2” 模式, “3” 指 “语文、数学、外语” 均为必考科目, “1” 指在 “物理、历史” 中选择1科为考试科目, “2” 指在 “化学、生物、政治、地理” 中选择2科为考试科目. 为了帮助学生正确的看出学科的优劣, 指导学生合理进行选科, 班主任唐老师将每个学生选考科目的成绩制作成5分制的雷达图. 已知甲同学成绩的雷达图如下所示, 以全年级同学成绩为比较标准, 甲同学较为理想的选科为 ()



—— 甲同学成绩 —— 年级平均分

- A. 物理+历史+地理 B. 物理+生物+地理
 C. 历史+生物+地理 D. 物理+历史+生物
5. 若点 M 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, 满足 $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则 $\frac{|\overrightarrow{MB}|}{|\overrightarrow{MC}|} =$ ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. 4 C. $\frac{1}{3}$ D. 3



2021届高三摸底考

理科) 试题

屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中

。满分150分,考试时间120分钟。请在答题卷上作答。

6. 已知角 θ 的顶点与坐标原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合,且终边经过点 $P(3,-1)$,则

$$\cos\left(2\theta - \frac{3\pi}{2}\right) = ()$$

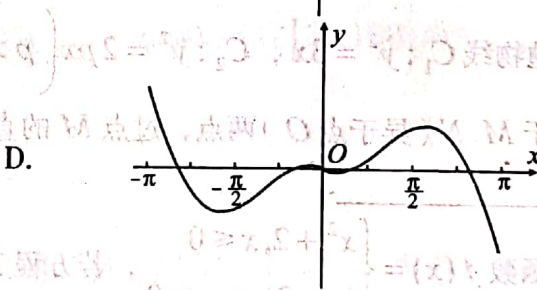
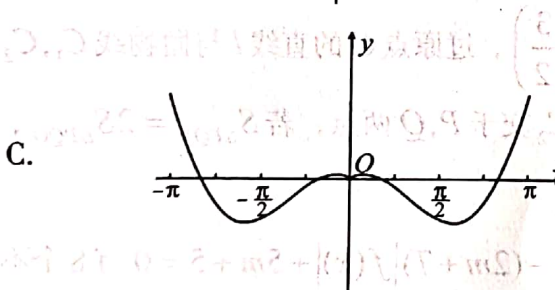
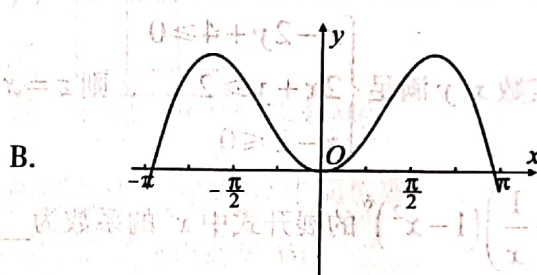
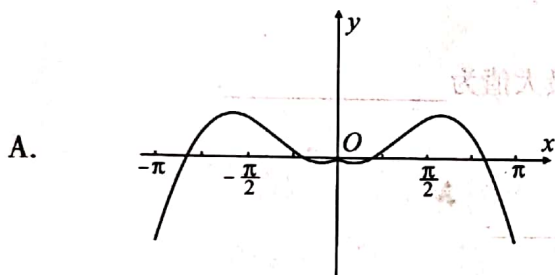
A. $\frac{4}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

7. 函数 $f(x) = \frac{x \sin x}{3} - \frac{|x|}{6}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为()



8. 已知圆 C 经过三点 $(5,3)$, $(-2,2)$, $(-1,-5)$,则直线 $l: 3x+4y+8=0$ 与圆 C 的位置关系是()

A. 相离

B. 相切

C. 相交且直线 l 过圆心

D. 相交且直线 l 不过圆心

9. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $0 < \varphi < 2\pi$) 满足

$$f\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = f\left(\frac{\pi}{4} - x\right), \text{ 若当 } \omega \text{ 取最小值时, } f(x) \text{ 在区间 } [-m, m] \text{ 上是单调函数, 则 } m \text{ 的最大值为 } ()$$

A. π

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $c \sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 20$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于()

A. 10

B. 20

C. $10\sqrt{3}$

D. $20\sqrt{3}$

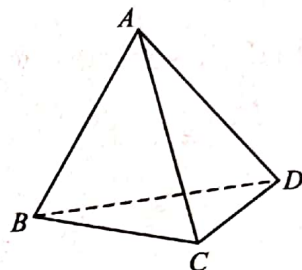


11. 已知点 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 直线 $l: y = \frac{4}{3}x$ 与双曲线 C 交于 M, N 两点, 若 $|MN| = |F_1F_2|$, 则双曲线 C 的渐近线方程是 ()

A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm\sqrt{3}x$ D. $y = \pm 3x$

12. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AD, BC = CD, AB \perp BC$, 若三棱锥 $A-BCD$ 外接球的体积为 $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$, 则 $BA + AC + CD$ 的最大值为 ()

A. $4 + 2\sqrt{2}$
B. $6 + 3\sqrt{2}$
C. $6\sqrt{2}$
D. 8



第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0 \\ 2x + y \geq 2 \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - 4y$ 的最大值为 _____.

14. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)(1 - x^2)^6$ 的展开式中 x^5 的系数为 _____.

15. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 3x$, $C_2: y^2 = 2px \left(p > 0 \text{ 且 } p \neq \frac{3}{2}\right)$, 过原点 O 的直线 l 与抛物线 C_1, C_2 分别交于 M, N (异于点 O) 两点, 过点 M 的直线 l' 与 C_2 交于 P, Q 两点, 若 $S_{\triangle PQN} = 2S_{\triangle PQO}$, 则 $p =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 0 \\ (x-2)e^x, & x > 0 \end{cases}$, 若方程 $2[f(x)]^2 - (2m+7)|f(x)| + 5m+5 = 0$ 有 8 个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知 $a \in \mathbf{R}$, 设 $p: \forall x \in [2, 3], (a+1)x - 1 > 0$ 恒成立; $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + ax_0 + 1 < 0$.

(I) 若 $p \wedge q$ 是真命题, 求 a 的取值范围;

(II) 若 $p \wedge (\neg q)$ 为假, $p \vee (\neg q)$ 为真, 求 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, a_2, a_5 是方程 $x^2 - 14x + 13 = 0$ 的两根.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $a_{n+1} > a_n$, 求数列 $\{3^n \cdot a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

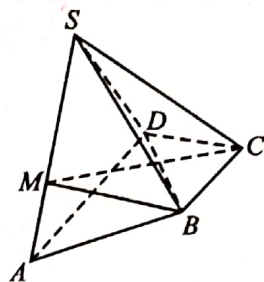


19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$, 平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle SAD$ 为等边三角形, 且 $BC = DC = \frac{1}{2}AD$.

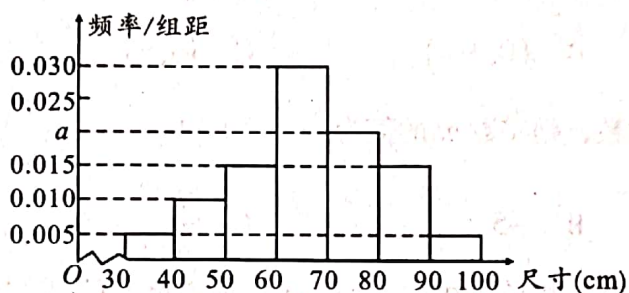
(I) 求证: $BD \perp SC$;

(II) 若点 M 是线段 SA 上靠近 A 的三等分点, 求二面角 $M-BC-D$ 的大小.



20. (本小题满分 12 分)

已知某工厂对生产的一批零件的尺寸进行测量, 测量所得数据制成如下频率分布直方图:



(I) 求图中 a 的值;

(II) 现采用分层抽样的方法, 从尺寸在 $[40, 50)$ 和 $[70, 80)$ 内的零件中随机抽取 12 个, 再从这 12 个零件中任取 3 个, 求至少有 2 个零件的尺寸在 $[40, 50)$ 内的概率;

(III) 以频率估计概率, 若从所有零件中随机抽取 4 个, 记零件尺寸在 $[70, 100]$ 内的数量为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

21. (本小题满分 12 分)

已知圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 4n^2 (n > 1)$ 及点 $N(1, 0)$, P 是圆 M 上的动点, 线段 PN 的垂直平分线交直线 PM 于点 Q , 记点 Q 的轨迹为曲线 C , 且 $\triangle QMN$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(I) 说明曲线 C 的形状, 并求其方程;

(II) 若直线 l 过点 N 且不垂直于坐标轴, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 B 关于 x 轴的对称点为点 D . 探究: 直线 AD 是否过定点, 若是, 求出该定点的坐标; 若不是, 说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $x, y \in (1, 2)$, 且 $x+y=3$. 求证: $(2x-3)f(x) + (2y-3)f(y) \geq 0$.

